

TD ondes acoustiques dans les fluides.

PSI.

January 27, 2025

1 Onde acoustique dans une conduite de section variable

Un tuyau présente une symétrie de révolution par rapport à l'axe Ox et a une section dépendante de l'abscisse, dont le profil $S(x) = S_0 \exp(\sigma x)$. Au repos la pression est p_0 , la masse volumique est μ_0 . On note la surpression $p_1(x, t)$, la variation de masse volumique $\mu_1(x, t)$ et la vitesse de l'air $v_1(x, t)$. On se place dans l'approximation acoustique.

1. Par un bilan de masse, montrer que $\frac{\partial \mu_1}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} - \mu_0 \sigma v_1$.
2. Trouver l'équation de propagation qui régit l'évolution de v_1 et celle qui régit l'évolution de p_1 .
3. On cherche des solutions en ondes progressives harmoniques, de la forme : $A e^{i(\omega t - kx)}$. Déterminer la relation de dispersion et montrer que si $\omega \leq \omega_c$ (ω_c est une pulsation caractéristique à établir en fonction de σ et c), il n'y a pas de propagation.
4. Dans l'hypothèse où $\omega > \omega_c$, déterminer le vecteur d'onde. Écrire l'expression de $\underline{v}_1(x, t)$ et commenter son sens physique ?
5. Exprimer la vitesse de phase et de groupe.
6. Écrire l'expression des densités volumique instantanées d'énergie cinétique $e_c(x, t)$ et potentielle $e_p(x, t)$. Calculez la valeur moyenne de la densité d'énergie acoustique $\langle e \rangle$ en fonction de P_m (amplitude de l'onde de pression), σ , χ et x . Montrer que l'énergie acoustique moyenne $\langle \delta \mathcal{E} \rangle$ d'une tranche de pavillon d'épaisseur dx est indépendante de x et commenter la signification physique de ce résultat.

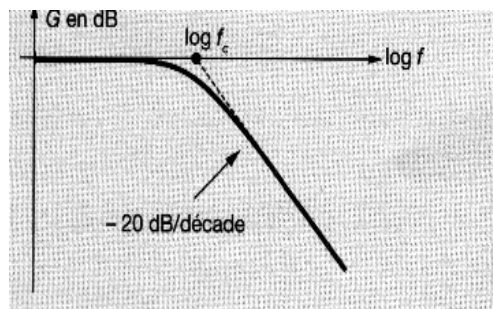
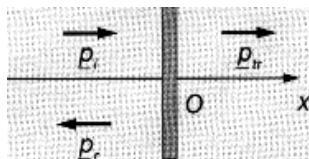
2 Isolation phonique

Une vitre carrée de côté L et d'épaisseur négligeable, située au repos dans le plan $x = 0$ reçoit une onde sonore incidente.

Cette onde est décrite en notation complexe par la surpression $\underline{p}_i = p_M \exp j(\omega t - kx)$.

Elle donne naissance à une onde réfléchie et à une onde transmise.

Sous l'effet de la discontinuité de pression, la vitre de masse surfacique σ vibre en bloc au voisinage de O .



On cherche les champs de surpression (indice 1 à gauche de la vitre ; indice 2 à droite) en notation complexe sous la forme :

$$\underline{p}_1 = p_M \exp j(\omega t - kx) + \underline{r}p_M \exp j(\omega t + kx) \quad \text{et} \quad \underline{p}_2 = \underline{t}p_M \exp j(\omega t - kx)$$

avec $k = \frac{\omega}{c}$

1. Expliciter les champs des vitesses correspondants.
2. Ecrire les deux conditions aux limites sur la vitre.

En déduire que le coefficient de transmission de la surpression se met sous la forme

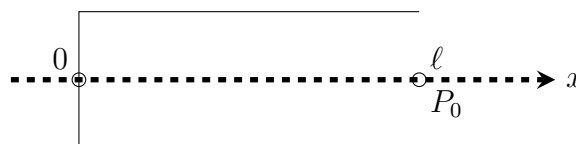
$$\underline{t} = \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

et exprimer ω_c en fonction de σ , μ_0 et c .

3. Définir et déterminer le coefficient de transmission T de la puissance sonore. On donne le diagramme de Bode en amplitude c'est-à-dire le graphe du gain en décibels $G = 10 \log T$ en fonction du logarithme de la fréquence f . Interpréter sommairement par analogie avec un filtre classique.

3 Modèle de clarinette

Une clarinette est modélisée par un tuyau de section S et de longueur ℓ . Il contient un fluide pour lequel la célérité des ondes sonores est c . Une extrémité du tuyau est fixe alors que l'autre est ouverte sur l'atmosphère, qui y impose la pression P_0 .



Au repos, la pression vaut P_0 et la masse volumique ρ_0 dans le fluide de la flûte. Les effets de la pesanteur sont négligés. On se place dans l'approximation acoustique. Le musicien injecte à une extrémité du tuyau une onde sonore plane, il s'établit alors une onde stationnaire modélisée par $p(x, t) = P_M \cos(\omega t) \cos(kx)$.

1. Pourquoi modéliser l'onde sonore par une onde stationnaire ?
2. Établir l'expression du champ des vitesses dans la clarinette. A-t-on $p(x, t) = Z v(x, t)$, où $Z = \rho_0 c$?
3. Établir quelles fréquences peuvent être jouées avec cet instrument et comparer la hauteur de son d'une flûte et d'une clarinette de même longueur. La note fondamentale d'une flûte de longueur ℓ est $f_f = c/2\ell$.
4. Quelle est la fréquence de la note jouée par une clarinette de 65 cm de long, dont tous les trous sont bouchés à l'exception de celui du milieu, dans l'air à 20°C ?

4 Amortissement d'une onde sonore par viscosité

Contrairement au modèle idéal vu en cours, une onde sonore est amortie par viscosité au cours de sa propagation dans un fluide. On considère ici une OPP se propageant dans le sens des x croissants, la viscosité implique de rajouter un terme dans l'équation d'Euler, la force visqueuse $f_\nu = \eta \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2}$ où η est la viscosité dynamique du fluide. On considèrera que les équations dérivant du coefficient de compressibilité de la conservation de la masse restent identiques.

1. Etablir l'équation hydrodynamique dans le cadre de l'approximation acoustique.
2. Déterminer alors la nouvelle équation de propagation satisfaite par la vitesse $v(x,t)$.
3. Considérons une OPPH se propageant dans le sens des x croissants, son expression est donnée par $\underline{v}(x,t) = v_0 \exp[j(\omega t - \underline{k}x)]$. Etablir la relation de dispersion liant \underline{k} et ω .
4. Montrer que le fait que \underline{k} soit complexe implique un amortissement de l'onde lors de sa propagation sur une distance caractéristique d'atténuation δ que l'on précisera. Evaluer la valeur de δ pour l'air où $\eta = 2.10^{-5}$ Pa.s, $\mu_0 = 1,3 \text{ kg.m}^{-3}$ et $c = 340 \text{ m.s}^{-1}$ pour des sons aigus (20 kHz) et pour des sons graves (100 Hz). Commenter.

5 Modes propres d'un système piston-gaz-cylindre

Un cylindre horizontal de section S est fermé par un piston mobile de masse m à la distance $L + \xi(t)$ du fond fixe d'abscisse $x = 0$. Le cylindre contient un gaz parfait évoluant de manière isentropique et on note $v(x,t)\vec{u}_x$ le champ des vitesses et $p(x,t)$ le champ de pression. Lorsque le piston est au repos, on a $p(x,t) = p_0$. On cherche en notation complexe une surpression de la forme :

$$\underline{p}(x,t) = \underline{A} \exp(j\omega t - jkx) + \underline{B} \exp(j\omega t + jkx) \quad (1)$$

1. Donner l'expression de la célérité du son et déterminer le champ des vitesses correspondant.
2. Etablir l'équation dont sont solutions les pulsations propres et montrer qu'elles sont quantifiées.
3. Déterminer la pulsation du mode fondamental si on suppose L grand devant la longueur d'onde. Retrouver le résultat en supposant le champ de pression uniforme.

6 Niveau sonore

1. Si l'amplitude d'une onde sonore est triplée, de combien de dB le niveau sonore augmente-t-il ?
2. Quel est le niveau sonore en dB d'une onde sonore se propageant dans l'air, pour laquelle l'amplitude de déplacement des particules de fluide est de 10^{-6} mm à 440 Hz ?

7 Modèle de flûte

Une flûte est modélisée par un tuyau de section S et de longueur ℓ . Il contient un fluide pour lequel la célérité des ondes sonores est c .

Les extrémités du tuyau sont ouvertes sur l'atmosphère, qui y impose la pression P_0 .

Ce modèle simpliste permet d'aboutir aux fréquences émises par l'instrument.

Au repos, la pression vaut P_0 et la masse volumique ρ_0 dans le fluide de la flûte.

Les effets de la pesanteur sont négligés. On se place dans l'approximation acoustique.

Le musicien injecte à une extrémité du tuyau une onde sonore plane, progressive harmonique, qui se propage dans le sens des x croissants et dont la surpression est $\underline{p}_1(x, t) = p_{10} \exp(j\omega t - jk_1 x)$. Cette onde se réfléchit à une extrémité dans le tuyau.

1. Etablir quelles pulsations peuvent être jouées avec cet instrument.
2. Une flûte émet un do à 264 Hz quand tous ses trous sont bouchés et que la température de l'air est 20° C. Quelle est la longueur ℓ de la flûte (tuyau) sachant que seul le mode fondamental est excité ?
3. Quelle est la fréquence de la note émise si la température de l'air est maintenant de 10° C et que tous les trous sont maintenus bouchés ?
4. Où placer un trou pour jouer un ré à 294 Hz dans une atmosphère à 20° C ?
5. Etablir l'expression du champ de surpression total dans le tuyau. Quel type d'onde obtient-on ?
6. Etablir l'expression du champ des vitesses dans le tuyau.
7. Que vaut le vecteur de Poynting acoustique moyen ?

8 Modèle de clarinette

Une clarinette est modélisée par un tuyau de section S et de longueur ℓ . Il contient un fluide pour lequel la célérité des ondes sonores est c . Une extrémité du tuyau est fermée et fixe alors que l'autre est ouverte sur l'atmosphère, qui y impose la pression P_0 .

Ce modèle simpliste permet d'aboutir aux fréquences émises par l'instrument.

Au repos, la pression vaut P_0 et la masse volumique ρ_0 dans le fluide de la flûte.

Les effets de la pesanteur sont négligés. On se place dans l'approximation acoustique.

Le musicien injecte à une extrémité du tuyau une onde sonore plane. Il s'établit alors une onde stationnaire modélisée par $p(x, t) = p_{10} \cos(\omega t) \cos(kx)$.

1. Pourquoi l'onde sonore par une onde stationnaire ?
2. Etablir l'expression du champ des vitesses dans la clarinette.
3. Etablir quelles pulsations peuvent être jouées avec cet instrument.
4. La note fondamentale d'une flûte de longueur ℓ est $\omega = \frac{\pi c}{\ell}$. Comparer la hauteur de son d'une flûte et d'une clarinette de même longueur.
5. Quelle est la fréquence de la note jouée par une clarinette de 65 cm de long, dont tous les trous sont bouchés à l'exception de celui du milieu, dans l'air à 20° C.

9 Emission d'une onde sphérique par une sphère pulsante