

## Programme de colle n° 4      7 oct – 11 oct

## RÉVISIONS D'ALGÈBRE LINÉAIRE

- Espaces vectoriels
- Matrices
- Applications linéaires
- Déterminants

## COMPLÉMENTS D'ALGÈBRE LINÉAIRE

- Produit d'un nombre fini d'espaces vectoriels  
Définition. Dimension du produit quand les espaces sont de dimension finie.
- Somme de sous-espaces vectoriels  
Définition. Somme directe, caractérisation, sous-espaces supplémentaires.  
Caractérisation par concaténation/découpage de bases  
Base adaptée à une décomposition en somme directe  
Dimension de la somme quand  $E$  est de dimension finie, caractérisation de la somme directe.  
Caractérisations de sous-espaces vectoriels supplémentaires avec la dimension en dimension finie.
- Matrices par blocs et sous-espaces stables  
Combinaison linéaire et produit, déterminant d'une matrice triangulaire par blocs.  
Sous-espaces stables : définition et propriétés, base adaptée à un sous-espaces vectoriel, endomorphisme induit. Si deux endomorphismes commutent, ils stabilisent chacun le noyau de l'autre.  
Traduction matricielle de la stabilité, traductions vectorielles de matrices diagonales/triangulaires par blocs.
- Trace d'une matrice carrée, d'un endomorphisme
- Polynômes d'endomorphismes et de matrices carrées  
Définitions, propriétés, polynômes annulateurs.
- Interpolation de Lagrange  
Famille  $(L_0, \dots, L_n)$  des polynômes interpolateurs de Lagrange associée à  $(a_0, \dots, a_n)$ , existence, unicité, expression et propriétés.  
Déterminant de Vandermonde noté  $V(a_1, \dots, a_n)$  (présenté avec  $a_i$  sur  $L_i$ )

*Toute colle commencera par une **question de cours double** :*

- *Une définition*
- *Un énoncé de théorème/règle/critère... (sans démonstration)*