

Programme de colle n° 4 6 oct – 10 oct

RÉVISIONS D'ALGÈBRE LINÉAIRE

- Espaces vectoriels
- Matrices
- Applications linéaires
- **Déterminants** (nouveau)

COMPLÉMENTS D'ALGÈBRE LINÉAIRE

- Produit d'un nombre fini d'espaces vectoriels
Définition. Dimension du produit quand les espaces sont de dimension finie.
- Somme de sous-espaces vectoriels
Définition. Somme directe, caractérisation, sous-espaces supplémentaires.
Caractérisation par concaténation/découpage de bases
Base adaptée à une décomposition en somme directe
Dimension de la somme quand E est de dimension finie, caractérisation de la somme directe.
Caractérisations de sous-espaces vectoriels supplémentaires avec la dimension en dimension finie.
- Matrices par blocs et sous-espaces stables
Combinaison linéaire et produit, déterminant d'une matrice triangulaire par blocs.
Sous-espaces stables : définition et propriétés, base adaptée à un sous-espaces vectoriel, endomorphisme induit. Si deux endomorphismes commutent, ils stabilisent chacun le noyau de l'autre.
Traduction matricielle de la stabilité, traductions vectorielles de matrices diagonales/triangulaires par blocs.
- Trace d'une matrice carrée, d'un endomorphisme
- Polynômes d'endomorphismes et de matrices carrées
Définitions, propriétés, polynômes annulateurs.
- Interpolation de Lagrange
Famille $(L_0, \dots, L_n)$ des polynômes interpolateurs de Lagrange associée à $(a_0, \dots, a_n)$, existence, unicité, expression et propriétés.
Déterminant de Vandermonde noté $V(a_1, \dots, a_n)$ (présenté avec a_i sur L_i)

*Toute colle commencera par une **question de cours double** :*

- *Une définition*
- *Un énoncé de théorème/règle/critère... (sans démonstration)*