PSI – LMB

Programme de colle n° 7 16 nov – 20 nov

Révisions dénombrement

Espaces probabilisés (pas de VAD)

- Univers Ω d'une expérience aléatoire, tribu $\mathcal{A}$ des événements.
- Dualité probabiliste/ensembliste des événements et des opérations sur les événements, notamment $\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n$ et $\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n$.
- Distributivité, lois de Morgan.
- Probabilité P sur un espace probabilisable $(\Omega, \mathcal{A})$, σ-additivité.
  Espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.
- Événement presque sûr, événement négligeable, système quasi-complet d'événements.
- Théorème de la limite monotone : continuité croissante, continuité décroissante.
- Limites de $P\left(\bigcup_{k=0}^{n} A_n\right)$ et $P\left(\bigcap_{k=0}^{n} A_n\right)$.
- Sous-additivité :
  $P\left(\bigcup_{k=0}^{n} A_k\right) \leqslant \sum_{k=0}^{n} P(A_k), \qquad P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) \leqslant \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n) \in \overline{\mathbb{R}_+}.$
- Caractérisation d'une probabilité sur un univers dénombrable Ω par sa distribution de probabilité $(P(\{\omega\})_{\omega\in\Omega}$ ($\sim$*HP a priori* cas fini au programme)
  cas fini : probabilité uniforme et modélisation d'une expérience (choix de Ω avec issues équiprobables).
- Probabilités conditionnelles. P_B est une probabilité.
- Convention $P_B(A)P(B) = 0$ $(= P(A \cap B))$ lorsque $P(B) = 0$).
- Formule des probabilités composées (*sans hypothèse particulière avec la convention*).
- Formule des probabilités totales (*idem*) avec un système complet d'événements ou un système quasi-complet d'événements.
- Formule de Bayes.
- Indépendance de deux événements, indépendance mutuelle de n événements (vu indépendance mutuelle d'une suite d'événements (HP)).
- Lemme des coalitions pour les événements.
- Si A et B sont indépendants, $\overline{A}$ et B le sont aussi. Extension au cas de n événements.