▶ Correction : La grande muraille de Chine

Le modèle optique le plus simple pour l'oeil consiste en l'apposition d'une lentille (jouant le rôle du cristallin) et d'un écran (jouant le rôle de la rétine). On peut également représenter la pupille par un diaphragme qui se place devant la lentille.



Lentille convergente

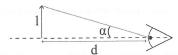
Parmi les grandeurs caractéristiques de l'oeil, on peut citer notamment (pour un oeil emmétrope, c'est-à-dire sans troubles de la réfraction):

- Punctum Remotum : +∞
- Punctum Proximum: 25 cm
- Résolution angulaire : 1' (minute d'arc) = $1/60^{\circ}$, soit 3×10^{-4} rad

Astuce

Le critère de Rayleigh permet de retrouver la résolution angulaire de l'oeil. En effet, la distance entre deux taches d'Airy (taches de diffraction) doit être supérieur à 1,22. $\frac{\lambda}{D}$ pour qu'elles restent séparables. En supposant que la pupille mesure environ $D = 5 \,\mathrm{mm}$, et pour le bleu, on obtient une résolution $\Delta \theta = 1 \times 10^{-4}$ rad.

2. On considère que la Grande Muraille est un objet de taille $l=6\,\mathrm{m}$ situé à une distance d de l'oeil. Pour vérifier si la muraille est visible depuis la Lune, on calcule l'ouverture angulaire à cette distance :



On a alors $\alpha = \arctan\left(\frac{l}{d}\right) \simeq \frac{l}{d}$ par l'approximation des petits angles.

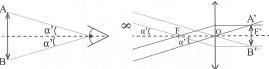
A.N.:
$$\alpha = 1.6 \times 10^{-8} \, \text{rad}$$

L'écart angulaire est bien inférieur à la résolution de l'oeil humain. La muraille n'est donc pas discernable à l'oeil nu depuis la Lune.

& Question d'examinateur

Pourriez-vous tracer l'image de la muraille sur la rétine?

La muraille est si loin qu'on la considère à l'infini. On la représente alors par des rayons parallèles incidents provenant de ses deux extrémités A et B. Ils arrivent sur l'oeil avec un angle $\alpha' = \frac{\alpha}{2}$:



On remarque que les dimensions des objets à l'infini sont mieux représentées par des angles que des distances. Ainsi les rayons émergeant du point A (qui représente l'extrémité gauche de la muraille) sont tous parallèles, et sont concourants sur le plan focal image.

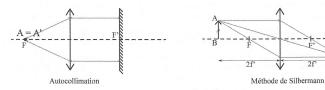
3. On cherche la distance
$$d_{lim}$$
 de sorte que $\alpha'_{max} = 3 \times 10^{-4} \, \text{rad} = \arctan\left(\frac{l}{d_{lim}}\right)$ \Rightarrow $d_{lim} = \frac{l}{\alpha'_{max}}$

$$A.N.: d_{lim} = 20 \text{ km}$$

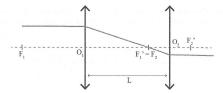
Il n'est donc pas possible pour les astronautes de voir la Grande Muraille à l'oeil nu.

4. La méthode la plus courante dans ce cas est l'autocollimation. On place un miroir au dos de la lentille et on la déplace de sorte que l'image se forme sur l'objet lui-même. La distance entre l'objet et la lentille correspond à la distance focale de la lentille.

On peut également mentionner la méthode de Bessel et la méthode de Silbermann, qui sont deux méthodes focométriques de détermination expérimentale de la focale d'une lentille optique convergente. Dans ce dernier cas, il faut déplacer la lentille et l'écran, en conservant la lentille à mi-distance entre l'objet et l'écran, jusqu'à obtenir une image nette de même grandeur que l'objet mais renversée.

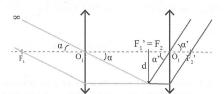


5. Pour que la lunette soit **afocale**, l'image d'un objet à l'infini doit être renvoyée à l'infini. Il faut donc que le **foyer image** de la première lentille convergente coïncide avec le **foyer objet** de la seconde lentille.



A.N.: La seconde lentille doit être à une distance $L = f_1' + f_2' = 505$ mm de la première lentille.

6. Pour calculer le **grandissement**, on trace un rayon venant de l'infini et passant par le centre optique de la première lentille. Pour cela, on considère un objet à l'infini émettant des rayons lumineux parallèles avec un angle α par rapport au centre optique. L'image de cet objet se trouve sur le foyer image F_1' . Celle-ci est un objet virtuel pour la seconde lentille : on trace donc les rayons issus de cet objet.



On remarque alors, pour des angles α et α' très petits, que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan(\alpha) = \frac{d}{f_1} \approx \alpha \\ \tan(\alpha') = \frac{d}{f_2'} \approx \alpha' \end{array} \right. \Rightarrow \left. \boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f_1'}{f_2'}} \right.$$

A.N.: G = 100

Même avec un grossissement angulaire de 100, l'angle de perception de la muraille depuis la Lune est de $\alpha_{lunette} = 100\alpha_{oeil} = 1.6 \times 10^{-6}$ rad, ce qui est toujours trop faible pour être discerné par l'oeil humain.

Petit plus

L'astronaute Thomas Pesquet confirme qu'il n'a pas pu discerner ni la muraille de Chine ni les pyramides à l'oeil nu depuis l'ISS située à 400 km du sol, ce qui n'est pas étonnant au vu des résultats précédents. En revanche, il a pu prendre des photos à l'aide de son **objectif à fort zoom**. On pourrait d'ailleurs estimer son grossissement...