

paroi adiab. $e \approx \text{un } \ll h$ car on va faire selon y, z

Supposons $T(x, y, z) = T(x, z) = T(x)$ en régime stationnaire

et en régime statio. $\vec{j}_{\text{diff}} = -D \text{ grad } T$

$$j_{\text{diff}} = -D \frac{dT}{dx} \quad \text{avec } \Delta T = T(x=e) - T(x=0) = T(x=e) - T_0$$

en norme

Comme la paroi est adiab. en $x=e$ tout le flux de diffusion sort évacué par l'écluse produite par effet Joule.

En régime statio pour une hauteur h de largeur l (épaisseur e)
 $dU = \delta Q + \delta W$ avec $\delta W = 0$ ($dE_{\text{int}} = 0$)

$0 = \delta Q \Rightarrow$ le flux de diff. de T doit équilibrer

la puissance ν_{Joule} par effet Joule.

$$\delta Q = 0 = \phi_{\text{paroi}} + \phi_{\text{statio, diff.}}$$

$$\phi_{\text{paroi}} = P_V \times V = P_V \times \text{épaisseur} \times \text{volume par effet Joule}$$

$$P_V = \vec{j} \cdot \vec{E} \text{ avec } \vec{j} = \sigma \vec{E}$$

$$= \frac{j^2}{\sigma}$$

et en $x=0$

$$\phi_{\text{statio}} = j_{\text{diff}} \cdot S$$

$$= -D \frac{\Delta T}{e} \times$$

$$L \cdot h$$

$$P_V \cdot L \cdot h \cdot e = \lambda \Delta T / e \cdot L \cdot h$$

$$\Delta T = T(x=e) - T_0 = \frac{P_V e^2}{\lambda}$$

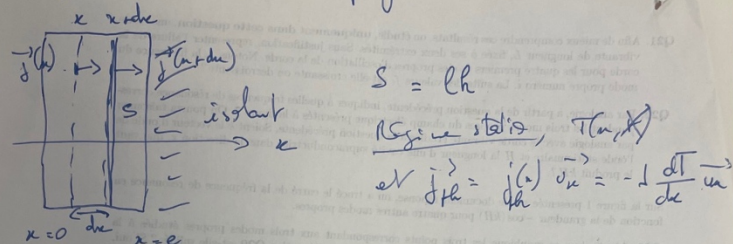
augmentation de T
 $\Delta T = e \% \Delta T_0$

$$\text{donc } T(x=e) = T_0 + \frac{P_V e^2}{\lambda}$$

$$\text{avec } P_V = \frac{j^2}{\sigma}$$

Faire l'AN $\Rightarrow$ si $T(x=e) > T_F$ alors fus.

Complément : obtention du profil de T



Bilan thermique (1^{er} principe) appliqué à la tranche

d'épaisseur dx de volume $dV = S dx$

$$d(U + E_m) = \delta Q + \delta W \quad dE_m = 0 \text{ car syst. immobile} \\ \delta W = 0 \text{ solide indéformable}$$

En régime stationnaire : $dU = 0 = -\delta Q$

$$\text{avec } \delta Q = \delta Q_{\text{con}} + \delta Q_{\text{éch}} = 0 \text{ avec } \vec{j}_e = \sigma \vec{E}$$

$$\rightarrow \delta Q_{\text{con}} = P_r dV = P_r dV S dx \quad P_r = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{E} \\ \hookrightarrow \text{puissance volumique} \Rightarrow \text{effet Joule} = \frac{j^2}{\sigma}$$

$$\rightarrow \delta Q_{\text{éch}} = [-\phi(x+dx) + \phi(x)] dS \rightarrow \text{sortie - entrée} \\ = -\frac{d\phi}{dx} dx dS \text{ or } \phi = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{s} \\ \phi = jS \\ = -\frac{dj}{dx} S dx dS = +1 \frac{d^2 T}{dx^2} S dx dS$$

$$\text{donc } \delta Q = 0 \Rightarrow -1 \frac{d^2 T}{dx^2} S dx dS + P_r dV S dx = 0$$

$$\text{donc } -1 \frac{d^2 T}{dx^2} + P_r = 0$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{P_r}{1} = -\frac{j^2}{\sigma}$$

$$\hookrightarrow \text{intégral} \quad \frac{dT}{dx} = -\frac{j^2}{\sigma} x + A$$

$$\text{en } x = e \Rightarrow \text{paroi calofugée} \Rightarrow j(x=e) = 0 \\ \text{pas d'éch. thermique}$$

$$\text{donc } 0 = -\frac{j^2}{\sigma} e + A$$

$$\hookrightarrow \frac{dT}{dx} = +\frac{j^2}{\sigma} (e - x)$$

$$\hookrightarrow \text{intégral} \quad T(x) = \frac{j^2}{2\sigma} (ee - \frac{x^2}{2}) + D$$

$$\text{Avec } T(x=0) = T_0 = D$$

$$T(x) = \frac{j^2}{2\sigma} x (e - \frac{x}{2}) + T_0$$

$$T(x=e) = \frac{j^2}{2\sigma} \frac{e^2}{2} + T_0$$

$$\text{Fusion : } T(x=e) > T_f \text{ donc } \left[\frac{j^2 e^2}{2\sigma} + T_0 \right] > T_f \\ \text{de raisonnement par ODB précédent, on a seulement un facteur 2}$$

Méthode de résolution par la résistance thermique (bilan global)

Hyp : $\rightarrow$ régime stationnaire pour appliquer la résistance thermique
- problème unidimensionnel selon x

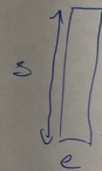
Le flux de diff. doit évacuer globalement la chaleur apportée par effet Joule

$$\Delta T = R_{th} \phi_{th} \quad \text{avec } \phi_{th} = \phi_{joule} = P_v \times V$$

$$\downarrow$$
$$T(x=L) - T(x=0) = \frac{j^2}{\sigma} \times e L$$

$$\text{et } R_{th} = \frac{e}{\sigma S} \quad \text{ici } S = Lh$$

$$\Delta T = \frac{e}{Lh} \times \frac{j^2}{\sigma} \times e L$$



$$\boxed{\Delta T = \frac{e j^2}{\sigma}} \quad \text{on retrouve le bon OOS. pour } \Delta T !$$