

DS de Physique 1 octobre 2025 - PSI **Difficulté supérieure Physique Chimie**

Durée 4H - Calculatrices autorisées

- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il est invité à le signaler sur sa copie et à poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il aura été amené à prendre.
- Il ne faudra pas hésiter à formuler les commentaires (incluant des considérations numériques) qui vous sembleront pertinents, même lorsque l'énoncé ne le demande pas explicitement. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.

Partie 1 – Le blue fire – Au nom de l'ingénierie allemande et alsacienne !

Le *Blue Fire* est l'une des montagnes russes du parc d'attraction Europa-Park, situé à Rust, en Allemagne. Elle est en service depuis le 4 avril 2009. Le nom de l'attraction a été choisi en référence à la couleur de la flamme émise par la combustion du gaz naturel, vecteur énergétique important.



Figure 1 – Vue d'ensemble du *Blue Fire*

Cette montagne russe fait partie de la famille des montagnes russes lancées (*launched coaster*) : en effet, l'accélération principale du train a lieu dans la zone de départ, à l'aide d'une longue zone accélératrice rectiligne.

Ce sujet propose de suivre pas à pas le trajet d'un passager du *Blue Fire* pour étudier quelques aspects physiques et chimiques liés à cette attraction. Il comporte 4 parties indépendantes. Des données numériques utiles ainsi que quelques formules sont regroupées en fin d'énoncé, quand elles ne sont pas redonnées directement dans le texte.

Certaines questions, moins guidées, sont repérées par leur numéro souligné. Elles ne sont pas *a priori* plus difficiles que les autres, mais demandent de prendre plus d'initiatives. Pour ces questions, ce sont ces initiatives et leur pertinence qui sont évaluées plus que le résultat final. Le barème leur accordera un poids significatif.

Partie A – Origines du *Blue Fire*

I – Gaz naturel

Le gaz naturel est un combustible fossile présent naturellement dans les roches poreuses du sous-sol, exploité par l'Homme pour répondre à une partie de ses besoins énergétiques. Il est principalement utilisé pour la production d'électricité, le chauffage, et comme carburant.

Le terme « gaz naturel » fait spécifiquement référence à un mélange d'hydrocarbures gazeux principalement composé de méthane (CH_4) mais contenant aussi d'autres alcanes (butane, propane...), et parfois un faible pourcentage de dioxyde de carbone (CO_2), de diazote (N_2), de sulfure d'hydrogène (H_2S) ou d'hélium (He).

- Q1.** Donner les formules de Lewis de la molécule de méthane, de la molécule de diazote et de la molécule de dioxyde de carbone.

Dans la suite, pour simplifier, on pourra assimiler le « gaz naturel » à du méthane pur. Au cours de la combustion du méthane, celui-ci réagit avec le dioxygène de l'air pour former de l'eau et du dioxyde de carbone, supposés à l'état de vapeur.

- Q2.** Établir l'équation de réaction modélisant la combustion du méthane.
- Q3.** Déterminer la valeur de l'enthalpie standard de réaction de cette réaction, et commenter son signe.
- Q4.** Déterminer la valeur de l'énergie thermique libérée par la combustion complète d'un mètre cube de méthane pur assimilé à un gaz parfait, à la température initiale $T = 0^\circ\text{C}$ sous une pression fixée de 1,013 bar. Cette quantité est nommée *pouvoir calorifique inférieur* (ou PCI). Comparer à sa valeur tabulée pour le gaz naturel commercial, comprise entre 9,2 et 10,2 $\text{kW}\cdot\text{h}\cdot\text{m}^{-3}$ suivant le type de gaz et l'altitude.

En 2023, la France a consommé 33,9 milliards de m^3 de gaz naturel tous usages confondus - volume calculé dans les conditions de la question **Q4** - la quasi-totalité étant importée. Par ailleurs, son empreinte carbone totale est estimée pour 2023 par l'INSEE à 644 millions de tonnes équivalent CO_2 . L'empreinte carbone de la France représente la quantité de gaz à effet de serre (GES) induite par la demande finale intérieure d'un pays.

- Q5.** Estimer la proportion due à la consommation de gaz naturel dans l'empreinte carbone totale de la France en 2023.

On cherche maintenant à estimer la température dans la flamme bleue produite par la combustion du méthane qui a donné son nom au *Blue Fire*. Celle-ci peut être modélisée en première approche comme un réacteur adiabatique fermé dans laquelle se déroule la transformation. Ce réacteur est constitué initialement d'air d'une part - de composition molaire de 80 % de N_2 et 20 % de O_2 - et de méthane d'autre part. Les réactifs sont supposés en proportions stoechiométriques dans ce réacteur, et le mélange gazeux avant combustion est initialement à la température de $T_i = 20^\circ\text{C}$. Les capacités thermiques à pression constante des différents gaz seront supposées indépendantes de T , de valeurs précisées dans les données numériques.

- Q6.** Proposer une estimation numérique de la température de la flamme bleue en détaillant la démarche.

Partie B – Avant le départ

Une fois le train parti de la plateforme d'embarquement, il roule lentement vers la zone de départ, puis s'immobilise. Une mise en scène a alors lieu avec effets visuels et sonores pour faire « monter la pression » chez les passagers. En particulier, au cours de cette mise en scène, un panneau « DANGER » clignote en rouge (voir figure 2), accompagné d'un signal sonore synchronisé avec ce clignotement, juste avant le départ du train. Le but de cette partie est de proposer un modèle de circuit électronique pouvant contrôler le phénomène de clignotement des ampoules situées dans ces panneaux.



Figure 2 – Le panneau DANGER en fonctionnement juste avant le départ du train.

On considère le circuit électronique représenté sur la figure 3 :

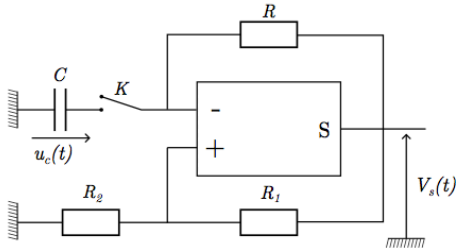


Figure 3 – Le circuit proposé pour l'alimentation de la LED du panneau DANGER

On note V_+ le potentiel électrique à l'entrée non-inverseuse, et V_- le potentiel électrique à l'entrée inverseuse.

Q12. Rappeler ce qui caractérise un ALI idéal de gain infini, et tracer l'allure de la caractéristique $V_s = f(V_+ - V_-)$ sous ces hypothèses.

Dans la suite, on supposera l'ALI idéal de gain infini. À $t = 0$, le condensateur est déchargé et on ferme l'interrupteur K . La tension de sortie $V_s(t = 0^+)$ vaut alors $+V_{\text{sat}}$ juste après la fermeture de K . L'ALI fonctionne en régime saturé.

Q13. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$ après la fermeture de l'interrupteur.

Q14. Montrer qu'à un instant t_1 à exprimer en fonction de R_1 , R_2 , et R et C , la tension V_s bascule de $+V_{\text{sat}}$ à $-V_{\text{sat}}$.

Q15. Montrer que la sortie va basculer de nouveau de $-V_{\text{sat}}$ à $+V_{\text{sat}}$ à l'instant t_2 tel que :

$$t_2 = t_1 + RC \ln \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \right)$$

Par une méthode similaire, on peut montrer que la sortie va basculer à nouveau de $+V_{\text{sat}}$ à $-V_{\text{sat}}$ à l'instant t_3 tel que $t_3 - t_2 = t_2 - t_1$, ce que l'on pourra admettre dans la suite.

Q16. Représenter sur un même graphique les évolutions temporelles de $u_c(t)$, $V_+(t)$ et $V_s(t)$ entre $t = 0$ et $t = t_3$.

Q17. On construit ce montage avec $R = 470,0 \text{ k}\Omega$, $C = 500,0 \text{ nF}$, $R_1 = 1,000 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 3,300 \text{ k}\Omega$. Déterminer numériquement la fréquence de l'oscillateur en régime établi avec 4 chiffres significatifs.

Q18. On dispose au laboratoire des composants requis, sauf pour le condensateur : on ne dispose que de condensateurs de capacité $1,000 \text{ }\mu\text{F}$. Comment peut-on faire pour construire quand même le montage avec les valeurs de la question précédente ? Justifier.

Un groupe de 15 ingénieurs et ingénieures en devenir construit alors individuellement ce montage, avec les valeurs indiquées à la question **Q17**. On relève précisément pour chacun des 15 montages la fréquence mesurée. Voici les résultats obtenus, indiqués en Hz, ainsi que la valeur moyenne et l'écart-type :

1,016	1,041	1,081	1,047	1,023
1,051	1,093	1,073	1,019	1,065
1,087	1,041	1,029	1,075	1,051

Moyenne : $\bar{f} = 1,053 \text{ Hz}$
Écart-type : $\sigma = 0,025 \text{ Hz}$

Q19. Pourquoi les différents expérimentateurs obtiennent-ils des valeurs différentes ? Déterminer la valeur numérique de l'incertitude-type sur la fréquence de l'oscillateur $u(f)$ que l'on peut déduire de cette série de valeurs. Calculer l'écart normalisé (ou Z-score) entre la valeur de la fréquence calculée à la question **Q17** et celle obtenue par cette expérience et commenter le résultat obtenu.

La lampe utilisée dans le panneau DANGER est une LED ne s'allumant que si la tension à ses bornes est positive, et consommant une puissance de 25 W lorsqu'elle est allumée. On envisage de la brancher directement entre la sortie de l'ALI et la masse.

Q20. Ce montage seul permet-il de générer le clignotement de la lampe ? Justifier la réponse.

Données

Données partie A

- Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
- $T(^{\circ}\text{C}) = T(\text{K}) - 273$
- Définition du kW·h : $1 \text{ kW}\cdot\text{h}$ est l'énergie consommée par un dispositif de puissance 1kW pendant une durée d'une heure.
- Masses molaires : $M(\text{H}) = 1,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, $M(\text{C}) = 12,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, $M(\text{O}) = 16,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Données thermodynamiques à 298 K :

	$\text{H}_2(\text{g})$	$\text{N}_2(\text{g})$	$\text{O}_2(\text{g})$	$\text{CO}_2(\text{g})$	$\text{CH}_4(\text{g})$	$\text{H}_2\text{O}(\text{g})$
$\Delta_f H^{\circ}$ en $\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$	0	0	0	-393,5	-74,6	-241,8
S_m° en $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$	130,7	191,6	205,2	213,8	186,3	188,8

- Capacités thermiques moyennes à pression constante des différents gaz, calculées sur l'intervalle de température $[298\text{K}, 3\,500\text{K}]$.

	$\text{H}_2(\text{g})$	$\text{N}_2(\text{g})$	$\text{O}_2(\text{g})$	$\text{CO}_2(\text{g})$	$\text{CH}_4(\text{g})$	$\text{H}_2\text{O}(\text{g})$
$C_{p,n}$ en $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$	29,2	30,1	32,3	45,4	44,5	37,6

- Loi de van't Hoff : $\frac{d \ln K^{\circ}}{dT} = \frac{\Delta_r H^{\circ}}{RT^2}$

Données partie B

- Tension de saturation en sortie : $V_{\text{sat}} = 14,0 \text{ V}$
- Intensité maximale en sortie de l'ALI : $I_{s,\text{max}} = 25 \text{ mA}$
- Vitesse de balayage (ou *slew-rate*) : $\sigma \approx 10 \text{ V}\cdot\mu\text{s}^{-1}$

Partie 2 – Détection par boucle inductive

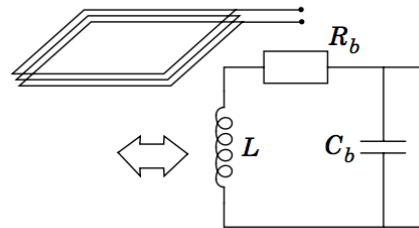
Les détecteurs de véhicules dits à boucle inductive sont actuellement de loin les plus répandus, tant pour le contrôle des flux sur autoroutes que pour la détection automatique pour le déclenchement de feux tricolores ou de barrières de sécurité. Ce sujet propose d'étudier les concepts et phénomènes physiques associés à cet instrument de détection ainsi que d'évaluer ses performances et sa sensibilité.

Le principe de fonctionnement d'un détecteur à boucle inductive est le suivant : un enroulement de fil électrique placé dans une tranchée rectangulaire en travers de la chaussée (cf. figure ci-contre) est relié à une borne contenant un oscillateur quasi-sinusoidal (Partie I). Ce dernier génère dans la boucle un courant sinusoïdal qui crée au dessus de celle-ci un champ électromagnétique lui-même sinusoïdal. Lorsqu'un véhicule est à proximité immédiate de la boucle, ce champ induit des courants à la surface de celui-ci (Partie II). Ces derniers ont pour effet de modifier l'inductance de l'enroulement (Partie III) et donc la fréquence de l'oscillateur. Un fréquence-mètre permet ainsi de détecter le véhicule passant au dessus de la boucle (Partie IV). Les quatre parties sont dans une large mesure indépendantes.

Dans tout le problème, les amplificateurs opérationnels, notés *A. Op.*, sont supposés parfaits (gain infini, impédances d'entrée infinies, impédance de sortie nulle, vitesse de balayage infinie). Les tensions de saturation valent : $-V_{sat}$ et $+V_{sat}$.

Partie I - Étude de l'oscillateur quasi-sinusoidal

La boucle rectangulaire enterrée dans la chaussée est constituée de plusieurs tours (généralement compris entre 3 et 5). Son schéma électrique équivalent est le suivant : L , R_b et C_b représentent respectivement l'inductance, la résistance et la capacité de la boucle.



I.B - Simulation d'une résistance négative

Pour compenser les pertes dues à la résistance R_b , l'oscillateur doit comporter une source d'énergie.

Pour cela, on utilise le dipôle de la figure 1.

I.B.1) Dans le cas où l'*A. Op.* fonctionne en régime linéaire, déterminer les relations donnant V en fonction de I , et V_s en fonction de I .

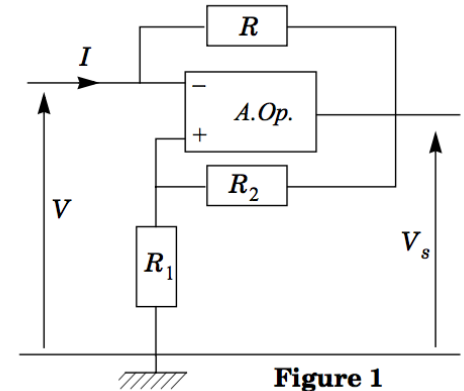


Figure 1

I.C - Étude de l'oscillateur

L'oscillateur est constitué par la mise en parallèle de la boucle inductive enterrée, d'un condensateur de capacité C_s et du dipôle étudié à la question précédente. On suppose que ce dernier est en régime linéaire de sorte que l'on peut l'assimiler à une résistance négative $-R_n$. On peut ainsi dessiner le schéma électrique équivalent de l'oscillateur, représenté figure 2.

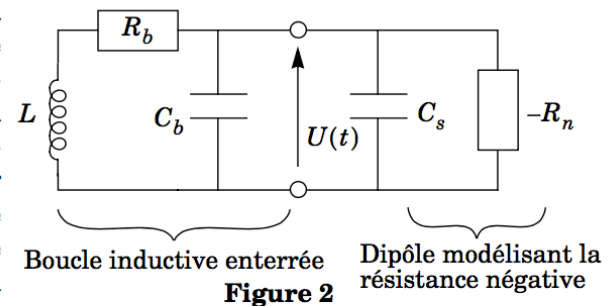


Figure 2

I.C.1) Justifier que l'on puisse remplacer les deux condensateurs par un seul de capacité C_{eq} dont on donnera l'expression en fonction de C_b et C_s .

I.C.2) Montrer que la tension $U(t)$ aux bornes de la boucle vérifie une équation différentielle de la forme :

$$a \frac{d^2 U}{dt^2} + b \frac{dU}{dt} + (1 - c)U(t) = 0.$$

Donner l'expression de a , b et c en fonction de L , C_{eq} , R_b et R_n .

I.C.3) Quelle est la condition nécessaire sur b pour que les solutions de l'équation différentielle soient sinusoïdales ?

Partie IV - Étude du fréquencesmètre

Les fréquencesmètres actuels sont majoritairement numériques. Cette partie étudie le fonctionnement d'un fréquencesmètre de type analogique qui va permettre de mesurer les variations de fréquence de l'oscillateur dues à la présence d'un véhicule au dessus de la boucle enterrée permettant ainsi sa détection. Pour l'ensemble des chronogrammes demandés, il est recommandé de faire figurer les éléments qui vous semblent importants (valeurs particulières, tangentes...).

En déduire la valeur à fixer à R_n en fonction de R_b et Q , avec :

$$Q = \frac{1}{R_b} \sqrt{\frac{L}{C_{\text{eq}}}}.$$

I.C.4) Montrer que les solutions sont effectivement des sinusoïdes si $Q > Q_{\text{lim}}$, inégalité que l'on supposera vérifiée pour la suite. Que vaut Q_{lim} ?

I.C.5) Calculer la fréquence f des oscillations en fonction de L , C_{eq} et Q . En pratique, la condition $Q > Q_{\text{lim}}$ n'est pas suffisante pour assurer une bonne stabilité et une bonne fiabilité du montage. La valeur de Q minimale recommandée est de l'ordre de 8.

I.C.6) En déduire dans ce cas que l'on peut écrire la relation approchée :

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC_{\text{eq}}}} \text{ avec une erreur relative inférieure à 1\% .}$$

On désire que la fréquence d'oscillation f soit de 50 kHz avec une boucle enterrée ayant une inductance $L = 150 \mu\text{H}$, une capacité $C_b = 10 \text{ nF}$ et une résistance $R_b = 0,7 \Omega$.

I.C.7) Calculer la valeur de la capacité C_s à intégrer dans le circuit oscillant. La valeur de Q est-elle satisfaisante ?

En pratique, la condition $b = 0$ ne permet pas d'amorcer les oscillations.

I.C.8) Quel est le signe de b permettant l'amorçage de l'oscillateur ? R_n doit-il ainsi être plus petit ou plus grand que $Q^2 R_b$?

I.C.9) Par quoi est limitée l'amplitude des oscillations générées par le circuit ?

IV.A - Étude d'une cellule $R'C'V_0$

On considère le montage de la figure 3, où V_0 symbolise un générateur de tension continue. On suppose nul le courant de sortie i_s .

IV.A.1) Déterminer l'équation différentielle reliant $e'(t)$ et $V(t)$.

On s'intéresse à la réponse à une discontinuité de tension : $e'(t) = +E$ pour $t < 0$, $e'(t) = -E$ pour $t > 0$. On suppose que $E > V_0/2$ et l'on se place en régime permanent pour $t < 0$.

IV.A.2) Que vaut $V(t)$ pour $t < 0$? Que vaut $V(t = 0^+)$ (on précisera également son signe) ?

IV.A.3) Déterminer pour $t > 0$ l'expression du signal de sortie $V(t)$ de la cellule $R'C'V_0$ attaquée par cette discontinuité de tension.

IV.A.4) Dessiner sur un même graphe les évolutions de $e'(t)$ et $V(t)$.

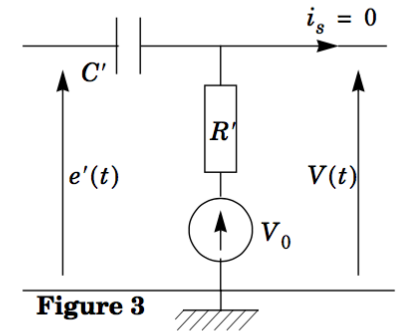


Figure 3

IV.B - Étude du module d'entrée du fréquencesmètre

On considère le module d'entrée du fréquencesmètre représenté sur la figure 4. Il est attaqué par un signal sinusoïdal $e(t)$ de fréquence f , avec $f \ll 1/(R'C')$. Par ailleurs, la tension continue du générateur est réglée telle que $0 < V_0 < 2V_{\text{sat}}$. Dessiner sur un même graphe les

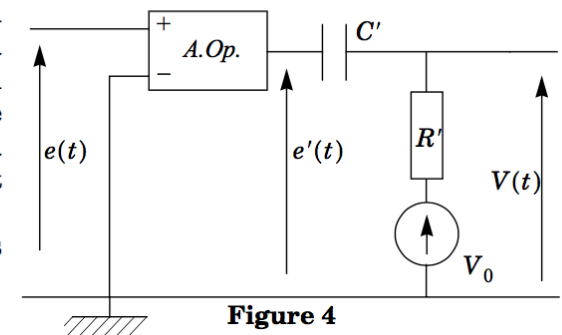


Figure 4

chronogrammes représentant les évolutions de $e(t)$, $e'(t)$ et $V(t)$ sur une durée supérieure à une période.

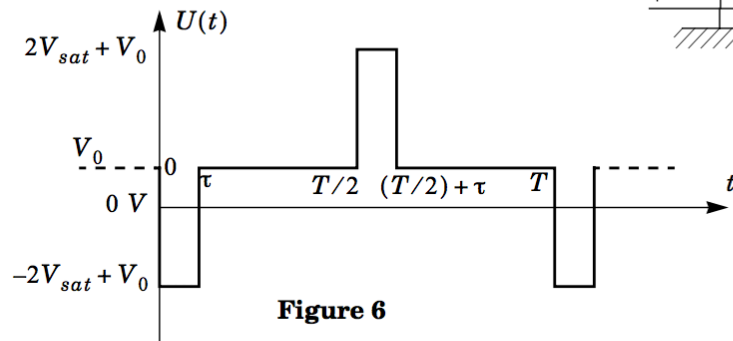
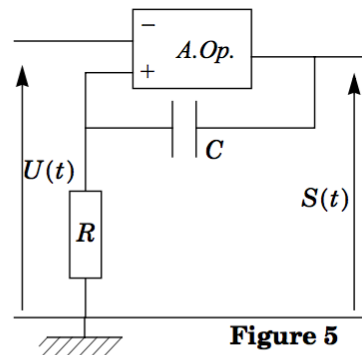
IV.C - Étude du module de sortie

On considère le module de sortie du fréquencemètre représenté sur la figure 5.

IV.C.1) L'A.Op. fonctionne-t-il en mode linéaire ou non ? Justifier votre réponse.

On suppose qu'à $t = 0$, la charge du condensateur est terminée. On attaque ce module par le signal $U(t)$, représenté sur la figure 6, de période T , formé d'impulsions rectangulaires alternatives (avec la double inégalité $0 < V_0 < 2V_{sat}$) :

$$\begin{cases} U(t) = -2V_{sat} + V_0 & 0 < t < \tau \\ U(t) = V_0 & \tau < t < T/2 \\ U(t) = 2V_{sat} + V_0 & T/2 < t < T/2 + \tau \\ U(t) = V_0 & T/2 + \tau < t < T \end{cases}$$



On suppose par ailleurs que $\tau \ll RC$.

IV.C.2) Que vaut la tension en sortie $S(t = 0^-)$ juste avant le front descendant de l'entrée $U(t)$?

IV.C.3) Montrer que la sortie de l'A.Op. bascule entre $t = 0^-$ et $t = 0^+$. Que vaut $V^+(t = 0^+)$?

Puisque $\tau \ll RC$, la tension V^+ n'a quasiment pas varié entre les dates $t = 0^+$ et $t = \tau$.

IV.C.4) La sortie de l'A.Op. bascule-t-elle à nouveau entre $t = \tau^-$ et $t = \tau^+$?

IV.C.5) Étape 1 : $0 < t < t_1$ (l'instant t_1 est défini à la question IV.C.5 b)

a) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $V^+(t)$ pour $0 < t < t_1$ et la résoudre.

b) Calculer la date de basculement de la tension $S(t)$, notée t_1 , en fonction de V_{sat} , V_0 , R et C . Préciser la valeur de la tension $V^+(t = t_1^+)$ juste après la date t_1 .

IV.C.6) Étape 2 : $t_1 < t < T$

a) Donner l'expression de $V^+(t)$ dans l'étape 2, définie par $t_1 < t < T/2$.

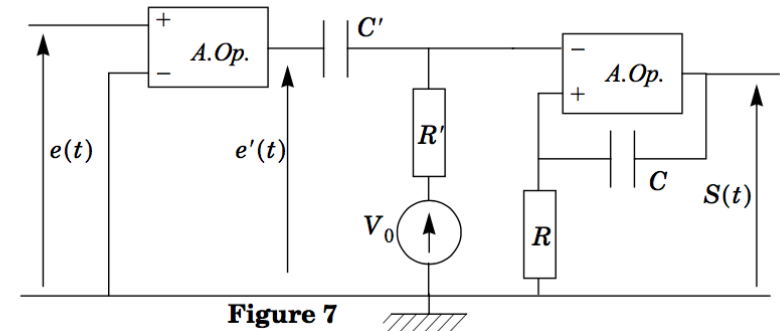
b) L'impulsion rectangulaire positive entre $t = T/2$ et $(T/2) + \tau$ envoyée en entrée fait-elle une nouvelle fois basculer la sortie de l'A.Op. ?

IV.C.7) Établir les trois chronogrammes représentant les trois graphes $V^-(t)$, $V^+(t)$ et $S(t)$ sur une période complète T .

IV.C.8) La forme rectangulaire des impulsions alternatives est elle déterminante pour le fonctionnement du module de sortie ?

IV.D - Étude du fréquencemètre analogique

On considère le fréquencemètre analogique décrit sur la figure 7. On envoie en entrée un signal $e(t)$ sinusoïdal de fréquence f : $e(t) = E \cos(2\pi ft)$



IV.D.1) À l'aide

des résultats de la section IV.B, quelle inégalité doivent vérifier les constantes R , C , R' et C' pour appliquer les résultats de la section IV.C lorsque le module de sortie est relié au module d'entrée du fréquencemètre ?

IV.D.2) Établir sur une période les cinq chronogrammes représentant les signaux $e(t)$, $e'(t)$, $V^-(t)$, $V^+(t)$ (tensions d'entrée du deuxième A.Op.) et $S(t)$ en respectant une même échelle des temps.

On note $\langle S \rangle$ la valeur moyenne de $S(t)$ sur une période.

IV.D.3) Utiliseriez-vous, en pratique, un voltmètre AC ou DC pour mesurer $\langle S \rangle$?

IV.D.4) Exprimer simplement $f = 1/T$ en fonction de $\langle S \rangle$, V_{sat} et t_0 défini par

$$t_0 = RC \ln\left(\frac{2V_{sat}}{V_0}\right).$$

En pratique, l'utilisation de ce fréquencemètre nécessite un étalonnage.

IV.E - Utilisation du fréquencemètre pour la détection des véhicules

On règle le fréquencemètre pour que $\langle S \rangle = 0$ en l'absence de véhicule au-dessus de la boucle. On note alors f_{sans} la fréquence de l'oscillateur alimentant la boucle inductive dans cette situation.

IV.E.1) Que doit valoir t_0 ?

IV.E.2) À partir de la relation vue en I.C.6, exprimer simplement la variation relative de fréquence de l'oscillateur $\Delta f/f_{sans}$ lors du passage d'un véhicule en fonction de la sensibilité S_{boucle} de la boucle enterrée (définie au III.D.4) en supposant qu'elle soit très petite devant l'unité.

IV.E.3) Calculer $\langle S \rangle$ lors du passage d'un véhicule, que l'on notera $\langle S \rangle_{véh}$, en fonction de S_{boucle} et V_{sat} .

Un véhicule sera détecté par la boucle inductive si la tension de sortie du fréquencemètre dépasse une valeur seuil que l'on prend égale à la moitié de la tension théorique $\langle S \rangle_{véh}$.

IV.E.4) Calculer la valeur numérique de la tension seuil avec $V_{sat} = 12 \text{ V}$ et en utilisant le résultat de la question III.D.4- c).

Complément pour réponse aux E2) et E4)

Définition de S_{boucle}

On appelle « sensibilité » de la boucle enterrée, notée S_{boucle} , la valeur absolue de la variation relative d'inductance $|\Delta L/L|$ due à la présence d'un véhicule au dessus d'elle.

$$S_{boucle} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(2)}{2\pi(5 \times 10^{-6})} \ln\left(1 + \left(\frac{0,5}{2(0,2)}\right)^2\right) = 8 \times 10^{-2}$$
