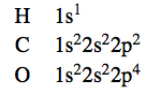
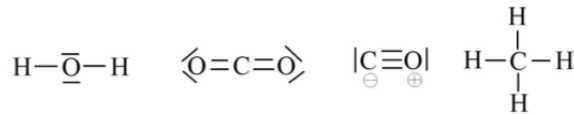


Partie 1 : Thermokast CCINP MP 2022

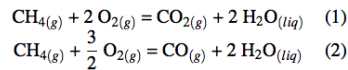
17. (a) Voici les configurations électroniques à l'état fondamental demandées :



Voici les schémas de Lewis demandés :



- (b) On écrit les réactions de combustion complète et incomplète du méthane :



Remarque : L'énoncé ne le précise pas, mais vu les données thermodynamiques dont on dispose, on considère que l'eau formée est à l'état liquide.

- (c) On utilise la loi de Hess, en sachant que l'enthalpie standard de formation de $\text{O}_{2(g)}$ est nulle :

$$\begin{array}{l} \Delta_r H_1^0 = \Delta_f H^0(\text{CO}_{2(g)}) + 2\Delta_f H^0(\text{H}_2\text{O}_{(liq)}) - \Delta_f H^0(\text{CH}_{4(g)}) \\ \Delta_r H_2^0 = \Delta_f H^0(\text{CO}_{(g)}) + 2\Delta_f H^0(\text{H}_2\text{O}_{(liq)}) - \Delta_f H^0(\text{CH}_{4(g)}) \end{array}$$

$$\text{AN : } \Delta_r H_1^0 = -890,7 \text{ kJ.mol}^{-1} \text{ et } \Delta_r H_2^0 = -608,2 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

- (d) On cherche la quantité de matière de méthane contenue dans la bulle :

$$n_{\text{CH}_4} = \frac{PV}{RT} \text{ avec } V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

L'énergie maximale libérée sera obtenue pour une combustion complète (1) et totale du méthane. Pour une combustion effectuée de manière isobare, le premier principe s'écrit :

$$\Delta H = n_{\text{CH}_4} \Delta_r H_1^0 = Q_p$$

$$\text{AN : } n = 1,2 \cdot 10^7 \text{ mol et } Q_p = -1,1 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

La quantité de matière de dioxygène nécessaire pour réaliser cette combustion vaut :

$$n_{\text{O}_2} = 2n_{\text{CH}_4}, \text{ soit une quantité de matière d'air } n_{\text{air}} = 5n_{\text{O}_2} = 10n_{\text{CH}_4}$$

On en déduit le volume d'air nécessaire :

$$V_{\text{air}} = \frac{n_{\text{air}} RT}{P}$$

$$\text{AN : } V_{\text{air}} = 2,7 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

On cherche ici à calculer une température de flamme isobare adiabatique. On applique le premier principe au système constitué du méthane dans une bulle et du volume d'air nécessaire pour l'oxyder. La transformation étant isobare adiabatique, on trouve : $\Delta H = Q_p = 0$.

— A l'instant initial, le système est constitué de n moles de $\text{CH}_{4(g)}$, $2n$ moles de $\text{O}_{2(g)}$ et $8n$ moles de $\text{N}_{2(g)}$ à la température $T_i = 27^\circ\text{C}$.

— A l'instant final, le système est constitué de $2n$ moles de $\text{H}_2\text{O}_{(g)}$, n moles de $\text{CO}_{2(g)}$ et $8n$ moles de $\text{N}_{2(g)}$ à la température T_f inconnue.

On utilise les propriétés de fonction d'état de l'enthalpie en calculer ses variations le long du chemin suivant :

— Étape (1) : combustion complète isotherme : $\Delta H_1 = n\Delta_r H_1^0$

— Étape (2) : changement de température et d'état pour les produits de la réaction :

$$\Delta H_2 = 9nC_p(T_f - T_i) + \Delta H_{\text{eau}}$$

On calcule la variation d'enthalpie de l'eau en décomposant la transformation en 3 étapes :

— Réchauffement de l'eau liquide jusqu'à la température de vaporisation $T_{\text{vap}} = 100^\circ\text{C}$:

$$\Delta H_{\text{eau},1} = 2nC'_p(T_{\text{vap}} - T_i)$$

— Vaporisation isotherme isobare de l'eau à $T_{\text{vap}} = 100^\circ\text{C}$: $\Delta H_{\text{eau},2} = 2nL_{\text{vap}}$

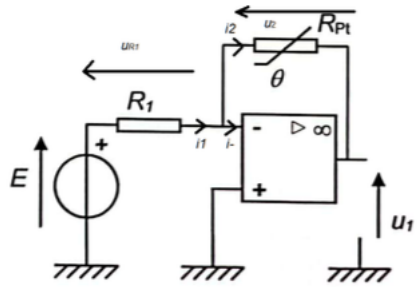
— Réchauffement de la vapeur d'eau jusqu'à la température finale T_f : $\Delta H_{\text{eau},3} = 2nC_p(T_f - T_{\text{vap}})$

On obtient alors :

$$0 = n\Delta_r H_1^0 + 9nC_p(T_f - T_i) + 2nC'_p(T_{\text{vap}} - T_i) + 2nL_{\text{vap}} + 2nC_p(T_f - T_{\text{vap}})$$

$$\text{soit } T_f = \frac{-\Delta_r H_1^0 + 9C_p T_i - 2C'_p(T_{\text{vap}} - T_i) - 2L_{\text{vap}} + 2C_p T_{\text{vap}}}{11C_p}$$

AN : $T_f = 3,8 \cdot 10^3 \text{ K}$: Cette température est bien supérieure à la température d'auto-inflammation des herbes sèches et brindilles, on en déduit que ces bulles de méthane produisent de violents incendies.



Partie 2 : Chauffage de l'eau d'une piscine

CCINP TSI 2025

Q39. On applique la loi des nœuds à l'entrée non inverseuse : $i_1 = i^- + i_2$; comme l'ALI est idéal, $i^- = 0$ et $i_1 = i_2$. En termes de potentiel :

$$\frac{u_{R1}}{R_1} = \frac{u_2}{R_{Pt}} \iff \frac{E - v^-}{R_1} = \frac{v^- - u_1}{R_{Pt}}$$

On a une rétroaction sur l'entrée inverseuse, on peut donc supposer l'ALI en régime linéaire. Comme l'ALI est idéal, $v^- = v^+ = 0$. On trouve finalement $u_1 = -\frac{R_{Pt}}{R_1}E$.

Q40. La sortie de l'ALI étant bornée ($u_1 < V_{SAT}$), ce fonctionnement ne fonctionnera pas correctement si u_1 devrait dépasser V_{SAT} .

Q41. On remplace : $u_1 = -\frac{R_0(1+a\theta)}{R_1}E = u_0 - |s|\theta$ donc la sensibilité est donnée par $s = \frac{R_0a}{R_1}E$.

Q42. On fait l'application numérique : $s = 3,85.10^{-3} \text{ V} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$.

Q43. La température du bassin va varier au maximum de 6°C ce qui correspondra à une variation de tension totale d'environ 20 mV ce qui risque d'être en dessous de la valeur de seuil du CAN qui risque alors de ne pas suivre correctement l'évolution de la température.

Q44. u_e est une tension purement sinusoïdale qui ne comporte donc qu'un harmonique de fréquence 50 Hz et qui a une valeur moyenne de 2 V, c'est à dire une composante continue. Le spectre correct est donc celui du graphe 2. Le graphe 1 ne convient pas car il ne comporte pas de composante continue, Le graphe 3 ne correspond pas à une tension sinusoïdale, quant au graphe 4, ce n'est pas un spectre en fréquence, mais l'allure (temporelle) du signal.

Q45. À basses fréquences, le condensateur est équivalent à un circuit ouvert donc $u_s(t) = u_e(t)$: le filtre est passant. À hautes fréquences, le condensateur est équivalent à un circuit fermé donc $u_s(t) = 0$ et le filtre est coupé. Le circuit est donc un filtre passe-bas. En choisissant convenablement sa fréquence de coupure, on pourra donc isoler la composante continue du signal d'entrée.

Q46. H_0 est le gain maximum du filtre. Ici, en appliquant le pont diviseur de tension, il vient :

$$\underline{H} = \frac{1}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + jRC\omega} \text{ donc } \boxed{H_0 = 1}$$

Q47. $G_{dB} = 20 \log(|\underline{H}|)$ or si $\omega \ll \omega_c$ alors $\underline{H} \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 1$ donc $\boxed{G_{dB} \approx 0}$ si $\omega \ll \omega_c$.

Q48. La fréquence de coupure à -3 dB est la fréquence f_c pour laquelle $G_{dB}(f_c) = G_{dB,max} - 3$. Cela correspond aussi à la valeur pour laquelle $|\underline{H}(f_c)| = \frac{H_0}{\sqrt{2}}$, ici, $|\underline{H}| = \frac{H_0}{\sqrt{1+RC\omega_c}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ soit $\omega_c = \frac{1}{RC}$ soit

$$\boxed{f_c = \frac{1}{2\pi RC}}.$$

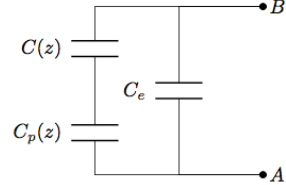
Q49. Si l'on choisit $f_c = 0,5 \text{ Hz}$, alors $f = 50 \text{ Hz}$ se situe 2 décades au dessus de f_c et elle sera atténuée d'environ 40 dB. On peut donc considérer qu'il ne reste que la composante continue : $\boxed{u_s(t) = 2 \text{ V}}$.

Partie 3 : Capteur capacitif

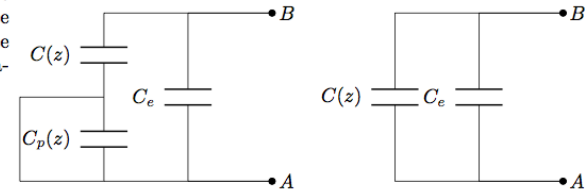
E3A PSI 2013

A.5. La capacité équivalente à l'association représentée ci-contre est :

$$\boxed{C_{AB} = C_e + \frac{C(z)C_p(z)}{C(z) + C_p(z)}}$$



A.6. Relier électriquement l'armature extérieure de la sonde de mesure à la surface métallique permet de s'affranchir de la capacité parasite C_p .



A.7. D'après A.5 et dans la limite $C_p \rightarrow \infty$: $C_{AB}(z) = \frac{\pi r^2 \epsilon_0}{z} + \frac{2\pi \ell \epsilon_0}{\ln \frac{r+e}{r}}$

Au premier ordre en $\frac{e}{r}$: $C_{AB}(z) \simeq \frac{\pi r^2 \epsilon_0}{z} + 2\pi \ell \epsilon_0 \frac{r}{e}$

$$\boxed{C_{AB}(z) \simeq \pi \epsilon_0 r \left(\frac{r}{z} + \frac{2\ell}{e} \right)}$$

A.8. Avec $z = z_0 + \Delta z$, $C_{AB} \simeq \pi \epsilon_0 r \left(\frac{r}{z_0 + \Delta z} + \frac{2\ell}{e} \right)$

Donc au premier ordre en $\frac{\Delta z}{z_0}$: $C_{AB} \simeq \pi \epsilon_0 r \left(\frac{r}{z_0} \left(1 - \frac{\Delta z}{z_0} \right) + \frac{2\ell}{e} \right)$

Donc $C_{AB} \simeq \pi \epsilon_0 r \left(\frac{r}{z_0} + \frac{2\ell}{e} \right) \left(1 - \frac{\frac{r}{z_0}}{\frac{r}{z_0} + \frac{2\ell}{e}} \frac{\Delta z}{z_0} \right)$

Donc $C_{AB} \simeq \pi \epsilon_0 r \left(\frac{r}{z_0} + \frac{2\ell}{e} \right) \left(1 - \frac{re}{re + 2\ell z_0} \frac{\Delta z}{z_0} \right)$

$$\text{On pose } \begin{cases} C_0 = \pi \epsilon_0 r \left(\frac{r}{z_0} + \frac{2\ell}{e} \right) \\ k = -\frac{re}{re + 2\ell z_0} \end{cases} \text{ alors } C_{AB} = C_0 \left(1 + k \frac{\Delta z}{z_0} \right)$$

Soit $\boxed{C_0 = 7 \text{ pF}}$ et $\boxed{k = -0,2}$

B Conditionnement du capteur

B.1. Mise en équation :

$$\begin{cases} V_- = V_1 \\ V_- = V_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{AO idéal en régime linéaire} \\ \text{pont diviseur de tension} \end{array}$$

Donc : $V_1 = V_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$.

La fonction de transfert du montage amplificateur est :

$$\underline{H}_1(j\omega) = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Le montage a une structure de pont diviseur de tension :

$$V_4 = V_3 \frac{\frac{R}{1+RCj\omega}}{R + \frac{1}{\frac{1}{C_{AB}j\omega} + \frac{R}{1+RCj\omega}}}$$

Donc :

$$\frac{V_4}{V_3} = \frac{RC_{AB}j\omega}{RC_{AB}j\omega(1+RCj\omega) + 1 + RCj\omega + RC_{AB}j\omega}$$

La fonction de transfert du filtre de Wien est : $\underline{H}_2(j\omega) = \frac{RC_{AB}j\omega}{1 + R(C + 2C_{AB})j\omega + R^2CC_{AB}(j\omega)^2}$

Le montage est un filtre passe bande du second ordre.

B.2. La fonction de transfert est : $\underline{H}(j\omega) = \underline{H}_1(j\omega)\underline{H}_2(j\omega)$

Donc : $\underline{H}(j\omega) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{RC_{AB}j\omega}{1 + R(C + 2C_{AB})j\omega + R^2CC_{AB}(j\omega)^2}$

La tension V_s vérifie alors :

$$[1 + R(C + 2C_{AB})j\omega + R^2CC_{AB}(j\omega)^2]V_s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)RC_{AB}j\omega V_s$$

$$\left[1 + R\left(C + \left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right)C_{AB}\right)j\omega + R^2CC_{AB}(j\omega)^2\right]V_s = 0$$

L'équation différentielle vérifiée par $v_s(t)$ est alors :

$$R^2CC_{AB} \frac{d^2v_s}{dt^2} + R\left(C + \left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right)C_{AB}\right) \frac{dv_s}{dt} + v_s(t) = 0$$

Le système se comporte comme un oscillateur harmonique si : $C + \left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right)C_{AB} = 0$

Donc, la condition d'oscillation sinusoïdale est $R_2 = R_1\left(1 + \frac{C}{C_{AB}}\right)$

$v_s(t)$ vérifie alors : $R^2CC_{AB} \frac{d^2v_s}{dt^2} + v_s(t) = 0$

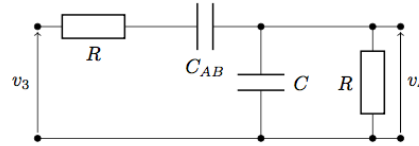
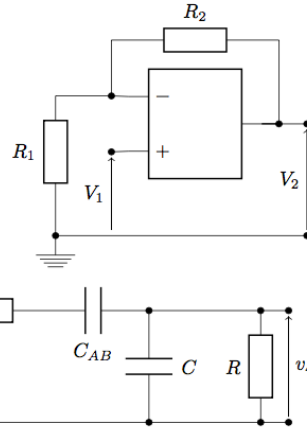
La pulsation des oscillations est $\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{CC_{AB}}}$

B.3. $R_2 = 2R_1$ donc $R_2 = 200 \text{ k}\Omega$ et $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ donc $\omega_0 = 1,4 \times 10^6 \text{ rad s}^{-1}$

B.4. D'après A.8 : $C_{AB} = C_0\left(1 + k\frac{\Delta z}{z_0}\right)$ et $R_2 = 2R_1$.

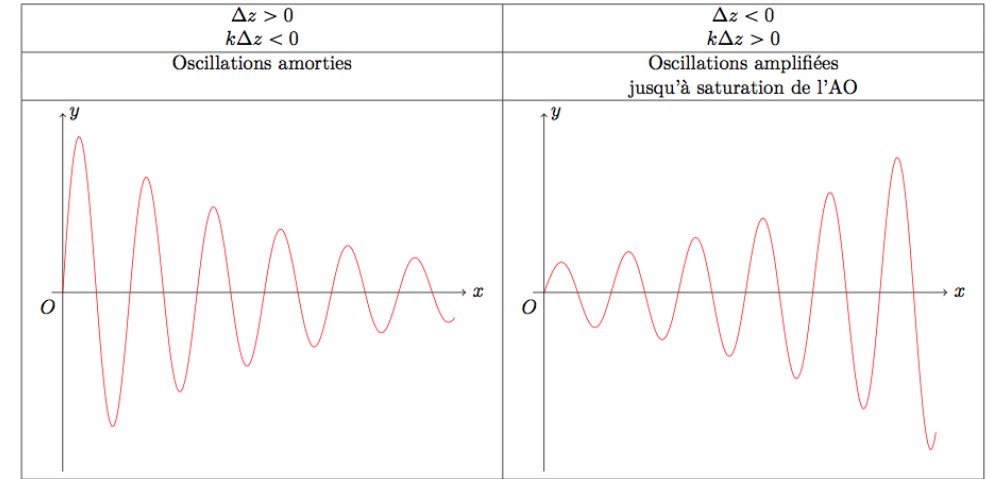
L'équation différentielle vérifiée par $v_s(t)$ est donc :

$$(RC_0)^2 \left(1 + k\frac{\Delta z}{z_0}\right)^2 \frac{d^2v_s}{dt^2} + RC_0 \left[1 - \left(1 + k\frac{\Delta z}{z_0}\right)\right] \frac{dv_s}{dt} + v_s(t) = 0$$



Donc, au premier ordre en $\frac{\Delta z}{z_0}$:

$$(RC_0)^2 \left(1 + 2k\frac{\Delta z}{z_0}\right) \frac{d^2v_s}{dt^2} + RC_0k\frac{\Delta z}{z_0} \frac{dv_s}{dt} + v_s(t) = 0$$



B.5. Avec une valeur adaptée de R_2 , $v_s(t)$ vérifie : $\frac{1}{\omega_0^2} \left(1 + 2k\frac{\Delta z}{z_0}\right) \frac{d^2v_s}{dt^2} + v_s(t) = 0$

La pulsations des oscillations est alors : $\omega_{\text{osc}} = \omega_0 \left(1 - k\frac{\Delta z}{z_0}\right)$

C Conditionnement du signal

C.1. Le montage présente un pont diviseur de tension en e^+ : $\underline{e}^+ = V_2 \frac{1}{1 + R_3C_3j\omega}$.

La loi des nœuds en terme de potentiel en e^- est : $\frac{v_2 - e^-}{R_3} + \frac{v_5 - e^-}{R_3} = 0$

Donc $\underline{e}^- = \frac{1}{2}(v_2 + v_5)$

L'AO est idéal et fonctionne en régime linéaire : $e^+ = e^-$. Donc $V_2 \frac{1}{1 + R_3C_3j\omega} = \frac{1}{2}(V_2 + V_5)$

La transmittance du circuit est alors : $\underline{T}_5 = \frac{1 - R_3C_3j\omega}{1 + R_3C_3j\omega}$

Comme $|\underline{T}_5| = 1$, $|V_5| = |V_2|$.

Le déphasage φ entre v_5 et v_2 est donné par $\varphi = \arg(\underline{T}_5)$

Donc $\varphi = 2\arg(1 - R_3C_3j\omega)$: $\varphi = -2\arctan(R_3C_3\omega)$

Le montage étudié est un passe-tout déphaseur.

C.2. Le bloc B est un multiplieur.

Avec $\begin{cases} v_2(t) = V_0 \sin(\omega t) \\ v_5(t) = V_0 \sin(\omega t + \varphi) \\ v_6(t) = \frac{v_2(t)v_5(t)}{E} \end{cases}$, d'où $v_6(t) = \frac{V_0^2}{2E} (\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi))$

C.3. Le montage est un diviseur de tension : $\underline{T}_{SC} = \frac{1}{1 + R_4C_4j\omega}$

L'étage C est un filtre passe-bas du premier ordre, de pulsation de coupure $\omega_c = \frac{1}{R_4 C_4}$

Si $\omega \ll \omega_c$, la partie sinusoïdale de $v_6(t)$ est coupée par la filtre C, tandis que la partie continue est transmise sans atténuation.

$$\text{Si } \omega \ll \omega_c, v_{sc} = \frac{V_0^2}{2E} \cos \varphi$$

C.4. $v_{sc} = \frac{V_0^2}{2E} \cos \varphi$, donc $v_{sc} = \frac{V_0^2}{2E} \frac{1 - \tan^2 \frac{\varphi}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\varphi}{2}}$.

D'après C.1 $\tan \frac{\varphi}{2} = -R_3 C_3 \omega$, donc : $V_{sc} = \frac{V_0^2}{2E} \frac{1 - (R_3 C_3 \omega)^2}{1 + (R_3 C_3 \omega)^2}$.

ω est la pulsation de la tension $v_2(t)$ déterminée en B.5 : $\omega = \omega_{osc} = \omega_0 \left(1 - k \frac{\Delta z}{z_0}\right)$

Donc $V_{sc} = \frac{V_0^2}{2E} \frac{1 - \left[R_3 C_3 \omega_0 \left(1 - k \frac{\Delta z}{z_0}\right)\right]^2}{1 + \left[R_3 C_3 \omega_0 \left(1 - k \frac{\Delta z}{z_0}\right)\right]^2}$

Pour que V_{sc} soit proportionnelle à Δz , il faut choisir $R_3 C_3 \omega_0 = 1$. Alors :

$$V_{sc} = \frac{V_0^2}{2E} \frac{1 - \left(1 - k \frac{\Delta z}{z_0}\right)^2}{1 + \left(1 - k \frac{\Delta z}{z_0}\right)^2}$$

Au premier ordre en $\frac{\Delta z}{z_0}$: $V_{sc} = -\frac{V_0^2}{2E} k \frac{\Delta z}{z_0}$

C.5. La sensibilité de ce capteur est : $S = \frac{V_{sc}}{\Delta z}$.

Donc $S = -\frac{k V_0^2}{2E z_0}$

Soit $S = 2,5 \text{ V mm}^{-1}$

C.6. Les inconvénients de ce capteur :

— Ce capteur capacitif ne fonctionne qu'avec des surfaces métalliques planes ;

Les avantages de ce capteur :

— Le conditionnement du signal est assez simple ;

— la mesure est indépendante de la nature de la surface (à condition qu'elle soit métallique...) ;

— Les mesures électriques sont moins sensibles aux perturbations extérieures que les mesures magnétiques.