

DS PSI – Lycée du Parc des Loges

1 octobre 2025

Physique Chimie

Durée : 4 heures

Les calculatrices sont autorisées.

NB. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Partie 1 : Thermokarst de la taïga dû aux bulles de méthane

Données de la partie VIII

Constituant physicochimique	CH ₄ (g)	CO (g)	CO ₂ (g)	H ₂ O (liq)
$\Delta_f H^\circ (298\text{K})$ en kJ·mol ⁻¹	-74,4	-111	-393,5	-285,8

Constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

Numéros atomiques : hydrogène H (Z = 1), carbone C (Z = 6) et oxygène O (Z = 8)

L'hydrate de méthane (CH₄)₈·46 H₂O, naturellement présent dans le sol, est un composé d'origine organique, constitué d'une fine cage de glace dans laquelle le méthane CH₄ est piégé : le sol gelé constitue une sorte d'éponge qui stabilise le méthane sous forme solide. L'hydrate de méthane est stable à des basses températures et de fortes pressions. À une profondeur donnée, un réchauffement peut le rendre instable, donnant naissance à de l'eau liquide et à du gaz méthane. Les bulles de méthane forment une sorte de nasse qui vient éclater à la surface, engendrant le thermokarst. On voit des cratères gigantesques se former comme sur la **photo ci-après**. Ce cratère a une profondeur H = 50 m et un rayon R = 40 m.

En Sibérie, le réchauffement climatique est 2,5 fois plus important qu'ailleurs et certains biologistes craignent que des virus vieux de plusieurs milliers d'années soient ainsi réactivés et créent des situations sanitaires à très haut risque.



Photographie extraite d'articles Wikipédia

La taïga peut avoir l'aspect d'un véritable brasier pendant les mois d'été. Le départ des feux peut être d'origine humaine mais ils sont entretenus par la grande quantité de méthane qui vient en surface. Le méthane est auto-inflammable comme le montre l'existence des feu-follets au-dessus des marécages.

Q17. Intéressons-nous aux propriétés chimiques du méthane.

- Indiquer les configurations électroniques des atomes H, C et O. Proposer des formules de Lewis pour les molécules d'eau, de dioxyde de carbone, de monoxyde de carbone et de méthane.
- Écrire les réactions de combustion complète (réaction 1) ou incomplète (réaction 2) du méthane CH₄. Une combustion complète donne naissance à la forme oxydée du carbone CO₂ tandis qu'une combustion incomplète donne naissance à la forme oxydée CO.
- Calculer les enthalpies standards de ces deux réactions, supposées indépendantes de la température.
- En assimilant les bulles de méthane à des sphères, de rayon de 40 m à 273 K et 1 bar,

Montrer que la quantité n de CH₄ d'une bulle est de $1,2 \cdot 10^7$ mol.

calculer l'énergie maximale libérée par l'oxydation de la bulle. Évaluer le volume d'air nécessaire. On considère les gaz parfaits et l'air comme un mélange parfait contenant 20 % de dioxygène et du diazote.

- En supposant l'oxydation complète totale (1), quelle température obtiendrait-on à partir d'une température estivale de 27 °C ? On supposera la combustion suffisamment rapide pour supposer que le système siège de la transformation chimique évolue de manière isobare adiabatique. On admet que les gaz parfaits sont caractérisés par une capacité thermique molaire isobare qui vaut $C_p = 21 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

La capacité thermique isobare molaire de l'eau liquide vaut $C_p = 75 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et son enthalpie molaire de vaporisation vaut $\Delta_{\text{vap}} H^\circ = L_{\text{vap}} = 40,8 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$. On rappelle que sous 1 bar la température de vaporisation de l'eau est $T_{\text{vap}} = 100^\circ \text{C}$.

Décrivez avec précision la composition du système et les étapes des transformations considérées pour établir cette température.

Commenter sachant que la température d'auto-inflammation des herbes sèches et brindilles est de l'ordre de 300°C .

Partie 2 : Chauffage de l'eau d'une piscine

Dans cette partie, on aborde le chauffage de l'eau d'un des bassins du parc aquatique. Ce bassin, d'un volume total de 200 m^3 , doit être maintenu à une température de 26°C pour le confort des baigneurs.

La température de l'environnement T_0 sera prise égale à 20°C .

On désire mesurer la température θ de l'eau afin de réguler son chauffage. On utilise ainsi une sonde Pt100, capteur résistif de température dont la résistance R_{Pt} suit une fonction affine de θ :

$$R_{\text{Pt}} = R_0(1 + a\theta), \text{ avec } R_0 = 100 \Omega \text{ et } a = 3,85 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ \text{C}^{-1}. \quad (3)$$

θ représente l'écart de température piscine/environnement T_0

Il faut d'abord inclure ce capteur dans le montage avec Amplificateur Linéaire Intégré (ALI) de la figure 4 avant de traiter le signal analogique par une chaîne numérique, en particulier pour en effectuer une Conversion Analogique-Numérique (CAN).

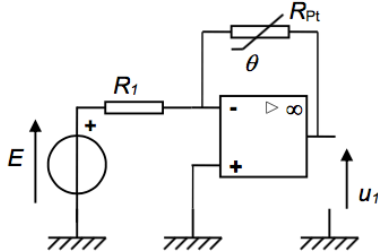


Figure 4 - Schéma du montage incluant le capteur de température Pt100

Q39. Exprimer u_1 en fonction de R_1 , R_0 , a , E et de θ , dans le cas où l'ALI est parfait et de gain infini.

Q40. Évoquer une limitation de l'ALI qui pourrait nuire au fonctionnement correct de ce montage.

Q41. Exprimer la sensibilité s du montage en $\text{V} \cdot ^\circ \text{C}^{-1}$ en fonction de R_1 , R_0 , a et de E .

La sensibilité s est définie par : $\Delta u = u_1 - u_0 = -s \theta$ avec u_0 la tension de sortie pour une température de la piscine égale à celle de l'environnement ($s > 0$)

Q42. En prenant $R_1 = R_0 = 100 \Omega$ et $E = 1,0 \text{ V}$, calculer cette sensibilité s .

La tension $u_1(t)$ doit ensuite être numérisée via un Convertisseur Analogique-Numérique (CAN).

Q43. Expliquer pourquoi une valeur aussi faible de sensibilité risque de ne pas permettre un suivi convenable de la température du bassin.

On soumet la tension $u_1(t)$ à plusieurs quadripôles, non représentés, pour des transformations telles que, en sortie de l'ensemble des quadripôles, on obtient :

$$u_e(t) = 2 + 3\cos(2\pi 50t) \text{ avec } u_e \text{ en V et } t \text{ en s.} \quad (4)$$

La partie de la tension $u_e(t)$ variable périodiquement en fonction du temps est due à des parasites électriques, de fréquence 50 Hz , amplifiés par les différents quadripôles intermédiaires. Il faudrait garder uniquement la composante continue de ce signal car elle seule contient l'information dépendante de la température. On utilise pour cette fonction le circuit de la figure 5 :

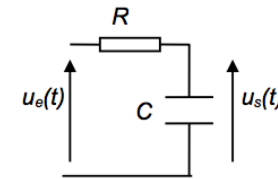
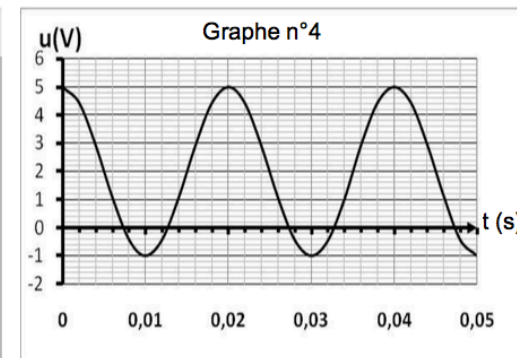
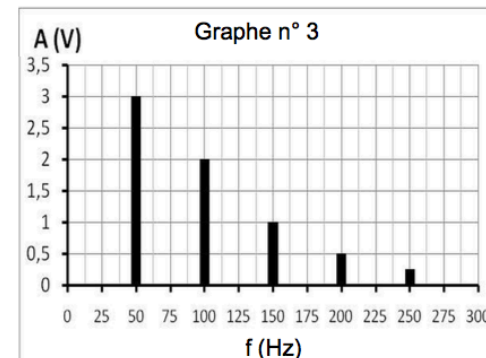
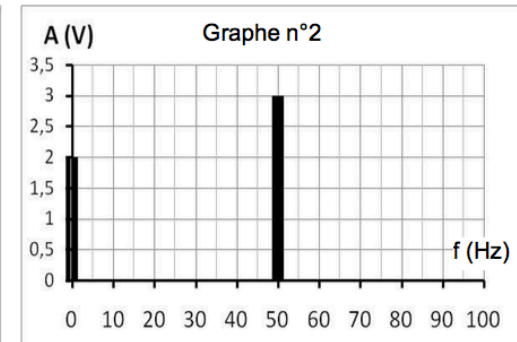
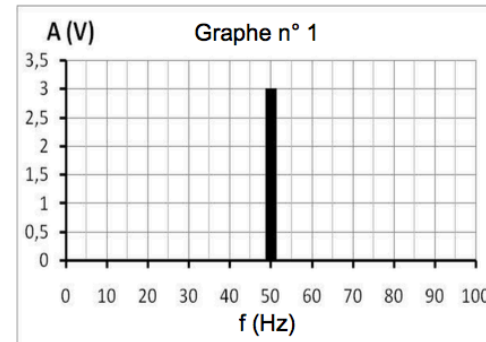


Figure 5 - Schéma du montage utilisé pour le traitement de $u_e(t)$

Q44. Indiquer, parmi les graphes suivants, celui qui représente le spectre en amplitude de $u_e(t)$. Préciser pourquoi les autres graphes ne conviennent pas.



Q45. À l'aide des équivalents en haute et basse fréquences des composants, déterminer la nature du filtre réalisé avec le circuit de la **figure 5**. Justifier si ce circuit permet d'isoler la composante continue du signal.

Montrer que la fonction de transfert de ce filtre est la suivante et déterminer ω_c sa pulsation de coupure

$$\underline{H} = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} \quad (5)$$

Q46. Nommer H_0 et en donner la valeur en justifiant.

Q47. Préciser la valeur du gain en décibel, G_{db} , lorsque $\omega \ll \omega_c$.

Q48. Rappeler la définition de la fréquence de coupure à -3 dB. Donner l'expression de cette fréquence de coupure, notée f_c , en fonction de R et de C pour ce circuit.

Comme précisé précédemment, on applique en entrée de ce circuit le signal $u_e(t)$ d'expression :

$$u_e(t) = 2 + 3\cos(2\pi 50t) \text{ avec } u_e \text{ en V et } t \text{ en s.} \quad (4)$$

Q49. Déterminer l'expression numérique de $u_s(t)$ en prenant $f_c = 0,5$ Hz. Conclure.

Partie 3 : Capteur de proximité capacitif

A / ETUDE DU CONDENSATEUR DE MESURE

Comme le montre la **figure 1a** ci-dessous, la tête de mesure de ce capteur est formée d'un conducteur cylindrique (A) et d'une enveloppe métallique coaxiale (B) réalisant un condensateur de capacité fixe C_e :

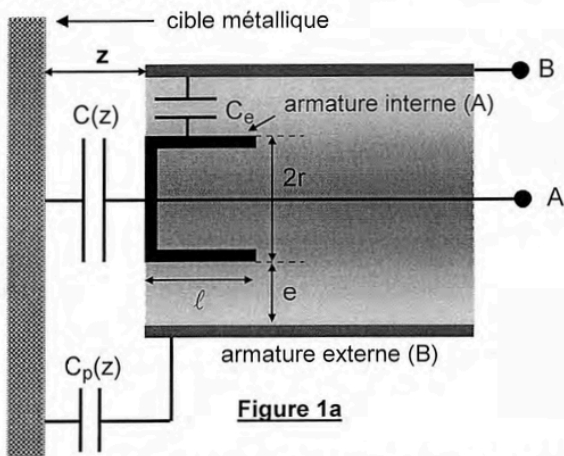


Figure 1a

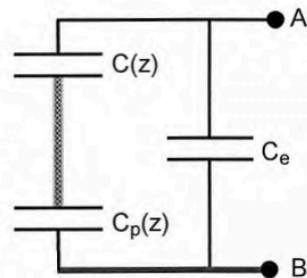


Figure 1b

Le but de la mesure est de détecter la distance z entre la tête de mesure et la cible.

Lorsque la cible métallique s'approche de l'extrémité des conducteurs (A) et (B), ceux-ci constituent avec elle deux autres condensateurs :

- l'un, de capacité $C(z)$, a pour armatures le disque externe du conducteur central cylindrique (A) de diamètre $2r$ et z est la distance qui le sépare de la cible ;
- l'autre est un condensateur parasite, de capacité $C_p(z)$, formé par l'enveloppe extérieure (B) du capteur et la cible.

Le schéma électrique équivalent du capteur est représenté sur la **figure 1b**.

Les lois de l'électrostatique permettent de déterminer les capacités des condensateurs C_e et $C(z)$:

$$C_e = \frac{2\pi l \epsilon_0}{\ln\left(\frac{r+e}{r}\right)}$$

$$C(z) = \frac{\pi r^2 \epsilon_0}{z}$$

A5. Déterminer la capacité C_{AB} de la tête de mesure en fonction de C_e , $C(z)$ et $C_p(z)$.

A6. Proposer une opération technique simple permettant de s'affranchir de la capacité parasite $C_p(z)$ (ce qui sera le cas dans la suite du problème : $C_p \rightarrow +\infty$).

A7. Ecrire l'expression finale de la capacité C_{AB} en fonction de ϵ_0 , ℓ , r , e et z , sachant que la distance e entre les armatures en regard est faible devant leurs rayons respectifs. (effectuer pour cela un développement limité au 1^{er} ordre en e/r)

Le capteur fonctionne pour une distance cible-tête de mesure z variant d'une faible quantité Δz à partir d'une valeur de référence z_0 : $z = z_0 + \Delta z$ (avec l'approximation $\Delta z/z_0 \ll 1$).

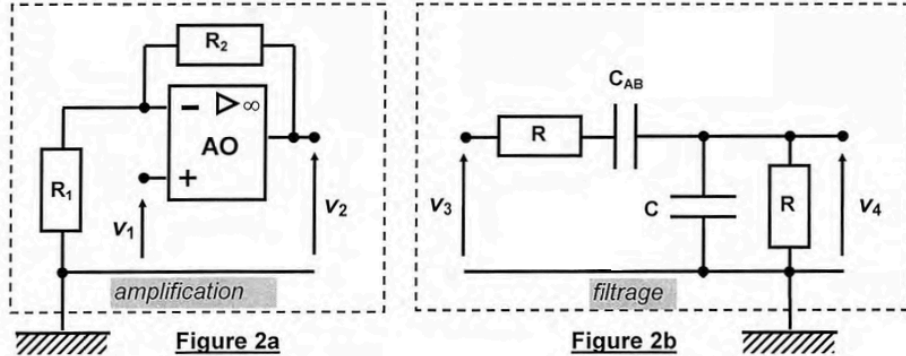
A8. Montrer que la capacité C_{AB} peut s'écrire sous la forme : $C_{AB} = C_0 \left(1 + k \frac{\Delta z}{z_0}\right)$; identifier C_0 et k , puis calculer de façon approchée leurs valeurs numériques à l'aide des données suivantes : $r = 10$ mm, $\ell = 10$ mm, $e = 1$ mm, $z_0 = 2$ mm et $\epsilon_0 \approx 9.10^{-12}$ F.m⁻¹.

Pour la **question A7**. On rappelle pour les faibles valeurs de x telle que $x \ll 1$, le développement limité :

$\ln(1+x) = x$ à l'ordre le plus bas

B / CONDITIONNEMENT DU CAPTEUR

A la tension électrique $v(t) = V_0 \cos(\omega t + \phi)$ peut être associée, en notation complexe, le signal analytique $\underline{v}(t) = \underline{V}_0 \exp(j\omega t)$ où $\underline{V}_0 = V_0 \exp(j\phi)$ désigne l'amplitude complexe du signal et j le complexe tel que $j^2 = -1$. Les amplificateurs opérationnels (AO) sont supposés idéaux et en fonctionnement linéaire. Le capteur de capacité C_{AB} est inséré dans un circuit de mesure comportant deux blocs : un bloc amplificateur (Figure 2a) et un bloc de filtrage (Figure 2b).



- B1.** Exprimer les fonctions de transfert (ou transmittances) en boucle ouverte $\underline{H}_1(j\omega) = \underline{V}_2(j\omega)/\underline{V}_1(j\omega)$ et $\underline{H}_2(j\omega) = \underline{V}_4(j\omega)/\underline{V}_3(j\omega)$ en supposant chacun des blocs alimenté par une tension sinusoïdale. Préciser la nature du filtre de fonction de transfert $\underline{H}_2(j\omega)$.

La borne de sortie de l'amplificateur est reliée à l'entrée du filtre et la borne de sortie du filtre est reliée à la borne non inverseuse de l'AO, de sorte que : $v_1 = v_4$ et $v_2 = v_3 = v_5$.

- B2.** Quelle est l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \underline{H}_1(j\omega) \times \underline{H}_2(j\omega)$ en régime sinusoïdal ? En déduire l'équation différentielle à laquelle obéit la tension $v_s(t)$ pour un régime quelconque. Pour quelle valeur de R_2 , fonction de R_1 , C et C_{AB} , des oscillations sinusoïdales stables peuvent-elles s'établir ? Quelle est alors la pulsation ω_0 de ces oscillations ?

Fixons $C = C_0$ et $R = R_1 = 100 \text{ k}\Omega$ et supposons que $\Delta z = 0$.

- B3.** Déterminer les valeurs de la résistance R_2 et de la pulsation ω_0 de l'oscillateur.

Dès que la tête du capteur se déplace par rapport à la cible, la capacité C_{AB} varie. La résistance R_2 garde la valeur obtenue dans la question précédente et C est fixée à C_0 .

- B4.** Réécrire, pour un faible déplacement de la cible ($\Delta z/z_0 \ll 1$), l'équation différentielle vérifiée par $v_s(t)$ en faisant apparaître les paramètres k , C_0 , R et $\Delta z/z_0$.

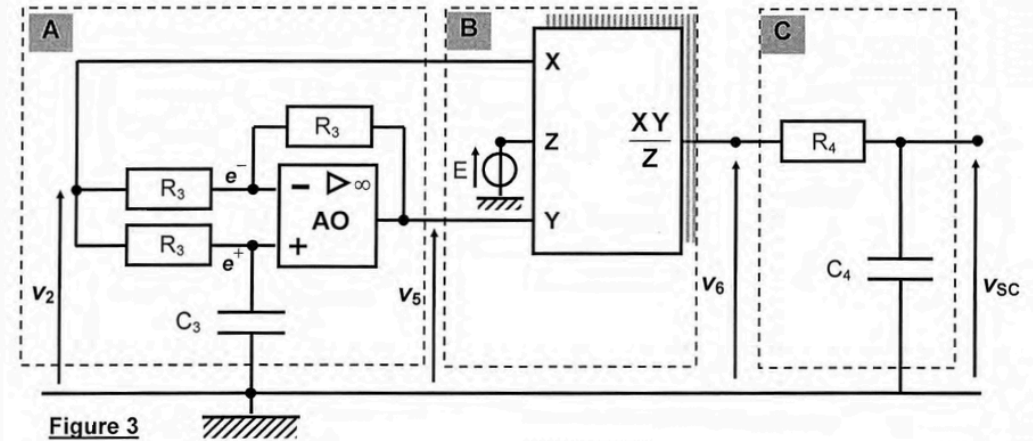
Comment évolue alors $v_s(t)$ pour un faible déplacement Δz positif ou négatif de la cible ?

La condition d'oscillation n'est plus vérifiée à chaque instant par une résistance R_2 fixe car cette condition s'écrit en fonction de la capacité C_{AB} variable ; la résistance R_2 est remplacée par un montage approprié assurant les oscillations. Ce montage ne sera pas étudié ici.

- B5.** Pour une valeur adaptée de R_2 , quelle est l'expression de la pulsation ω_{OSC} des oscillations obtenues en fonction de ω_0 , k et $\frac{\Delta z}{z_0}$?

C / CONDITIONNEMENT DU SIGNAL

La tension $v_2(t) = V_0 \sin(\omega t)$ est injectée dans une série de trois montages élémentaires A, B et C ne comportant que des composants idéaux (Figure 3).



- C1.** Ecrire les tensions e^+ et e^- mesurées par rapport à la masse de potentiel nul, respectivement aux entrées non inverseuse et inverseuse de l'AO en fonction des composants de l'étage A et des tensions v_2 et v_5 ; en déduire la transmittance $\underline{T}_A(j\omega) = \frac{\underline{V}_5(j\omega)}{\underline{V}_2(j\omega)}$. Comparer les amplitudes V_5 et V_2 puis exprimer le déphasage ϕ de v_5 par rapport à v_2 . Préciser la fonction de cet étage.

E représente une tension continue délivrée par un générateur.

- C2.** Préciser le rôle joué par le bloc B. Exprimer la tension instantanée $v_6(t)$ en sortie de ce bloc, en fonction de l'amplitude V_0 , du déphasage ϕ , de la tension E , de la pulsation ω et de t .

Relation utilisable : $2 \sin(a) \sin(b) = \cos(a - b) - \cos(a + b)$

- C3.** Déterminer la fonction de transfert $\underline{T}_C(j\omega) = \frac{\underline{V}_{SC}(j\omega)}{\underline{V}_6(j\omega)}$. En déduire le rôle de l'étage C ainsi que sa pulsation caractéristique ω_C . Montrer que, par un choix judicieux de ω_C , la tension de sortie v_{SC} est continue et « image » de $\cos(\phi)$.

- C4.** Choisir la valeur particulière du produit $R_3 C_3$ pour que la tension de sortie v_{SC} du montage soit continue et proportionnelle à la variation Δz de la distance entre la tête de mesure et la cible (au premier ordre non nul en $\Delta z/z_0$). Donner son expression, notée V_{SC} (car indépendante du temps), en fonction de E , k , V_0 et du rapport $\Delta z/z_0$.

Relation utilisable : $\cos(a) = \frac{1 - \tan^2(a/2)}{1 + \tan^2(a/2)}$

- C5.** Proposer une définition de la sensibilité S de ce capteur ; l'exprimer en fonction de k , V_0 , E et z_0 , puis la calculer sachant que $V_0 = 5,0 \text{ V}$ et $E = 0,50 \text{ V}$.
- C6.** Citer les avantages et les inconvénients inhérents à l'utilisation de ce capteur capacitif.