

Q19. À partir de l'étude qualitative, on obtient  $G_0 = \frac{V_s}{V_e}(\omega = 0) = -\frac{R_2}{R_1}$

### Partie I – Détection synchrone CCINP PSI 2023

Q16. Système = {voiturette}

On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

Bilan des forces : poids (force conservative)

Réaction normale qui ne travaille pas

Pas de réaction tangentielle car frottements négligés

L'utilisation du théorème de l'énergie mécanique conduit à la conservation de l'énergie mécanique, d'où entre le haut (A) et le bas (B) de la piste inclinée, on obtient :

$$E_m(A) = E_m(B) \Leftrightarrow E_c(A) + E_{pp}(A) = E_c(B) + E_{pp}(B)$$

Or voiturette sans vitesse initiale  $v_B = 0$ , d'où :  $E_c(A) = 0$  et  $E_{pp}(B) = 0$

Conclusion :  $mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \Leftrightarrow v_B = \sqrt{2gh}$

L'énergie potentielle de pesanteur est intégralement convertie en énergie cinétique.

AN :  $v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 0,5} = \sqrt{10} \Leftrightarrow v_B \approx 3 \text{ m.s}^{-1}$

Q17. À température ambiante, la vitesse de propagation des ondes sonores est de l'ordre de  $c_0 = 340 \text{ m.s}^{-1}$ .

D'après la relation de l'énoncé, on a :

$$f_R = \left(1 - 2\frac{v}{c_0}\right) f_E = \left(1 - 2\frac{3}{340}\right) \times 40.10^3 \approx (1 - 2.10^{-2}) \times 40.10^3 = 0,98 \times 40.10^3$$

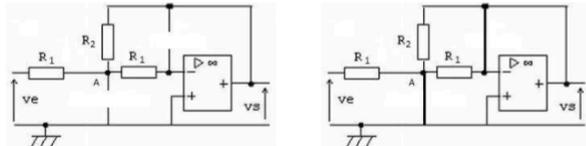
Ce qui donne une fréquence à la réception très proche de celle d'émission, c'est-à-dire de l'ordre de 40 kHz.

L'écart relatif entre  $f_R$  et  $f_E$  vaut :  $\frac{|f_R - f_E|}{f_E} = 2\frac{v}{c_0} \approx 2.10^{-2} = 2\%$

L'écart relatif entre ces deux fréquences est inférieur à 20 %, par conséquent elles ne peuvent être directement distinguées à l'oscilloscope. Il est donc nécessaire d'utiliser le montage à détection synchrone.

Q18 Pour déterminer la nature du filtre sans calcul, nous remplaçons dans le montage les condensateurs par leurs équivalents à basse et haute fréquence :

— Basse fréquence ( $f \ll f_0$ ) : les condensateurs sont remplacés par des interrupteurs ouverts (figure de gauche).



On a alors, en supposant les courants de polarisation nuls (ALI parfait)

$$\frac{V_e - V_A}{R_1} = \frac{V_A - V_s}{R_2} \Rightarrow V_s = -\frac{R_2}{R_1} V_e$$

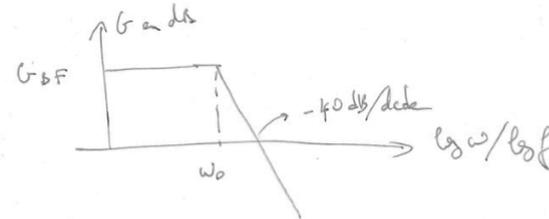
— Haute fréquence ( $f \gg f_0$ ) : les condensateurs sont remplacés par des fils (figure de droite). On a :  $V_s = V^- = V^+ = 0$  (ALI idéal en régime linéaire).

Le filtre laisse passer les signaux de basse fréquence mais coupe les signaux de haute fréquence : c'est un filtre passe-bas.

En faisant tendre  $\omega$  vers 0 et vers  $+\infty$  dans les fonctions de transfert  $H_1$  et  $H_2$ , on remarque que  $H_1$  est la fonction de transfert d'un filtre passe bas de gain statique  $G_0$  et  $H_2$  celle d'un filtre passe-haut.

Le montage (le bon, pas celui de l'énoncé) correspond à la fonction de transfert  $H_1$ .

220 - Allure du diag. de Bode



droites asymptotiques

$\bullet BF = \frac{\omega}{\omega_0} \ll 1$

$H_{BF} \approx G_0$

$G_{BF} = 20 \lg G_0$

$\bullet HF : \frac{\omega}{\omega_0} \gg 1$

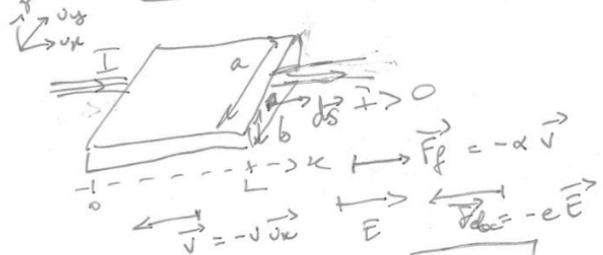
$H_{HF} \approx \frac{G_0}{(\frac{\omega}{\omega_0})^2} \rightarrow G_{HF} = 20 \lg G_0 - 40 \lg(\frac{\omega}{\omega_0})$

Intersection  $\Rightarrow G_{HF} = G_{BF} \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} = 1 \rightarrow \omega = \omega_0$



Deuxième partie - Conduction électrique et effet Hall! 2021-CAMP TPC

I-1 - Mécanisme de la conduction électrique



Q-16 - Non relativiste  $\rightarrow v \ll c$  pas d'effet relativiste à prendre en compte

Q-17 - Par déf  $\rightarrow \vec{j} = \rho \vec{v}$  avec  $\rho$  la densité de charges  $\rightarrow \rho = -n \cdot e$

$$\vec{j} = -n e \vec{v}$$

$$I = \iint \vec{j} \cdot d\vec{S} \text{ avec } d\vec{S} = dS \vec{u}_x$$

$$I = \iint -n e (-v \vec{u}_x) \cdot dS \vec{u}_x = n e v \int_S dS$$

$v$  uniforme sur  $S$

$S = ab$

$$I = n e v a b$$

Q-18 - Appliquons la PFD à un  $e^-$  de masse  $m$  dans le réf. galiléenne du laboratoire:

$\swarrow$  composante électrique de la force de Lorentz

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{ext} = F_{elec} + \vec{F}_f \text{ (absence de champ } \vec{B} \text{ ici)}$$

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e \vec{E} - \alpha \vec{v}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} = -\frac{e}{m} \vec{E} \text{ avec } \tau = \frac{m}{\alpha}$$

$\tau$  représente la durée du régime transitoire au bout duquel les  $e^-$  atteignent leur vitesse finale de migration (en régime permanent). D'un point de vue microscopique, il s'agit du temps moyen entre 2 collisions pour les  $e^-$ .

Q-19 - 
$$-\frac{1}{m\tau} \left( \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} \right) = -\frac{e}{m} \vec{E}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} = \frac{m e \tau}{m} \vec{E}$$

Q-20 - En régime stat.  $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$

donc 
$$\vec{v} = \gamma \vec{E} = \left( \frac{m e \tau}{m} \right) \vec{E}$$

Loi d'Ohm locale

Q-21 - Aluminium  $Z=13$  Structure électronique  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1$

couche de valence  $3e^-$

$\hookrightarrow 3e^-$  de conduct

$$\tau = \frac{m \gamma}{m e^2} \text{ avec } m \gamma = \frac{4 \times (3)}{\sqrt{\text{maille}}} = \frac{12}{a^3}$$

CFC  $\rightarrow$  paramètre de maille  $a$

$a\sqrt{2} = 4 \text{ RHP}$

donc  $a = \frac{4 \text{ RHP}}{\sqrt{2}}$

avec 8 arêtes/sommets

6 arêtes/face

$\hookrightarrow 4$  entités par maille

$$\tau = \frac{3,1 \cdot 10^{-31} \times 37,7 \cdot 10^9}{2,715 \cdot 10^{29} \times (1,6 \cdot 10^{-19})^2}$$

$$\tau = 4,9 \cdot 10^{-15} \text{ s}$$

- Loi d'Ohm valable tant que loi valable jusqu'au infra-rouge!

variat temporelle du champ de E

$T \gg \tau \rightarrow$  temps de relaxat

$f \ll \frac{1}{\tau} \approx 10^{14} \text{ Hz}$  domaine visible!

Q22 - Équation de conservation de la charge

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0$$

## I-2 - d'effet Hall

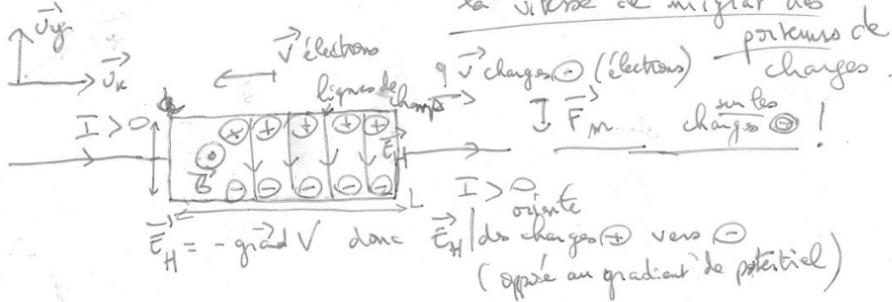
a. Aspect qualitatif

Q25 -  $\vec{F}_m = q \vec{v} \wedge \vec{B}$

Q26 -  $\vec{P} = \vec{F}_m \cdot \vec{v} = 0$   
(produit mixte nul)

La force magnétique ne modifie pas la vitesse de migration des porteurs de charges.

Q27 - Q28



L'accumulation d' $e^-$  mobiles sur une face et le défaut  $\oplus$  sur l'autre créent un gradient de potentiel électrique à l'origine de l'apparition du champ électrique de Hall.

## b. Modélisation

Q29 -  $m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - \alpha \vec{v} - e\vec{v} \wedge \vec{B}$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} + \frac{e}{m} \vec{v} \wedge \vec{B} = -\frac{e}{m} \vec{E}$$

Q30 - Avec  $\vec{j} = -n_e e \vec{v}$

$$\frac{d\vec{j}}{dt} + \frac{\vec{j}}{\tau} + \frac{e}{m} \vec{j} \wedge \vec{B} = + \frac{n_e e^2}{m} \vec{E}$$

$$\frac{d\vec{j}}{dt} + \frac{\vec{j}}{\tau} - \frac{e\vec{B}}{m} \wedge \vec{j} = \frac{n_e e^2}{m} \vec{E}$$

$$\omega_c = \frac{eB}{m} \quad \frac{n_e e^2}{m} = \frac{\alpha}{\tau} \quad \frac{n_e e^2}{\alpha} = \frac{m v_e^2}{m} = \delta$$

$$\delta = \frac{\tau}{\omega_c}$$

avec  $\omega_c = \frac{eB}{m}$

Q31 -  $\omega_c$  est la pulsation cyclotron à laquelle un  $e^-$  tourne autour du champ  $\vec{B}$  (lorsque celle-ci agit uniquement)

Q32 - En régime permanent, l'éq. diff. devient :

$$\frac{\vec{j}}{\tau} - \omega_c \wedge \vec{j} = \frac{\delta}{\tau} \vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{j}}{\delta} - \frac{\tau \omega_c}{\delta} \vec{v}_3 \wedge \vec{j}$$

En proj. sur  $\vec{a}_x$  et  $\vec{e}_y$

$$\begin{cases} E_x = \frac{jx}{\gamma} + \frac{\tau \omega c}{\gamma} jy \\ E_y = \frac{jy}{\gamma} - \frac{\tau \omega c}{\gamma} jx \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\gamma} & \frac{\tau \omega c}{\gamma} \\ -\frac{\tau \omega c}{\gamma} & \frac{1}{\gamma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} jx \\ jy \end{pmatrix}$$

Unité des  $\rho_{ij} = \left[ \frac{1}{\gamma} \right] = \Omega \cdot m$   
 résistance = inverse de la conductivité

$$\begin{cases} \rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{1}{\gamma} \\ \rho_{xy} = -\rho_{yx} = \frac{\tau \omega c}{\gamma} \end{cases}$$

Q.33.  $E_y = \frac{jy}{\gamma} - \frac{\tau \omega c}{\gamma} jx = -\frac{\tau \omega c}{\gamma} jx$  avec  $jy = 0$

$I = jx \cdot ab$  et  $V_H = \int dV = - \int E_y dy = -E_y \cdot a$

$V_H = \frac{\tau \omega c a}{\gamma} jx$

$V_H = R_H I$   
 $\hookrightarrow R_H = \frac{V_H}{I} = \frac{\tau \omega c a}{\gamma I} \times \frac{I}{ab}$

$R_H = \frac{\tau \omega c}{\gamma b} = \frac{\mu \times B}{m v e \times \mu b}$

$R_H = \frac{B}{m v e b}$

Q.34 - Pour  $B$ , connue ~~sur~~ mesurant  $V_H$  et  $I$  on a accès à  $R_H$  donc  $m v$   
 Pour  $m v$  et  $b$  connus, on a accès à  $B$ .

Q.35 - AN:  $R_H = \frac{1}{47 \cdot 10^{23} \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 10^{-4}} \approx \frac{1}{4} \cdot 10^6$   
 alors  $V_H \approx 1 \times \frac{1}{4} \cdot 10^{-6} \text{ V} \approx 99 \text{ micro de } \mu\text{V}!$

Cette tension est très difficilement mesurable (appareil classique capable de mesurer des tens de 99 mV)

Q.36 - Pour un semi-conducteur (extrinsèque) comme le silicium

$m v = 7,8 \cdot 10^{24} \times e = \frac{172 \cdot 10^{-3} \times 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23} \times 300}$

$m v = 10 \cdot 10^{24} \cdot 10^{-3}$  car  $T \approx 300\text{K}$

$m v \approx 10^{22} \text{ m}^{-3}$   $C = 9,665 \cdot 10^4$  à  $T$  ambiante!  
 $1,25 \cdot 10^{-3}$

La densité en porteur de charge est divisée par  $10^7!$  par rapport à un bon conducteur ohmique  
 la tension de Hall sera alors de l'ordre du Volt dans les condit précédentes, alors  $\uparrow$  facilement mesurable.

Q.37 -  $R_H = \frac{B}{m v e b} = \frac{B}{m v e b} e \frac{\gamma}{k_B T}$

le  $R_H = \ln \frac{B}{m v e b} + \frac{\gamma}{k_B T}$

dérivée  $\downarrow$   $\frac{dR_H}{R_H} = \frac{-\gamma}{k_B T^2} dT \rightarrow \frac{\Delta R_H}{R_H} = \frac{+\gamma}{k_B T^2} \Delta T$

AN:  $\Delta T = 10\text{K}$   
 $T = 300\text{K}$   
 $\frac{\Delta R_H}{R_H} = \frac{172 \cdot 10^{-3} \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 10}{1,38 \cdot 10^{-23} \times (300)^2} \approx 22 \times 10^{-15}$   
 $= 22 \cdot 10^{-15} !!$

Inconvénient: la valeur de  $R_H$  et  $V_H$  est très sensible à la température et notamment à l'effet Joule qui fait augmenter la température du matériau.  
 Les septans actuels sont spécifiquement conçus pour évaluer efficacement cette chaleur et maintenir une  $T$  la + constante possible.

## Purification du Nickel CCINP MP 2022

L'enthalpie libre standard de réaction s'écrit :

$$\Delta_r G^0 = \Delta_r H^0 - T \Delta_r S^0, \text{ soit } \alpha = \Delta_r H^0 \text{ et } \beta = -\Delta_r S^0$$

On utilise la loi de Hess pour trouver  $\Delta_r H^0$  en sachant que  $\Delta_f H^0(Ni(s)) = 0$  :

$$\alpha = \Delta_r H^0 = \Delta_f H^0(Ni(CO)_{4(g)}) - 4\Delta_f H^0(CO_{(g)}), \text{ soit avec le changement d'état :}$$

$$\alpha = \Delta_f H^0(Ni(CO)_{4(l)}) + \Delta_{\text{vap}} H^0(Ni(CO)_4) - 4\Delta_f H^0(CO_{(g)})$$

AN :  $\alpha = -158 \text{ kJ.mol}^{-1}$

On utilise la définition de l'entropie molaire :

$$\beta = -\Delta_r S^0 = -S_m^0(Ni(CO)_{4(g)}) + S_m^0(Ni(s)) + 4S_m^0(CO_{(g)}), \text{ soit avec le changement d'état :}$$

$$\beta = -S_m^0(Ni(CO)_{4(l)}) - \frac{\Delta_{\text{vap}} H^0(Ni(CO)_4)}{T_{\text{vap}}} + S_m^0(Ni(s)) + 4S_m^0(CO_{(g)})$$

AN :  $\beta = 407 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

La température d'inversion est atteinte pour :

$$\Delta_r G^0(T_i) = 0 = \alpha + \beta T_i, \text{ soit } T_i = -\frac{\alpha}{\beta}$$

AN :  $T_i = 388 \text{ K} = 115^\circ\text{C}$

On calcule les constantes d'équilibre à l'aide de la relation :

$$K^0(T) = \exp\left(-\frac{\Delta_r G^0(T)}{RT}\right), \text{ soit } K^0(T) = \exp\left(-\frac{\alpha + \beta T}{RT}\right)$$

AN :  $K^0(50^\circ\text{C}) = 1,97.10^4$  et  $K^0(160^\circ\text{C}) = 6,30.10^{-3}$

(b)  $\alpha = \Delta_r H^0 < 0$  : on en déduit que la réaction est **exothermique**.

$-\beta = \Delta_r S^0 < 0$  : il y a une **diminution du désordre** au cours de la réaction, car il y a une diminution du nombre total de moles de gaz.

Si on augmente la température de manière isobare, on ne modifie pas le quotient réactionnel, mais on diminue la constante d'équilibre comme le montre la loi de Van't Hoff :

$$\frac{d \ln(K^0)}{dT} = \frac{\Delta_r H^0}{RT^2} < 0$$

On a donc  $Q_r > K^0$ , l'équilibre est donc déplacé dans le **sens indirect** (correspondant au sens endothermique).

Si on augmente la pression de manière isotherme, on ne modifie pas la constante d'équilibre quotient réactionnel, mais on diminue le quotient réactionnel comme le montre son expression :

$$Q_r = \frac{x_{Ni(CO)_4}}{x_{CO}^4} \times \left(\frac{P^0}{P}\right)^3$$

On a donc  $Q_r < K^0$ , l'équilibre est donc déplacé dans le **sens direct** (correspondant à une diminution du nombre total de moles de gaz).

(c) La réaction étant exothermique, les fours s'échaufferaient si on n'utilisait pas d'eau de refroidissement. Il est important de rester à une température inférieure à la température d'inversion pour avoir une réaction déplacée dans le sens direct.

Pour maintenir le réacteur isotherme, l'eau doit évacuer une quantité de chaleur égale à celle produite par la transformation d'une tonne de minerai de carbonyle :

$$Q = -n\Delta_r H^0, \text{ soit } Q = -\frac{m}{M(Ni)} \Delta_r H^0$$

AN :  $Q = 2,7.10^9 \text{ J}$

On applique la loi d'action des masses à l'équilibre chimique :

$$K^0 = \frac{x_{Ni(CO)_4}}{x_{CO}^4} \times \left(\frac{P^0}{P}\right)^3$$

en sachant que  $x_{CO} = 1 - x_{Ni(CO)_4}$ . On obtient en notant  $x = x_{Ni(CO)_4}$  :

$$K^0 = \frac{x}{(1-x)^4} \times \left(\frac{P^0}{P}\right)^3$$

En supposant la réaction très avancée, on fait l'hypothèse que  $x \approx 1$ , et on cherche  $\varepsilon = 1 - x \ll 1$ , soit :

$$K^0 = \frac{1}{\varepsilon^4} \times \left(\frac{P^0}{P}\right)^3, \text{ soit } \varepsilon = \sqrt[4]{\frac{1}{K^0} \times \left(\frac{P^0}{P}\right)^3}$$

AN :  $\varepsilon = 8,4.10^{-2} \ll 1$  : l'hypothèse est validée, on en déduit  $x = 92\%$

(d) On s'intéresse à l'équilibre de vaporisation du tétracarbone de nickel :

$$Ni(CO)_{4(l)} = Ni(CO)_{4(g)} \text{ de constante d'équilibre } K_2^0$$

On intègre la loi de Van't Hoff entre les températures  $T_1$  et  $T_2$  :

$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{d \ln(K_2^0)}{dT} dT = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\Delta_{\text{vap}} H^0}{RT^2} dT, \text{ soit } \ln\left(\frac{K_2^0(T_2)}{K_2^0(T_1)}\right) = \frac{\Delta_{\text{vap}} H^0}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$$

La constante d'équilibre  $K_2^0$  est donnée par la loi d'action des masses :

$$K_2^0 = \frac{P_{Ni(CO)_4}}{P^0} = \frac{x P_{eq}}{P^0}$$

On en déduit la pression d'équilibre à la température  $T_2$  :

$$\ln\left(\frac{P_{eq}(T_2)}{P_{eq}(T_1)}\right) = \frac{\Delta_{\text{vap}} H^0}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right), \text{ soit } P_{eq}(T_2) = P_{eq}(T_1) \exp\left[\frac{\Delta_{\text{vap}} H^0}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right]$$

AN :  $P_{eq}(T_2) = 21 \text{ bar}$ . En travaillant à une pression  $P = 20 \text{ bar}$ , on ne dépasse pas cette condition d'équilibre. On en déduit que le tétracarbone de nickel est à l'état **gazeux**.

(e) On reprend la loi d'action des masses :

$$K^0 = Q_{r,eq} = \frac{x}{(1-x)^4} \times \left(\frac{P^0}{P}\right)^3$$

On calcule numériquement le quotient réactionnel avec  $x = 0,66$  :  $Q_{r,eq} = 6,2.10^{-3}$ . On obtient un très bon accord avec la valeur de  $K^0(160^\circ\text{C}) = 6,3.10^{-3}$ , ce qui valide  $x = 0,66$  à l'équilibre.

On constate qu'on forme moins de tétracarbone qu'à  $50^\circ\text{C}$  (défavorable pour la thermodynamique), mais on augmente la vitesse de réaction (favorable pour la cinétique). Il faut réaliser un **compromis** pour une production industrielle.