

I.B Combustion du bois

5. On note $\begin{cases} w_C = 0,50 \\ w_H = 0,06 \\ w_O = 0,44 \end{cases}$ les fractions massiques des trois éléments. En notant m_i les masses, n_i les quantités de matière et M_i

les masses molaire des trois éléments considérés, la fraction molaire en carbone est : $x_C = \frac{n_C}{n_C + n_O + n_H}$

Donc $x_C = \frac{\frac{w_C}{M_C}}{\frac{w_C}{M_C} + \frac{w_O}{M_O} + \frac{w_H}{M_H}}$. Ce qui donne $x_C = \frac{1}{1 + \frac{M_C}{w_C} \left(\frac{w_O}{M_O} + \frac{w_H}{M_H} \right)}$.

De même pour les deux autres fractions molaires : $\begin{cases} x_C = \frac{1}{1 + \frac{M_C}{w_C} \left(\frac{w_O}{M_O} + \frac{w_H}{M_H} \right)} \\ x_O = \frac{1}{1 + \frac{M_O}{w_O} \left(\frac{w_C}{M_C} + \frac{w_H}{M_H} \right)} \\ x_H = \frac{1}{1 + \frac{M_H}{w_H} \left(\frac{w_C}{M_C} + \frac{w_O}{M_O} \right)} \end{cases}$.

Donc $\begin{cases} x_O = \frac{1 + \frac{M_C}{w_C} \left(\frac{w_O}{M_O} + \frac{w_H}{M_H} \right)}{1 + \frac{M_O}{w_O} \left(\frac{w_C}{M_C} + \frac{w_H}{M_H} \right)} \\ x_C = \frac{1 + \frac{M_O}{w_O} \left(\frac{w_C}{M_C} + \frac{w_H}{M_H} \right)}{1 + \frac{M_C}{w_C} \left(\frac{w_O}{M_O} + \frac{w_H}{M_H} \right)} \\ x_H = \frac{1 + \frac{M_C}{w_C} \left(\frac{w_O}{M_O} + \frac{w_H}{M_H} \right)}{1 + \frac{M_H}{w_H} \left(\frac{w_C}{M_C} + \frac{w_O}{M_O} \right)} \end{cases}$. Et donc $\begin{cases} x_O = 0,66 \\ x_C = 1,44 \\ x_H = 1,44 \end{cases}$ en donnant un nombre inapproprié de chiffres significatifs. w_H

n'étant donné qu'avec un seul chiffre significatif, il n'est pas pertinent d'en donner trois pour x_H .

Nous avons donc montré, en trichant un peu, que la formule brute cherchée est : $\text{CH}_{1,44}\text{O}_{0,66}$

Toutes les valeurs numériques dans la suite seront données avec un nombre de chiffres significatifs aussi peu pertinent que ceux de cette question.

6. L'équation bilan de la combustion est alors : $\text{CH}_{1,44}\text{O}_{0,66} + 1,03\text{O}_2 \longrightarrow \text{CO}_2 + 0,72\text{H}_2\text{O}$

7. On note P_m le pouvoir calorifique inférieur, que l'on peut aussi appelé puissance massique. L'enthalpie de réaction est alors

$$\Delta_r H = -P_m M_{\text{CH}_{1,44}\text{O}_{0,66}} \quad \text{Donc} \quad \Delta_r H = -0,46 \text{ MJ mol}^{-1}$$

8. La réaction de pyrolyse est : $\text{CH}_{1,44}\text{O}_{0,66} \longrightarrow 0,34\text{C} + 0,66\text{CO} + 0,72\text{H}_2$

La réaction de combustion des gaz issus de la pyrolyse dans l'air est : $0,66\text{CO} + 0,72\text{H}_2 + 1,02\text{O}_2 \longrightarrow 0,66\text{CO}_2 + 0,72\text{H}_2\text{O}$

La loi de Hess s'écrit alors : $\Delta_r H^0 = 0,72\Delta_f H^0(\text{H}_2\text{O}_{(g)}) + 0,66\Delta_f H^0(\text{CO}_2) - 0,66\Delta_f H^0(\text{CO})$

$$\text{Donc} \quad \Delta_r H^0 = -361 \text{ kJ mol}^{-1}$$

En comparant cette valeur à celle trouvée à la question précédente, on voit que 80 % environ de l'énergie thermique libérée est fournie par la combustion des gaz issus de la pyrolyse du bois.

9. On note :

- $T_i = 293 \text{ K}$ la température initiale de la pièce;
- T_f la température en fin de combustion;
- $C = 6,0 \cdot 10^5 \text{ J K}^{-1}$ la capacité thermique à pression constante de la pièce;
- $m = 1 \text{ kg}$ la masse de bois brûlé;
- $P_m = 19 \text{ MJ kg}^{-1}$ la puissance massique due à la combustion.

Le premier principe de la thermodynamique appliqué à la pièce s'écrit : $C(T_f - T_i) = mP_m$.

$$\text{Donc} \quad T_f = T_i + \frac{mP_m}{C} \quad \text{Soit} \quad T_f = 325 \text{ K}$$

Il est assez difficile de deviner quel est le commentaire attendu. Peut être qu'une phrase comme l'une de celles-ci convient :

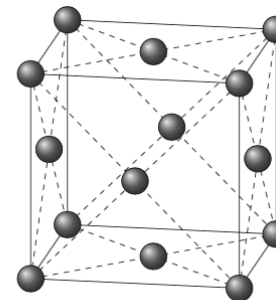
- La combustion d'un kilogramme de bois permet d'élever la température de la pièce de façon significative. La combustion du bois peut être utilisée comme technique de chauffage.
- L'élévation de température n'est pas suffisante pour déclencher la combustion des objets présents dans la pièce.
- Le calcul fait n'a pas grand intérêt, dans une pièce réelle chauffée de cette façon, l'équilibre thermique ne sera pas assuré. Les surfaces exposées au rayonnement du foyer, ainsi que les objets proches de la bûche auront des températures bien supérieures à la température d'équilibre. Le risque est très élevé que le feu se propage à toute la pièce.

Partie 1 – Le feu - Centrale PSI 2021

II Le plomb

II.A L'élément plomb – Oxydation du plomb

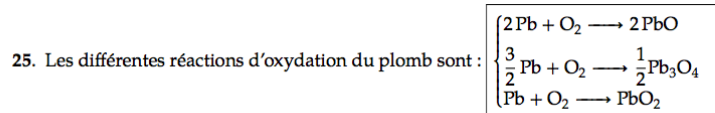
23. La maille cubique à face centrée est représentée ci-dessous :



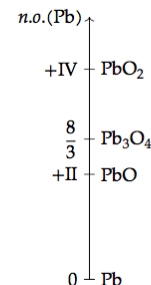
On note a le côté de la maille. Il y a quatre atomes par maille. La masse volumique du solide est donc : $\rho = \frac{4M_{\text{Pb}}}{N_A a^3}$.

$$\text{Donc} \quad a = \sqrt[3]{\frac{4M_{\text{Pb}}}{\rho N_A}} \quad \text{Donc} \quad a = 4,95 \cdot 10^{-10} \text{ m} \quad a = \sqrt[3]{\frac{4(2,07 \cdot 10^2 \text{ g mol}^{-1})}{(1,14 \cdot 10^4 \text{ g cm}^{-3})(6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1})}}$$

24. La température de fusion du plomb est de 327°C et celle d'ébullition de 1749°C . Si la température maximale est de 800°C , on pouvait donc trouver du plomb à l'état solide et à l'état liquide.



26. Le nombre d'oxydation du plomb est :



Le nombre d'oxydation du plomb n'est pas entier dans le minium. Cela signifie que les trois atomes de plomb n'ont pas le même nombre d'oxydation. On peut supposer que deux atomes ont un nombre d'oxydation +II et qu'un atome a un nombre d'oxydation +IV.

27. On considère la réaction : $2\text{Pb} + \text{O}_2 \longrightarrow 2\text{PbO}$.

$$\begin{cases} \Delta_r H^0 = 2\Delta_f H^0(\text{PbO}) & \text{loi de Hess} \\ \Delta_r S^0 = 2S_m^0(\text{PbO}) - S_m^0(\text{O}_2) - 2S_m^0(\text{Pb}) & \text{loi de Hess} \\ \Delta_r G^0 = \Delta_r H^0 - T\Delta_r S^0 \\ K^0(T) = e^{-\frac{\Delta_r G^0}{RT}} & \text{définition de la constante d'équilibre} \end{cases}$$

Donc $K^0(T) = \exp \left[-\frac{2\Delta_f H^0(\text{PbO}) - T[2S_m^0(\text{PbO}) - S_m^0(\text{O}_2) - 2S_m^0(\text{Pb})]}{RT} \right]$. $K^0 = 9,09 \cdot 10^{65}$

28.

L'énoncé demande d'étudier l'effet d'une perturbation, mais sans préciser la situation initiale! En particulier, les quatre espèces ne peuvent pas coexister. Il y a au plus, deux des quatre espèces qui peuvent être présentes dans l'équilibre initial. Si on considère, par exemple, que l'oxyde de plomb PbO coexiste avec le plomb Pb. Il existe alors une pression partielle en

oxygène $P_{\text{O}_2, \text{eq}}$ qui permet de réaliser l'équilibre. La constante d'équilibre est alors $K^0 = \frac{P^0}{P_{\text{O}_2, \text{eq}}}$.

Le produit de réaction est $Q = \frac{P^0}{P_{\text{O}_2}}$.

Donc, si $P_{\text{O}_2} < P_{\text{O}_2, \text{eq}}$, $Q > K^0$.

L'équilibre est rompu dans le sens de la formation du plomb.

29. À 298 K, la pression en oxygène à l'équilibre est telle que $RT \ln \frac{P_{\text{O}_2}}{P^0} = -375 \text{ kJ/mol}$ et $K^0 = \frac{P^0}{P_{\text{O}_2}}$.

Donc $K^0 = e^{\frac{375 \text{ kJ/mol}}{RT}}$. Soit $K^0 = 5,8 \cdot 10^{65}$

30. Dans les gaz brûlés, la pression en oxygène est faible devant la pression de référence. Si on suppose que la pression en oxygène est telle que $-300 \text{ kJ/mol} < RT \ln \frac{P_{\text{O}_2}}{P^0} < 0$, le seul composé à l'équilibre est l'oxyde de plomb PbO.

Le seul composé présent est l'oxyde de plomb PbO.

Partie 2 – Détection radar des courants marins – Centrale MP 2025

Q18 $v_i = k v_1 v_2$ où k est une constante (en V^{-1})

$$= kAB \cos(2\pi f_1 t) \cos(2\pi f_2 t + \varphi_0)$$

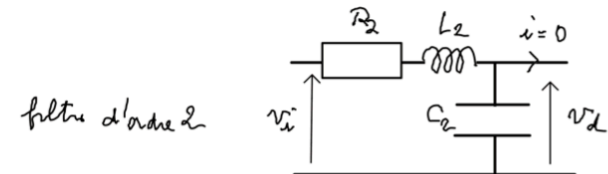
$$= \frac{1}{2} kAB \left(\cos(2\pi(f_1 + f_2)t + \varphi_0) + \cos(2\pi(f_1 - f_2)t - \varphi_0) \right)$$

d'après une formule de trigonométrie (non fournie).

v_i est ainsi la superposition linéaire de deux signaux de fréquences $f_1 + f_2$ et $|f_1 - f_2|$.

Comme $|f_1 - f_2| \ll f_1 + f_2$, on isole le terme de fréquence $|f_1 - f_2|$ avec un filtre passe-bas.

Q19



Q20 En utilisant la formule du diviseur de tension :

$$\underline{H}_1 = \frac{1/jC_1\omega}{R_1 + 1/jC_1\omega} = \frac{1}{1 + jR_1C_1\omega}$$

$$\underline{H}_2 = \frac{1/jC_2\omega}{R_2 + jL_2\omega + 1/jC_2\omega} = \frac{1}{1 + jR_2C_2\omega - L_2C_2\omega^2}$$

Si $f_1 + f_2 \approx 80 \text{ kHz}$ et $|f_1 - f_2| \approx 10 \text{ Hz}$ (L'énoncé omet de fournir cet ODG)

on peut choisir une fréquence de coupure du filtre $f_c = 100 \text{ Hz}$, par exemple.

Pour le filtre du 1^{er} ordre : $f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$ donc $R_1 C_1 \approx 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ s}$,

on peut prendre $R_1 = 16 \text{ k}\Omega$ et $C_1 = 100 \text{ nF}$

Pour le filtre du 2^e ordre, avec $Q = \frac{1}{R_2} \sqrt{\frac{L_2}{C_2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ | $f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}}$ donc

$L_2 C_2 = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2$; on peut prendre :

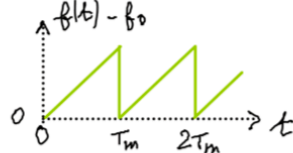
$$L_2 = 0,25 \text{ H} \quad C_2 = 10 \mu\text{F} \quad R_2 = 224 \Omega$$

$$\begin{aligned} Q21 \quad v_{1Q} &= kAB \cos\left(2\pi f_1 t + \frac{\pi}{2}\right) \cos(2\pi f_2 t + \varphi_0) \\ &= \frac{1}{2} kAB \left(\cos(2\pi(f_1 + f_2)t + \frac{\pi}{2} + \varphi_0) + \cos(2\pi(f_2 - f_1)t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}) \right) \end{aligned}$$

$$\text{et } v_{2Q} = \frac{1}{2} kAB \cos(2\pi(f_2 - f_1)t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2})$$

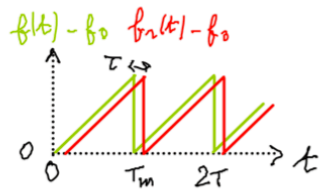
$$\begin{cases} v_d = \frac{1}{2} kAB \cos(2\pi(f_2 - f_1)t + \varphi_0) \\ v_{dQ} = \frac{1}{2} kAB \sin(2\pi(f_2 - f_1)t + \varphi_0) \end{cases}$$

En observant à l'oscilloscope v_{dQ} en fonction de v_d on voit un cercle décrit dans le sens trigonométrique si $f_2 > f_1$ et dans le sens inverse si $f_2 < f_1$.

$$Q22 \quad f(t) = f_0 + \frac{Bt}{T_m}$$


$$Q23 \quad \tau \text{ est le délai de propagation entre l'émetteur et la cible : } \tau = \frac{d}{c}$$

AN: $\tau = \frac{10^4}{3 \cdot 10^8} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ et $T_m \sim 0,1 \text{ s}$ donc $\tau \ll T_m$.



Q24 Pour $t \in [nT_m, nT_m + T]$, c'est à-dire quasiment toujours ($T \ll T_m$):

$$f_d = |f_2(t) - f_1(t)| = \frac{Bt}{T_m} = \frac{Bd}{cT_m} \text{ donc } d = cT_m \frac{f_d}{B}$$

Q25 $|S(f_k)|$ est l'amplitude d'une composante sinusoïdale du signal de fréquence $f = f_k$ on recherche celle qui'il existe un entier n pour lequel $|nf_e - f| = f_k$ où $f_e = \frac{1}{T_e}$

Pour assurer que $f = f_k$, il faut la condition de SHANNON: $f < \frac{f_e}{2}$

$$Q26 \quad \text{Spectre de gauche: } f_k = \frac{k}{100} \times \frac{1}{0,002} = 5k \text{ Hz}, \quad \delta f = \frac{1}{N_e T_e} = 5 \text{ Hz}$$

$$\text{donc: } f_k = 20k \text{ Hz}, \quad \delta f = 20 \text{ Hz}$$

La résolution en fréquence n'est pas suffisante dans le 2^e cas.

Q27 La fréquence maximale, compte-tenue de la condition de SHANNON

$$\text{est } (f_2 - f_1)_{\max} = \frac{1}{2T_m} = 1,91 \text{ Hz}$$

Or: $f_2 - f_1 = \pm f_B + f_D$ - la valeur maximale de f_D

$$\text{est donc } (f_D)_{\max} = f_B + \frac{1}{2T_m} = 2,47 \text{ Hz}$$

$$\text{Enfin, } f_D = -2v_x \frac{f}{c} \text{ donc } (v_x)_{\max} = \frac{c}{2f} \left(f_B + \frac{1}{2T_m} \right) = 12,4 \text{ m.s}^{-1}$$

$$Q28 \quad \delta f = \frac{1}{NT_m} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ Hz}$$

$$\Delta v_x = \frac{c}{2f} \delta f = \frac{c}{2NT_m f} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-1}$$

$$Q29 \quad (f_d)_{\max} = \frac{M}{2T_m}$$

$$(d)_{\max} = \frac{cT_m}{B} (f_d)_{\max} = \frac{MC}{B}$$

$$\text{Pour } (d)_{\max} = 50 \text{ km, il faut } M = \frac{125 \cdot 10^3 \times 50 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} \approx 21,$$

$$Q30 \quad \delta f = \frac{1}{T_m} = 3,8 \text{ Hz}$$

$$\Delta d = \frac{cT_m}{B} \delta f = \frac{c}{B} = 2,4 \text{ km. C'est le double du la plus grande valeur donnée...}$$

Réponse à développer un peu -> cf cours

Partie 3 – Résistance torique – Mines Ponts PSI 2014

6. – ϵ_0 est la permittivité diélectrique du vide ; elle se mesure usuellement en farad par mètre.
7. – À partir de l'équation de Maxwell-Gauss $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ et de la loi d'Ohm locale $\vec{j} = \gamma \vec{E}$, on peut recopier l'équation locale de conservation de la charge $\text{div } \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ sous la forme $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{\tau} \rho = 0$ où la constante de temps τ vaut $\tau = \frac{\epsilon_0}{\gamma} \sim 10^{-19} \text{ s}$. On en conclut la solution $\rho(\vec{r}, t) = \rho(\vec{r}, 0)e^{-t/\tau}$ donc ρ s'annule au bout d'une durée T telle que $T \gg \tau$.
8. – L'équation de Maxwell-Ampère $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left[\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right]$ peut être simplifiée par l'approximation des états quasi-stationnaires (AEQS) $\left\| \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right\| \ll \|\vec{j}\|$ à condition que $\epsilon_0 \frac{\|\vec{E}\|}{T} \ll \gamma \|\vec{E}\|$ où T est la durée caractéristique des variations temporelles du champ électrique, donc si $T \gg \tau$.
9. – On a maintenant pour système d'équations vérifiées en régime permanent dans un conducteur ohmique ($\vec{j} = \gamma \vec{E}$, $\rho = 0$) $\text{div } \vec{E} = 0$ et $\text{rot } \vec{E} = \vec{0}$. D'après la seconde équation, il existe un potentiel scalaire V tel que $\vec{E} = -\text{grad } V$; d'après la première, ce potentiel vérifie $\text{div grad } V = 0$ ou $\Delta V = 0$.
10. – On a maintenant $\frac{d^2 V}{d\theta^2} = 0$ et $V(0) = U$, $V(\alpha) = 0$ donc V est une fonction affine, $V = U \frac{\alpha - \theta}{\alpha}$; on en déduit $\vec{E} = -\text{grad } V$ donc $\vec{E} = \frac{U}{\alpha r} \hat{u}_\theta$ et $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ donc $\vec{j} = \frac{\gamma U}{\alpha r} \hat{u}_\theta$.
11. – L'intensité demandée est le flux du vecteur \vec{j} , $I = \int \vec{j} \cdot d\vec{S}$ avec $d\vec{S} = dr dz \hat{u}_\theta$; il vient donc l'expression $I = \frac{\gamma U}{\alpha} \int_a^b \frac{dr}{r} \int_0^c dz$ ou $I = \frac{\gamma c}{\alpha} \ln \frac{b}{a} U$ qu'on écrit $I = \frac{U}{R}$ avec $R = \frac{\alpha}{\gamma c \ln(b/a)}$.
12. – La relation demandée est $R = \frac{L}{\gamma S}$. Ici, on peut remarquer que $\ln \frac{b}{a} = \ln \left(1 + \frac{b-a}{a} \right) \simeq \frac{b-a}{a}$ si a et b sont proches, donc $R \simeq \frac{\alpha a}{\gamma c(b-a)}$ où on reconnaît $S = c(b-a)$ et $L = \alpha a$ donc $R \simeq \frac{L}{\gamma S}$.

Réponse à développer -> cf cours établissement de l'équation locale à 1 D

