


Première partie – Aspects thermiques au sein du noyau de la Terre – Centrale PSI 2024

A. Transferts thermiques dans le noyau externe

Q28 Loi de Fourier : $\vec{J}_d = -\lambda \nabla T = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \vec{e}_r$

et $\Phi_{th}(r) = \int_S \vec{J}_d \cdot d\vec{S} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} 4\pi r^2$



Q29 En l'absence de production et en régime stationnaire la puissance sortante en $r+dr$ est la même que celle qui entre en r :

$\Phi_{th}(r) \Rightarrow \frac{dT}{dr} = - \frac{\Phi_{th,p}}{\lambda 4\pi r^2}$. On intègre

entre R_1 et $R_2 \Rightarrow T_2 - T_1 = \frac{\Phi_{th,p}}{4\pi\lambda} \left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right]$

$\Rightarrow \lambda = \frac{\Phi_{th,p}}{4\pi(T_1 - T_2) \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]}$

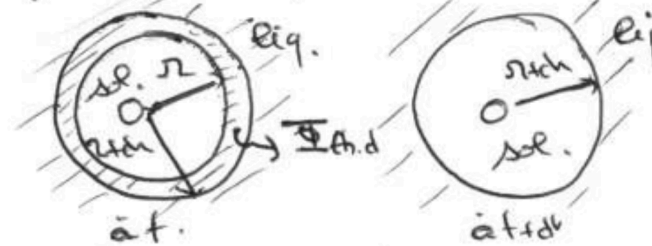
Q30 AN $\lambda = \frac{10^{13}}{4\pi(5000 - 3800) \left[\frac{1}{1216 \cdot 10^3} - \frac{1}{3486 \cdot 10^3} \right]}$

$\lambda = 355 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$

Q31 La production étant faible, c'est ce qui n'est pas en compte de la convection qui est prise en compte un facteur 3,5.

B. Croissance de la graine

Q32 Système : couronne sphérique $[r, r+dr]$ qui se solidifie entre t et $t+dt$



En régime quasi-stationnaire (la croissance est très lente) l'énergie déjaigée par la solidification - en $4\pi r^2 dr \Delta_{sech}$ doit être prise en compte :

$0 = \Phi(r) \cdot dt - \Phi(r+dr) \cdot dt - \rho \cdot 4\pi r^2 dr \Delta_{sech}$

avec $\Phi_{th,d} = \Phi(r+dr) - \Phi(r)$

$\Rightarrow \frac{dr}{dt} = \tau = - \frac{\Phi_{th,d}}{\rho \cdot 4\pi r^2 \Delta_{sech}} \approx - \frac{\Phi_{th,d}}{4\pi R_1^2 \rho \Delta_{sech}}$

Q33 $\Delta_{sech} = - \frac{\Phi_{th,d}}{4\pi R_1^2 \rho \tau} = - \frac{10^{12}}{4\pi (1216 \cdot 10^3)^2 \times 10^4 \times 9,5 \cdot 10^3}$

$\left(\tau = \frac{0,3 \cdot 10^3}{35 \times 86400} = 9,5 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \right) = -570 \text{ K} \cdot \text{s}^{-1}$

l'ordre de grandeur est bon, d'autant

que la valeur de Δ_{sech} donnée pour ce τ est à $P_{et} T_{ambiantes}$, ce qui n'est pas le cas en $r = R_1$...

Deuxième partie – Fourier et diffusion thermique Mines Pont PSI 2022

15. Raisonnons par analyse dimensionnelle comme cela est suggéré. On cherche une expression du type :

$$D = \mu^\alpha \lambda^\beta c^\gamma$$

avec :

$$\begin{aligned} - [D] &= L^2 \cdot T^{-1}; \\ - [\mu] &= M \cdot L^{-3} \\ - [\lambda] &= \frac{[\vec{j}]}{[\text{grad} T]} = \left[\frac{J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}}{K \cdot m^{-1}} \right] = \left[\frac{kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}}{K \cdot m^{-1}} \right] = M \cdot T^{-3} \cdot L \cdot K^{-1}; \\ - [c] &= \left[\frac{J}{mT} \right] = \left[\frac{kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}}{kg \cdot K} \right] = L^2 \cdot T^{-2} \cdot K^{-1} \end{aligned}$$

d'où :

$$L^2 \cdot T^{-1} = M^\alpha \cdot L^{-3\alpha} \cdot M^\beta \cdot T^{-3\beta} \cdot L^\beta \cdot K^{-\beta} \cdot L^{2\gamma} \cdot T^{-2\gamma} \cdot K^{-\gamma}$$

$$\text{On en déduit le système des quatre équations : } \begin{cases} 2 = -3\alpha + \beta + 2\gamma \\ 0 = \alpha + \beta \\ -1 = -3\beta - 2\gamma \\ 0 = -\beta - \gamma \end{cases}$$

D'où l'on tire finalement :

$$\alpha = -1; \beta = 1; \gamma = -1 \text{ soit } D = \frac{\lambda}{\mu c}$$

Ainsi comme D est homogène au carré d'une distance sur un temps, on peut exprimer τ comme :

$$\tau = \frac{L^2}{D} = \frac{L^2 \mu c}{\lambda} = \frac{4 \cdot 10^2 \times 7,9 \cdot 10^3 \times 5^2 \cdot 10^{-2}}{8 \cdot 10} \sim 10^4 \text{ s}$$

16. La loi de Fourier est :

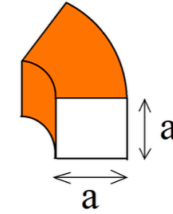
$$\vec{j}_{th} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad} T}$$

Ici $T = T(\theta, t)$ d'où $\overrightarrow{\text{grad} T} = \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \vec{e}_\theta$ et donc :

$$\vec{j}_{th} = -\frac{\lambda}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \vec{e}_\theta$$

Les lignes de champ correspondent à des cercles concentriques.

17. Voici le volume élémentaire qui est évoqué :



Le volume élémentaire associé est donc :

$$dV \sim R d\theta \int_{R-a/2}^{R+a/2} dr \int_{-a/2}^{a/2} dz \text{ soit } dV = R a^2 d\theta$$

La surface latérale correspond aux deux zones orangées visibles auxquelles il faut en ajouter deux autres non visible dans la partie arrière du volume élémentaire soit :

$$dS_{\text{lat}} \sim 2R d\theta a + 2R d\theta a = 4R d\theta a$$

Un bilan d'énergie sur le volume dV donne :

$$d^2 U = \delta^2 Q$$

avec

$$d^2 U = dU(t+dt) - dU(t) = dmcT(\theta, t+dt) - dmcT(\theta, t) = \mu c \frac{\partial T}{\partial t} dt dV.$$

Par ailleurs

$$\begin{aligned} \delta^2 Q &= \delta^2 Q_{\text{diff}} + \delta^2 Q_{\text{conv}} \\ &= (j(R, \theta) a^2 dt - j(R, \theta + d\theta) a^2 dt) - h(T - T_e) dS_{\text{lat}} dt \\ &= -\frac{\partial j}{\partial \theta} a^2 d\theta dt - h(T - T_e) dS_{\text{lat}} dt \\ &= \frac{\lambda a^2}{R} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} d\theta dt - h(T - T_e) 4R a d\theta dt \end{aligned}$$

(il faut veiller au signe devant le terme conducto-convectif, c'est une erreur assez courante). On réinjecte les deux membres développés dans le bilan d'énergie et en simplifiant par $d\theta$ et dt , on obtient :

$$\mu c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{R^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} - \frac{4h}{a} (T - T_e)$$

18. Dans le cas stationnaire, on a bien sûr : $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$, soit en reprenant l'équation précédente et en introduisant δ :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} - \left(\frac{R}{\delta}\right)^2 T = -\left(\frac{R}{\delta}\right)^2 T_e$$

La solution de cette équation est :

$$T(\theta) = A \exp\left(-\frac{R\theta}{\delta}\right) + B \exp\left(\frac{R\theta}{\delta}\right) + T_e$$

Et puis $[\delta] = L$ car $\frac{R\theta}{\delta}$ doit être adimensionné.

19. Il y a un pic de température en $\theta = 0$. A proximité de $\theta = \pi$, la température varie peu, le flux s'annule. Au final, les conditions aux limites donnent donc : $\begin{cases} T(0^+) = T_1 \\ j(\pi) = 0 \end{cases}$

(l'équation différentielle n'est pas valable en $\theta = 0$ car c'est le point où l'on chauffe). Ces deux équations donnent :

$$\begin{cases} A + B = T_1 - T_e \\ A \exp\left(-\frac{R\pi}{\delta}\right) = B \exp\left(\frac{R\pi}{\delta}\right) \end{cases}$$

d'où l'on déduit :

$$B = \frac{T_1 - T_e}{1 + \exp\left(\frac{2R\pi}{\delta}\right)} \text{ et } A = \frac{\exp\left(\frac{2R\pi}{\delta}\right)}{1 + \exp\left(\frac{2R\pi}{\delta}\right)} (T_1 - T_e)$$

et donc la solution complète est :

$$T(\theta) = T_e + \frac{T_1 - T_e}{1 + \exp\left(\frac{2\pi R}{\delta}\right)} \left\{ \exp\left(\frac{R\theta}{\delta}\right) + \exp\left(\frac{R(2\pi - \theta)}{\delta}\right) \right\}$$

20. On s'attend à ce que la diffusion soit complètement établie lorsque $\tau = \frac{L^2}{D} = \frac{\mu c L^2}{\lambda}$, avec $L = \pi R$. Au final :

$$\tau = \frac{7,9.10^3 \times 4.10^2 \times \pi \times 1,6^2.10^{-2}}{8.10} \sim 3.10^3 \text{ s}$$

Au final, on obtient :

$$\tau \sim 1 \text{ h}$$

On retrouve bien le même ordre de grandeur.

21. Il n'y a pas de terme de conducto-convection, donc cette fois :

$$\mu c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{R^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}$$

en utilisant le fait que $T(\theta, t) = f_n(\theta)g_n(t)$ on obtient :

$$\frac{\mu c R^2}{\lambda} \frac{f_n}{f_n''} = \frac{g_n}{g_n'}$$

Ces deux termes sont égaux mais dépendent a priori de variables différentes : la seule possibilité est qu'ils s'égalisent chacun avec la même constante que l'on va noter α . En conséquence, on a :

- d'une part $g_n = \alpha g_n'$ soit $g_n = a_n \exp(t/\alpha)$;
- d'autre part $f_n'' - \frac{\mu c R^2}{\lambda \alpha} f_n = 0$. Comme α est forcément négative (sinon g_n diverge), c'est une équation du type oscillateur

harmonique dont la solution est donc $f_n(\theta) = A \cos\left(\sqrt{\frac{\mu c R^2}{-\lambda \alpha}} \theta + \varphi\right)$

En posant $A = B_n$, $\alpha = -\tau_n$ et en prenant $\varphi = 0$ par un choix judicieux de l'origine des angles θ , on aboutit à :

$$T_n(\theta, t) = B_n \cos\left(\frac{R\theta}{d_n}\right) \exp\left(-\frac{t}{\tau_n}\right) \text{ avec } \frac{1}{d_n} = \frac{\mu c}{\lambda \tau_n}$$

22. T_m représente la température moyenne le long du profil de $\theta = -\pi$ à $\theta = \pi$. La solution de la question précédente a pour périodicité $\Theta = 2\pi \frac{d_n}{R}$ et est une solution de l'équation étudiée. Or on peut noter que dans la géométrie associée au problème,

il faut une fonction qui se répète a minima tous les 2π . Toute fonction de période $\frac{2\pi}{n}$ avec n entier naturel non nul correspond donc. On en déduit donc que :

$$\Theta = 2\pi \frac{d_n}{R} = \frac{2\pi}{n} \text{ soit } n = \frac{R}{d_n}$$

Une combinaison linéaire de solutions à variables séparées permet de prendre en compte d'un coup toutes les valeurs possibles de n :

$$\sum_{n=1}^{\infty} T_n(\theta, t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos\left(\frac{R\theta}{d_n}\right) \exp\left(-\frac{t}{\tau_n}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos(n\theta) \exp\left(-\frac{t}{\tau_n}\right)$$

C'est bien également une solution de l'équation différentielle (celle-ci étant linéaire). Enfin, il est à noter que la solution $T(\theta, t) = C$ avec C constante est aussi solution. La solution générale est donc :

$$T(\theta, t) = C + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos(n\theta) \exp\left(-\frac{t}{\tau_n}\right)$$

ce qui correspond bien aux conditions initiales si $C = T_m$. Par identification, on en déduit que :

$$d_n = \frac{R}{n}; B_n = b_n \text{ et } \tau_n = \frac{\mu c d_n^2}{\lambda} = \frac{\mu c R^2}{\lambda n^2}$$

23. L'observation de M. Fourier se traduit mathématiquement par le fait que tous les termes $n \geq 2$ deviennent rapidement négligeables devant celui associé à $n = 1$. C'est logique parce que tous les termes s'atténuent avec un temps caractéristique :

$$\tau_n = \frac{\mu c R^2}{\lambda n^2}$$

qui est toujours plus petit quand n augmente. Donc le terme en $n = 2$ s'amortit quatre fois plus vite que celui en $n = 1$, le terme en $n = 3$ s'amortit neuf fois plus vite que celui en $n = 1$. Cette dépendance penche dans le sens où le terme en $\cos(\theta)$, associé à $n = 1$, devienne rapidement dominant dans la somme devant ceux associés à $n > 1$.

Q31. On peut citer les résistances électrique et thermique.

- pour un conducteur ohmique en **électricité**, une différence de potentiel aux bornes du conducteur fait apparaître un courant électrique d'intensité I tel que $\Delta V = R_{elec} \times I$;
- en **thermique**, une différence de température se traduit par l'apparition d'un flux thermique tel que : $\Delta T = R_{th} \times \Phi_Q$.

Tableau résumant les analogies :

électricité	potentiel V	intensité électrique I	résistance électrique R_{elec}
thermique	température T	flux thermique Φ_Q	résistance thermique R_{th}
particule	concentration C	flux molaire Φ_p	résistance particulaire R_p

On pourrait aussi prendre l'exemple de la **résistance hydraulique**, pour laquelle différence de pression et débit volumique sont proportionnels.

Q32. En régime permanent et en l'absence d'apports en volume, le flux de particules Φ_p traversant la paroi est uniforme. En appliquant la loi de Fick pour ce problème à symétrie sphérique, on en déduit, avec n la densité particulaire d'eau oxygénée :

$$\Phi_p = j_N \times 4\pi r^2 = -D \frac{dn}{dr} \times 4\pi r^2 \Rightarrow dn = -\frac{\Phi_p}{4\pi D} \times \frac{dr}{r^2}$$

On intègre alors entre du rayon intérieur au rayon extérieur :

$$\int_i^e dn = -\frac{\Phi_p}{4\pi D} \int_{R-e}^R \frac{dr}{r^2} \Leftrightarrow n_e - n_i = \frac{\Phi_p}{4\pi D} \times \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R-e} \right)$$

$$\Leftrightarrow n_i - n_e = \frac{\Phi_p}{4\pi D} \times \frac{e}{R(R-e)}$$

n représente la densité particulaire et Φ_p le flux de particules. L'équation se transpose à l'identique pour les grandeurs molaires en divisant chacun des membres de l'équation par le nombre d'Avogadro, en conséquence :

$$[\text{H}_2\text{O}_2]_i - [\text{H}_2\text{O}_2]_e = \frac{\phi}{4\pi D} \times \frac{e}{R(R-e)} \Rightarrow \boxed{R_p = \frac{e}{4\pi D \times R(R-e)}}$$

Q33. Avec $e \ll R$, $\boxed{R_p \approx \frac{e}{D \times 4\pi R^2}}$. On retrouve la formule d'une résistance en géométrie plane.

Q34. On commence par calculer le rayon de la bactérie :

$$R = \left(\frac{3V_i}{4\pi} \right)^{1/3} = \left(\frac{3 \times 3,2 \times 10^{-18}}{4\pi} \right)^{1/3} = 9,1 \times 10^{-7} \text{ m}$$

Et pour la résistance particulaire (avec $R \gg e$) :

$$R_p = \frac{9 \times 10^{-9}}{4\pi \times (9,1 \times 10^{-7})^2 \times 2,0 \times 10^{-13}} \Rightarrow \boxed{R_p = 4,3 \times 10^{15} \text{ s} \cdot \text{m}^{-3}}$$

Troisième partie – Peut-on cultiver des pdt sur Mars ? Centrale Supélec PSI 2019

Q35. Soit N_i le **nombre de moles** d'eau oxygénée au sein de la bactérie, ϕ étant le flux sortant, le bilan de particules pendant une durée dt s'écrit :

$$dN_i = \underbrace{N_i(t+dt)}_{\text{fin}} - \underbrace{N_i(t)}_{\text{début}} = -\underbrace{\phi \times dt}_{\text{pertes}} \Rightarrow \frac{dN_i}{dt} = -\frac{[\text{H}_2\text{O}_2]_i - [\text{H}_2\text{O}_2]_e}{R_p}$$

On relie le nombre de moles à la concentration selon : $N_i = [\text{H}_2\text{O}_2]_i \times V_i$, en conséquence :

$$\frac{4\pi R^3}{3} \times \frac{d[\text{H}_2\text{O}_2]_i}{dt} = -\frac{[\text{H}_2\text{O}_2]_i - [\text{H}_2\text{O}_2]_e}{e} \times 4\pi R^2 D$$

$$\Leftrightarrow \frac{d[\text{H}_2\text{O}_2]_i}{dt} = -k_d \times ([\text{H}_2\text{O}_2]_i - [\text{H}_2\text{O}_2]_e) \quad \text{avec} \quad \boxed{k_d = \frac{3D}{R \times e}}$$

Q36. Comme démontré dans la question précédente, il faut retenir le signe « - ». En effet si $[\text{H}_2\text{O}_2]_i > [\text{H}_2\text{O}_2]_e$, la diffusion particulaire doit s'effectuer de l'intérieur vers l'extérieur contribuant à faire baisser la concentration à l'intérieur.

$$\text{A.N. : } k_d = \frac{3 \times 2,0 \times 10^{-13}}{9,1 \times 10^{-7} \times 9 \times 10^{-9}} \Rightarrow \boxed{k_d = 73 \text{ s}^{-1}}.$$

Q37. D'après l'expression au dénominateur, K_M est **homogène à une concentration**.

- si $[S] \ll K_M$ (composé peu concentré), $v \approx \frac{v_{\max}[S]}{K_M} \ll v_{\max}$: la réaction est d'ordre 1 par rapport au composé attaqué par l'enzyme ;
- si $[S] \gg K_M$, $v \approx v_{\max}$: la réaction est d'ordre 0 par rapport au composé.

K_M est une **concentration molaire** caractéristique. Pour $[S] \gg K_M$ la vitesse de réaction est indépendante de la concentration du composé, l'enzyme étant alors saturé par le composé.

Prenons l'analogie d'une caisse de supermarché ; en cas de faible affluence ($[S] \ll K_M$), le nombre de clients passant à la caisse chaque heure est proportionnel au nombre de clients dans le magasin ; en cas de très forte affluence, la caisse est saturée et le nombre de clients passant à la caisse chaque heure est limitée par les capacités d'accueil de la caisse, peu importe le nombre de personnes faisant la queue.

Q40. En tenant compte des 4 mécanismes responsables de l'évolution de la concentration intérieure en eau oxygénée :

$$\frac{d[\text{H}_2\text{O}_2]_i}{dt} = k_p - \frac{v_{\max}^{Ahp}[\text{H}_2\text{O}_2]_i}{[\text{H}_2\text{O}_2]_i + K_M^{Ahp}} - \frac{v_{\max}^{Cat}[\text{H}_2\text{O}_2]_i}{[\text{H}_2\text{O}_2]_i + K_M^{Cat}} - k_d \times ([\text{H}_2\text{O}_2]_i - [\text{H}_2\text{O}_2]_e)$$

L'évolution de la concentration extérieure n'est due qu'au transfert diffusif des bactéries vers le milieu extérieur, il faut penser à prendre en compte le fait qu'il y a N bactéries dans le milieu. Appelons n_e le nombre de moles d'eau oxygénée à l'extérieur, pendant dt , l'évolution de ce nombre de moles s'écrit :

$$dn_e = N \times \phi \times dt = \frac{([\text{H}_2\text{O}_2]_i - [\text{H}_2\text{O}_2]_e)}{R_p} \times N dt$$

En divisant par le volume extérieur dans les deux membres, on en déduit :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{n_e}{V_e} \right) = \frac{[\text{H}_2\text{O}_2]_i - [\text{H}_2\text{O}_2]_e}{R_p} \times \frac{N}{V_e} \Leftrightarrow \frac{d[\text{H}_2\text{O}_2]_e}{dt} = n \times \frac{[\text{H}_2\text{O}_2]_i - [\text{H}_2\text{O}_2]_e}{R_p}$$

Q41. En régime permanent, $\frac{d[\text{H}_2\text{O}_2]_e}{dt} = \frac{d[\text{H}_2\text{O}_2]_i}{dt} = 0$, l'équation différentielle sur la concentration extérieure conduit à $[\text{H}_2\text{O}_2]_i = [\text{H}_2\text{O}_2]_e$ et compte tenu de $[\text{H}_2\text{O}_2] \ll K_M^{Cat}$ et $[\text{H}_2\text{O}_2] \ll K_M^{Ahp}$, l'équation d'évolution sur la concentration intérieure se simplifie selon :

$$0 = k_p - \frac{v_{\max}^{Ahp}[\text{H}_2\text{O}_2]}{K_M^{Ahp}} - \frac{v_{\max}^{Cat}[\text{H}_2\text{O}_2]}{K_M^{Cat}} \Leftrightarrow [\text{H}_2\text{O}_2] = \frac{k_p K_M^{Ahp} K_M^{Cat}}{K_M^{Cat} v_{\max}^{Ahp} + K_M^{Ahp} \times v_{\max}^{Cat}}$$

Q42. Application numérique :

$$[\text{H}_2\text{O}_2] = \frac{15 \times 10^{-6} \times 5,9 \times 10^{-3} \times 1,2 \times 10^{-6}}{5,9 \times 6,6 \times 10^{-7} + 1,2 \times 4,9 \times 10^{-7}} \Rightarrow [\text{H}_2\text{O}_2] = 2,4 \times 10^{-8} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

On vérifie bien $[\text{H}_2\text{O}_2] \ll K_M^{Cat}$ et $[\text{H}_2\text{O}_2] \ll K_M^{Ahp}$, **les enzymes de la bactéries détruisent efficacement l'eau oxygénée qui est maintenue à une concentration très faible.**

Q43. En situation de stress exogène élevé $[\text{H}_2\text{O}_2]_e \approx [\text{H}_2\text{O}_2]_i$, le terme diffusif est né-

gligeable et on suppose par ailleurs $[\text{H}_2\text{O}_2]_i \gg K_M^{Cat}$ et $[\text{H}_2\text{O}_2]_i \gg K_M^{Ahp}$, l'équation d'évolution se simplifie selon :

$$\frac{d[\text{H}_2\text{O}_2]_i}{dt} \approx k_p - v_{\max}^{Ahp} - v_{\max}^{Cat} \approx -v_{\max}^{Cat}$$

La dernière égalité ayant été obtenue en tenant compte des valeurs des trois constantes.

Q44. D'après le résultat précédent :

$$\frac{d[\text{H}_2\text{O}_2]_i}{dt} \approx -4,9 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

Il faut alors multiplier par le volume d'une bactérie pour obtenir le taux de disparition en $\text{mol} \cdot \text{s}^{-1}$:

$$\frac{dn_{\text{H}_2\text{O}_2}}{dt} = -4,9 \times 10^{-1} \times 3,2 \times 10^{-5} \Rightarrow \frac{dn_{\text{H}_2\text{O}_2}}{dt} = -1,6 \times 10^{-15} \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

Q45. Le volume extérieur est noté V_e , la quantité de matière d'eau oxygénée initialement présente est $[\text{H}_2\text{O}_2]_0 V_e$, on souhaite en décomposer la moitié c'est-à-dire $N_{\text{dec}} = [\text{H}_2\text{O}_2]_0 V_e / 2$.

Il y a d'autre part $n \times V_e$ bactéries qui dissocient chacune le peroxyde d'hydrogène au taux molaire $\left| \frac{dn_{\text{H}_2\text{O}_2}}{dt} \right|$.

Ainsi la durée τ pour décomposer le nombre de moles souhaité est donnée par :

$$\left| \frac{dn_{\text{H}_2\text{O}_2}}{dt} \right| \times \tau \times n \times V_e = \frac{[\text{H}_2\text{O}_2]_0 V_e}{2}$$

$$\Leftrightarrow \tau = \frac{[\text{H}_2\text{O}_2]_0}{2n} \times \frac{1}{\left| \frac{dn_{\text{H}_2\text{O}_2}}{dt} \right|}$$

A.N. : attention à l'unité de n ,

$$\text{— pour } n_1 = 10^{10} \text{ bact.} \cdot \text{L}^{-1} \Rightarrow \tau_1 \approx 3 \times 10^4 \text{ s} \approx 9 \text{ h} ;$$

$$\text{— pour } n_1 = 10^{12} \text{ bact.} \cdot \text{L}^{-1} \Rightarrow \tau_2 \approx 3 \times 10^2 \text{ s} \approx 5 \text{ min} .$$

Une concentration suffisante en bactéries est nécessaire pour éliminer efficacement le peroxyde d'hydrogène.