

DS de Physique/Chimie 10 décembre 2025

PSI - Lycée du Parc des Loges

Durée 4H

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont autorisées

- Les résultats numériques exprimés sans unité ou avec une unité fautive ne seront pas comptabilisés.
- Les explications qualitatives des phénomènes interviennent dans la notation au même titre que les calculs.
- Tout résultat fourni dans l'énoncé peut être admis et utilisé par la suite, même s'il n'a pas été démontré par le candidat ou la candidate.

Partie I – Thermique dans un igloo

Les habitants des régions polaires savent qu'un abri constitué de neige (quinzee, hutte, abri sous arbre, trou à neige, igloo, etc.) offre un rempart efficace contre le froid. Nous allons nous intéresser ici au cas de l'igloo (**figure 1**).



Figure 1 - Igloo

Partie I - Généralités

On considère un matériau solide de section S , de longueur L , calorifugé latéralement et placé au contact parfait de deux sources de températures constantes T_1 et T_2 (**figure 2**). On note $T(x,t)$ la température d'une section d'abscisse x du matériau.

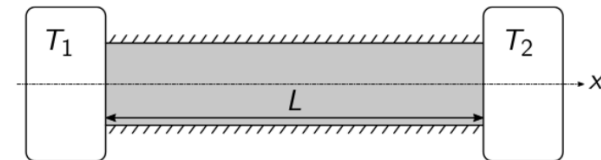


Figure 2 - Matériau au contact de deux sources

Le matériau est caractérisé par sa masse volumique ρ , sa capacité thermique massique c et sa conductivité thermique λ .

I.1 - Régime variable

- Q1.** Donner une interprétation physique à la loi de Fourier exprimant le vecteur densité volumique de courant thermique selon :

$$\vec{j}_{\text{th}} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T).$$

- Q2.** Montrer, à l'aide d'un bilan thermique infinitésimal unidimensionnel, que la température satisfait à l'équation différentielle :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.$$

- Q3.** Déterminer l'unité de la grandeur $\tau = \frac{\rho c L^2}{\lambda}$ et préciser sa signification concrète.

- Q4.** Le phénomène de diffusion thermique peut-il être un processus réversible ? Justifier.

I.2 - Régime stationnaire

On se place en régime stationnaire. On note $\Phi_{12} = \int_S \vec{j}_{th} \cdot d\vec{S}$ le flux thermique traversant la section S du solide, de la zone de température T_1 vers celle de température T_2 . On appelle résistance thermique conductive R_{th} la grandeur satisfaisant la loi d'Ohm thermique :

$$T_1 - T_2 = R_{th} \Phi_{12}.$$

Q5. Donner l'équation différentielle satisfaite par la température en régime stationnaire et en déduire l'expression de $T(x)$ en fonction de x , T_1 , T_2 et de L .

Q6. Déterminer l'expression littérale de Φ_{12} . Que constate-t-on ?

Q7. Montrer que la résistance thermique conductive du matériau vaut $R_{th} = \frac{L}{\lambda S}$.

On souhaite faire une analogie entre les grandeurs électrocinétique et thermique en régime stationnaire. On note V le potentiel électrique et R la résistance électrique.

Q8. Reproduire le tableau suivant et le compléter en définissant, si nécessaire, les grandeurs non mentionnées par l'énoncé.

Électrocinétique	Thermique
$V_1 - V_2$	
R	
	Φ_{12}
	λ

Lorsqu'un solide de température de surface T_s et un fluide, dont la température loin du solide est notée T_f , sont en contact par le biais d'une surface d'aire S' , on observe un transfert thermique entre le solide et le fluide. Le flux thermique résultant suit la loi de Newton du transfert conducto-convectif $\Phi_{sf} = h(T_s - T_f)S'$, où h est appelé coefficient de transfert conducto-convectif.

Q9. Montrer que la résistance conducto-convective associée à la loi de Newton s'écrit :

$$R_{cc} = \frac{1}{hS'}.$$

Partie II - Bilan thermique d'un igloo

On modélise un igloo par un hémisphère (une demi-sphère) creux de rayon intérieur $r_i = 1,5$ m, fabriqué à partir de blocs de neige de conductivité thermique λ et d'épaisseur supposée constante et égale à $L = 30$ cm (**figure 3**).

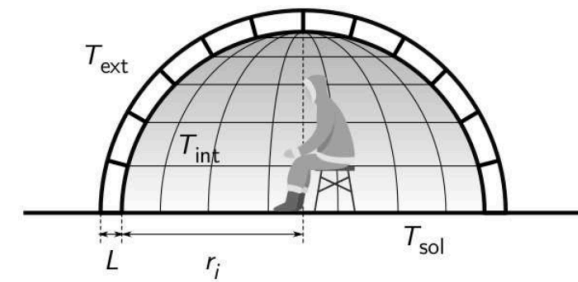


Figure 3 - Vue de l'igloo en coupe

II.1 - Résistance conductive de l'igloo

Une étude expérimentale (**figure 4**) a permis de mesurer la conductivité thermique λ de la neige en fonction de sa masse volumique ρ .

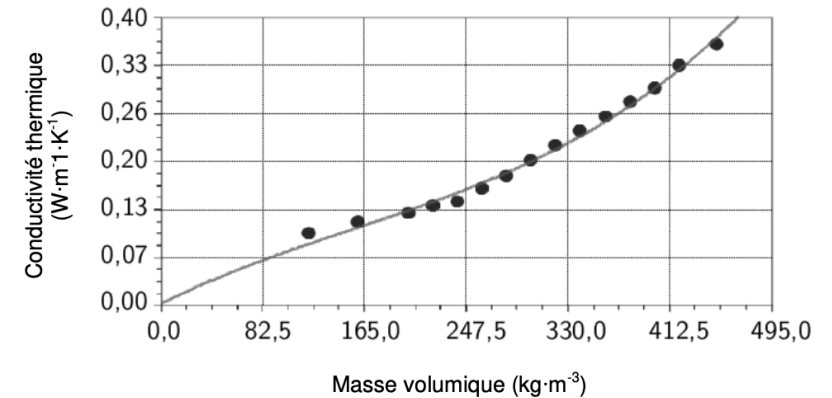


Figure 4 - Conductivité thermique de la neige en fonction de la masse volumique

On note R_{th} la résistance thermique conductive de l'igloo dont l'expression, admise, en géométrie sphérique est :

$$R_{th} = \frac{L}{2\pi\lambda r_i (r_i + L)}.$$

Q10. À partir de la **figure 4**, préciser si le fait de bien tasser les blocs de neige améliore ou non l'isolation de l'igloo.

Q11. Pour une neige de masse volumique $\rho = 20 \cdot 10^1$ kg·m⁻³, estimer la valeur de la conductivité thermique correspondante et calculer la résistance thermique R_{th} .

Q11 bis. En exploitant la conservation du flux thermique à travers une demi-sphère de rayon r en régime stationnaire (sans source), retrouver l'expression précédente de R_{th} .

II.2 - Prise en compte de la conducto-convection

La circulation de l'air provoque de la conducto-convection que l'on prend en compte par le biais de résistances conducto-convectives intérieure $R_{cc,int} = \frac{1}{h_i S_i}$ et extérieure $R_{cc,ext} = \frac{1}{h_e S_e}$. Dans ces expressions, h_i et h_e sont les coefficients de transfert conducto-convectifs intérieur et extérieur tandis que S_i et S_e correspondent aux surfaces intérieure et extérieure de l'igloo. On envisage deux modèles d'association des résistances thermiques précédentes, en parallèle ou en série (**figure 5**).

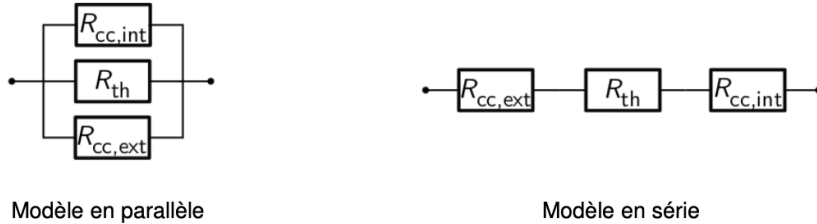


Figure 5 - Circuits équivalents

Q12. Préciser, en justifiant votre choix, quel modèle convient.

Q13. Déterminer, pour le modèle choisi, l'expression littérale de la résistance thermique équivalente R_{igloo} en fonction de λ , h_e , h_i , L et de r_i .

Q14. Cette modélisation ne tient pas compte d'un autre mode de transfert thermique. De quel mode s'agit-il ? Si l'on souhaitait en tenir compte, la résistance thermique associée devrait-elle être placée en série ou en parallèle de celles de conducto-convection ?

II.3 - Température intérieure de l'igloo

Pour étudier le comportement thermique de l'igloo, on propose un modèle électrique analogue représenté sur la **figure 6**. Ce modèle tient compte du sol sur lequel repose l'igloo et de la puissance thermique dégagée par ses occupants. On note T_{sol} la température du sol, R_{sol} sa résistance thermique et P la puissance thermique dégagée par les occupants de l'igloo qui, du point de vue électrique, est analogue à un générateur de courant. La représentation électrique de l'ensemble est donnée sur la **figure 6**.

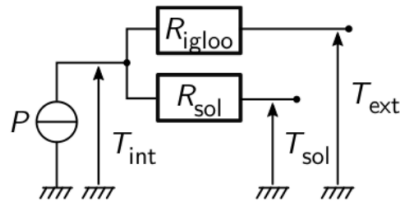


Figure 6 - Modèle électrique complet de l'igloo

Q15. Montrer que la température intérieure de l'igloo vaut :

$$T_{int} = \frac{PR_{igloo}R_{sol} + T_{ext}R_{sol} + T_{sol}R_{igloo}}{R_{igloo} + R_{sol}}.$$

Les personnes se trouvant à l'intérieur de l'igloo dégagent une puissance thermique $P = 30 \cdot 10^1 \text{ W}$. La température extérieure vaut $T_{ext} = -40^\circ\text{C}$, celle du sol vaut $T_{sol} = -20^\circ\text{C}$ et les résistances thermiques valent $R_{igloo} = 0,15 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$ et $R_{sol} = 1,3 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$.

Q16. Calculer la température intérieure T_{int} de l'igloo.

Q17. On peut lire sur la page Wikipedia consacrée aux igloos que « *Dans certains igloos, notamment ceux près du détroit de Davis, l'intérieur est quadrillé de peaux de bêtes : cela permet d'augmenter la température de presque 20°C .* » Sachant que, lorsque les parois intérieures de l'igloo sont recouvertes de peaux, la résistance thermique de l'igloo augmente de moitié, estimer la nouvelle température intérieure et conclure.

Données : en coordonnées sphériques pour $T(r)$

$$\overrightarrow{\text{grad}}(T) = \frac{\partial T}{\partial r} \overrightarrow{u_r}$$

Partie II – Le projet Krutsky

Certaines questions, repérées par une barre en marge, ne sont pas guidées et demandent de l'initiative de la part du candidat. Les pistes de recherche doivent être consignées par le candidat sur sa copie ; si elles sont pertinentes, elles seront valorisées. Le barème tient compte du temps nécessaire pour explorer ces pistes et élaborer un raisonnement, il valorise ces questions de façon très significative.

Ce sujet est accompagné d'un document réponse à rendre avec la copie. Des données et relations utiles sont regroupées dans le document réponse.

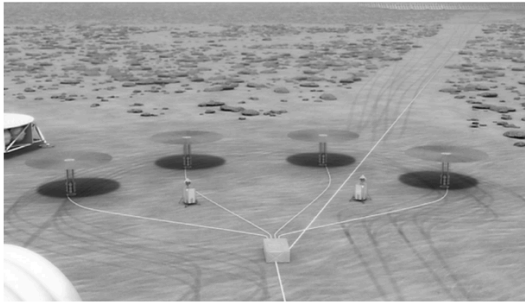


Figure 1 Vue d'artiste de plusieurs réacteurs sur Mars (NASA)

Le projet KRUSTY, dont le nom est l'acronyme de « Kilopower Reactor Using Stirling Technology », est un projet de la NASA qui vise à développer des réacteurs nucléaires pour l'exploration spatiale. Le projet a débuté en 2012 et est actuellement en phase de test. Il est présenté dans le document « Des centrales nucléaires de poche pour alimenter des colonies sur Mars ? » disponible dans le document réponse. Cette épreuve aborde différents aspects du prototype de test.



Figure 2 Système de test KRUSTY positionné tête en bas dans une chambre à vide : moteurs Stirling en bas et cœur d'uranium en haut (NASA)

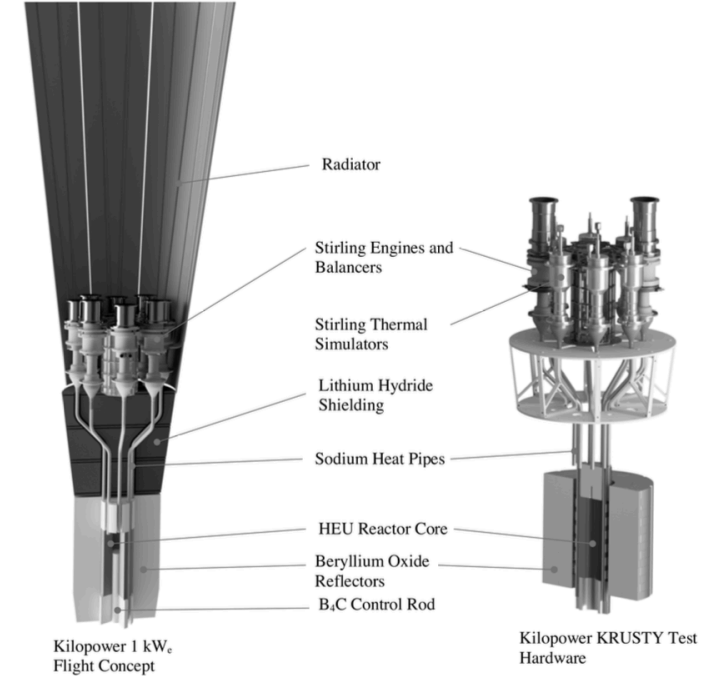


Figure 3 Le système de propulsion nucléaire Kilopower et le système KRUSTY (NASA)

I Le cœur du réacteur

I.A – Présentation du dispositif

Le réacteur est composé par un alliage d'uranium (93 %) et de molybdène (7 %). Le cœur du réacteur est entouré par un réflecteur constitué d'une couche d'oxyde de béryllium, qui empêche les neutrons de s'échapper du réacteur et qui permet donc à la réaction nucléaire de continuer. Ce réflecteur réduit aussi les émissions de radiations gamma qui peuvent endommager l'électronique embarquée. La réaction nucléaire est contrôlée par une unique barre centrale de carbure de bore B_4C , qui est un absorbeur de neutrons et qui ne contient aucune matière nucléaire fissible (figure 4).

Le réacteur est lancé froid pour empêcher la formation de produits hautement radioactifs. Lorsque le réacteur atteint sa destination, la barre de carbure de bore est retirée pour permettre à la réaction nucléaire de s'enclencher. Une fois celle-ci initiée, elle ne peut plus être complètement stoppée. Toutefois, la profondeur d'enfoncement de la barre de carbure de bore permet de contrôler la vitesse de la réaction nucléaire et ainsi d'ajuster la production d'énergie à celle nécessaire au fonctionnement du moteur Stirling.

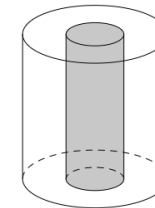


Figure 4 Schéma du cœur du réacteur : la zone grise correspond à la barre de carbure de bore et la zone blanche à l'uranium

Q 1. À l'aide de vos connaissances, expliquer succinctement pourquoi il est impossible de reproduire sur Mars le fonctionnement habituel d'une centrale nucléaire terrestre.

Les données du test indiquent que les réactions nucléaires dans le cœur fournissent, en régime permanent à $800\text{ }^{\circ}\text{C}$, une puissance thermique P d'environ 4 kW . Le cœur du système de test contient $m = 28\text{ kg}$ d'uranium. On note P_v la puissance thermique issue des réactions nucléaires par unité de volume.

Q 2. Donner l'expression de cette puissance thermique volumique P_v en fonction de la puissance thermique P , de la masse m d'uranium ainsi que de la masse volumique de l'uranium. Effectuer l'application numérique.

I.B – La température du cœur

On étudie uniquement le cœur d'uranium, modélisé comme un cylindre creux de rayon interne $R_1 = 10$ cm et de rayon externe $R_2 = 20$ cm. Le système étudié est une couronne cylindrique d'épaisseur dr , comprise entre r et $r + dr$, et de hauteur h . On suppose le problème invariant par rotation autour de l'axe de révolution du cylindre et invariant par translation suivant le même axe (figure 5).

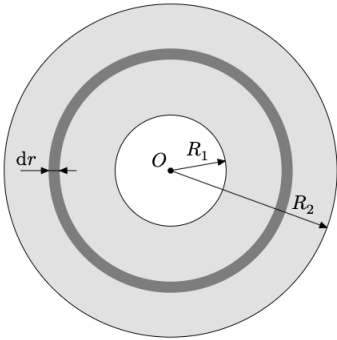


Figure 5 Schéma du système étudié vu de dessus. La zone grisée correspond à l'ensemble du cœur en uranium, la zone plus foncée au système étudié.

On note $\Phi(r)$ le flux thermique traversant une surface cylindrique située à la distance r du centre. On effectue un bilan d'enthalpie sur une couronne cylindrique d'épaisseur dr et de hauteur h . Ce bilan effectué pendant un temps dt s'écrit

$$dH = \Phi(r) dt - \Phi(r + dr) dt + P_v 2\pi r h dr dt. \tag{I.1}$$

Q 3. Interpréter chacun des termes du bilan de l'équation (I.1).

Q 4. Montrer qu'en régime stationnaire, il vient

$$\frac{d\Phi(r)}{dr} = 2\pi h P_v r. \tag{I.2}$$

Q 5. En déduire l'expression de $\Phi(r)$ en fonction de h , r , P_v et d'une constante A qu'on ne cherchera pas à calculer.

On note λ le coefficient de conduction thermique de l'uranium.

Q 6. Rappeler la loi de la conduction thermique de Fourier.

Q 7. En déduire l'expression de $\Phi(r)$ en fonction de h , r et $\frac{dT(r)}{dr}$. On pourra utiliser le formulaire fourni en fin d'énoncé.

Q 8. En déduire que l'expression de la température en fonction de la distance r est donnée par l'équation

$$T(r) = -\frac{A}{\lambda 2\pi h} \ln r - \frac{P_v}{4\lambda} r^2 + B \tag{I.3}$$

où B est une constante que l'on ne cherchera pas à déterminer dans cette question.

Q 9. Justifier que $\Phi(R_1) = 0$ en régime permanent. En déduire que $A = -P_v \pi R_1^2 h$.

Q 10. En déduire l'expression de la température sur la face intérieure du cœur en contact avec le carbure de bore $T(R_1)$ en fonction de $T(R_2)$, la température sur la paroi extérieure du cœur ainsi que de R_1 , R_2 , P_v et λ .

Q 11. Sachant que la température $T(R_2)$ vaut 800 °C, en déduire la valeur numérique de la température $T(R_1)$. On prendra $P_v = 2,7 \times 10^6$ W·m⁻³.

Q 12. Justifier, sans calcul, que la température de la barre de carbure de bore est uniforme.

Q 13. Sachant que la température de fusion du carbure de bore est d'environ 2350 °C, que peut-on conclure sur l'aspect thermique de la modélisation proposée ?

I.C – Durée de vie du réacteur

L'uranium composant le cœur est composé d'un mélange isotopique artificiel. Dans la nature, l'uranium est composé à plus de 99 % d'uranium 238 tandis que celui du cœur est dit « hautement enrichi » car il contient environ 20 % en masse d'uranium 235 et 80 % en masse d'uranium 238. Seul l'uranium 235 est fissile et l'énergie

libérée par toute la chaîne de réactions de fission nucléaire initiée à partir de la fission d'un atome d'uranium 235 libère environ 200 MeV.

Q 14. À partir des différentes informations disponibles dans cette partie, estimer la valeur de la durée de vie de ce réacteur. Commenter.

Données

Gradient en coordonnées cylindriques

$$\overrightarrow{\text{grad}} f(r, \theta, z) = \frac{\partial f(r, \theta, z)}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f(r, \theta, z)}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial f(r, \theta, z)}{\partial z} \vec{e}_z.$$

Constante d'Avogadro	$\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Masse molaire de l'uranium 235	$M = 235 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
Coefficient de conduction thermique de l'uranium	$\lambda = 27,6 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Coefficient de conduction thermique du carbure de bore	$\lambda \approx 50 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Masse volumique de l'uranium	$\rho = 19,1 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
1 eV	$= 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$

Partie III – Séchage des sols

On se propose ici de déterminer le temps de séchage complet d'un sol saturé en eau (**photo 4**).



Photo 4 - Sol saturé en eau

On travaille en coordonnées cartésiennes (x, y, z) de base orthonormée $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Le sol (**figure 10**) est considéré comme infini dans les directions \vec{e}_x et \vec{e}_y . Le plan $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ est ici considéré comme imperméable. Le sol s'étend depuis la côte $z = 0$ jusqu'à la côte H .



Figure 10 - Modèle du sol

On note T la température, supposée uniforme, de l'air extérieur situé en $z > H$ et assimilable à un gaz parfait ; R désigne la constante des gaz parfait et N_A la constante d'Avogadro. La pression partielle de l'eau dans l'atmosphère est notée P_{ext} .

On admet que, sous l'action de l'air extérieur, le sol s'assèche par sa partie supérieure. On adopte un modèle dans lequel $z_m(t)$ délimite la partie mouillée du sol. On a $z_m(t=0) = H$. On note n_{liq} le nombre de molécules d'eau liquide par unité de volume de sol. n_{liq} est supposé constant dans la partie mouillée du sol.

À la date t , dans la zone $z < z_m(t)$, le sol est mouillé et contient de l'eau liquide. Dans la zone $z > z_m(t)$, le sol est sec mais contient de la vapeur d'eau assimilée à un gaz parfait. On fait l'hypothèse que cette vapeur d'eau est également à la température uniforme T . Elle diffuse vers l'extérieur suivant la loi de Fick de coefficient de diffusion D .

À l'interface sol-atmosphère, en $z = H$, le vecteur densité de courant en molécules d'eau est de la forme : $\vec{j} = h(P(H) - P_{ext})\vec{e}_z$ où $P(H)$ est la pression partielle de l'eau en $z = H$.

À la date t , pour $z > z_m(t)$, on note $n_{vap}(z, t)$ la densité locale en molécules d'eau sous forme vapeur et $\Phi_s(z, t)$ le débit ascendant en molécules d'eau qui traversent une section horizontale S , orientée vers le haut et située à la côte z .

Q31. Rappeler la définition de la pression de vapeur saturante.

Soit $P_{sat}(T)$ la pression saturante de l'eau et P_{ext} la pression partielle de l'eau dans l'atmosphère, la condition pour que le sol puisse effectivement sécher est : $P_{ext} < P_{sat}(T)$, sans quoi l'eau est à l'équilibre et ne s'évapore pas.

Q32. Pourquoi un sol sèche-t-il plus vite lorsqu'il y a du vent ?

Q33. Rappeler la loi de Fick et préciser les unités, dans le Système International, des grandeurs qui interviennent.

Q34. On considère une diffusion de particules unidimensionnelle et unidirectionnelle, en régime stationnaire, pilotée par un vecteur densité de courant $\vec{j}(z) = j(z)\vec{e}_z$.

Réaliser un bilan de particules pour une tranche élémentaire de sol dz comprise entre $z_m(t)$ et H pour justifier que le débit ϕ_s est uniforme.

Q35. Pour $z_m(t) < z < H$, déterminer l'expression de $n_{vap}(z)$ en fonction de $n_{vap}(z_m(t))$, Φ_s , D , S , z et $z_m(t)$.

$$n_{vap}(z) = n_{vap}(z_m) - \frac{\phi_s}{DS}(z - z_m)$$

Q36. La vapeur d'eau est considérée comme un gaz parfait.

Q36. En considérant qu'en $z = z_m(t)$, la vapeur d'eau est en équilibre thermodynamique avec l'eau liquide, exprimer $n_{vap}(z_m(t))$ en fonction de N_A , $P_{sat}(T)$, R et T .

Q37. En déduire l'expression de $n_{vap}(z)$ en fonction de N_A , $P_{sat}(T)$, R , T , Φ_s , D , S , z et $z_m(t)$.

Q38. Exprimer alors $P(H)$ en fonction de $P_{sat}(T)$, N_A , R , T , Φ_s , D , S , H et $z_m(t)$.

Q39. En utilisant la condition à l'interface sol-atmosphère, montrer que :

$$\phi_s = \frac{hS(P_{sat} - P_{ext})}{1 + \frac{hRT}{N_AD}(H - z_m)}$$

Q40. Etablir l'équation différentielle d'évolution de $z_m(t)$ sous l'effet de l'évaporation des molécules d'eau à l'interface en $z = z_m(t)$:

$$\frac{dz_m}{dt} = - \frac{\phi_s}{n_{liq} S}$$

Q41. A l'aide des deux équations établies aux questions précédentes, en déduire l'équation différentielle vérifiée par $z_m(t)$.

Exprimer alors le temps de séchage $\tau_{\text{séchage}}$ en fonction de h , $P_{\text{sat}}(T)$, P_{ext} , n_{liq} , R , T , H , N_A et D .

Quelle condition permet ici d'utiliser les résultats des questions précédentes Q34. à Q39. pour le régime variable d'évolution de $z_m(t)$? Etablir littéralement et numériquement un critère de validité qui le justifie.

Q42. Le temps de séchage des sols dépend du phénomène de diffusion de la vapeur d'eau dans le sol et du phénomène d'évaporation à l'interface sol-atmosphère. On peut définir asymptotiquement deux zones, délimitées par une hauteur notée H_{lim} , dans lesquelles soit le phénomène de diffusion, soit le phénomène d'évaporation est déterminant. Préciser l'expression de H_{lim} en fonction de h , R , T , N_A et D .

Q43. Les figures 11 et 12 représentent le temps de séchage en fonction de la hauteur H pour $T = 300 \text{ K}$, $D = 5 \cdot 10^{-6} \text{ SI}$, $h = 5 \cdot 10^{17} \text{ molécules} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$, $P_{\text{ext}} = 600 \text{ Pa}$ et $n_{\text{liq}} = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ molécules} \cdot \text{m}^{-3}$. Déterminer à l'aide de ces courbes (échelles différentes) la valeur numérique de H_{lim} et préciser le positionnement de chacune de ces zones.

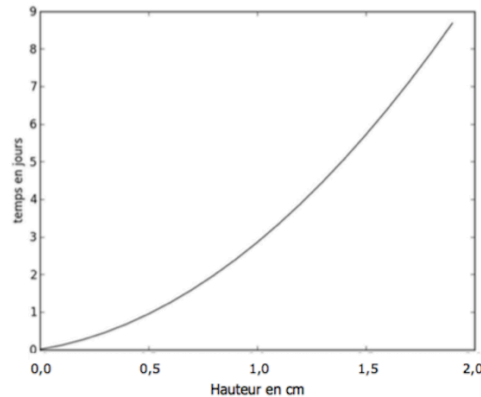


Figure 11 - Temps de séchage en fonction de la hauteur H

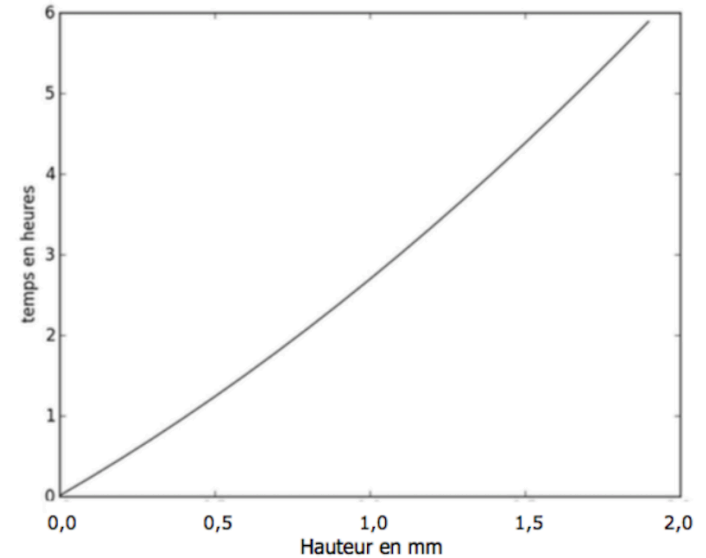


Figure 12 - Temps de séchage en fonction de la hauteur H

Constantes physiques

$$R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Données physicochimiques

Densités et masse volumique

Masse volumique de l'air dans les conditions ambiantes : $\rho_0 = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

