Traitement des eaux usées
CS PC 2015

II Dessablage - Déshuilage

A-1 - PFD ds le réf. galiléen sur la bille

masse de fluide déplacé

$$m\frac{d\vec v}{dt} = m\vec g - m_f\vec g - 6\pi\eta r\vec v \quad \text{avec} \quad \frac{m_f}{m} = \frac{\frac43\pi r^3\rho_e}{\frac43\pi r^3\rho_s} = \frac{\rho_e}{\rho_s} = \frac1d$$

$$\boxed{\frac{d\vec v}{dt} + \frac{6\pi\eta r}{m}\vec v = \left(1-\frac{\rho_e}{\rho_s}\right)\vec g = \left(1-\frac1d\right)\vec g}$$

A-2 - Vitesse limite atteinte après le régime transitoire :

En régime statio $\frac{d\vec v}{dt} = \vec 0$ → proj. sur $\vec{u_z}$: $\frac{6\pi\eta r}{m}v_\ell = \left(\frac1d - 1\right)g$, $m = \frac43\pi\rho_s r^3$

$$\boxed{v_\ell = \frac29\frac{g\rho_s r^2\left(\frac1d-1\right)}{\eta} = \frac29\frac{gr^2(1-d)}{\nu}} \quad \text{avec } \nu = \frac{\eta}{\rho_e}$$

sédimentation si $d > 1$ et remontée si $d < 1$! naturellement
($v_\ell < 0$) ($v_\ell > 0$)

B -

	sable grossier	sable fin	limon	argile	colloïde
v_ℓ	3,6	$3{,}6.10^{-2}$	$3{,}6.10^{-4}$	$3{,}6.10^{-6}$	$3{,}6.10^{-8}$
$t_c = H/v_\ell$	0,56 s	56 s	93 min	15 h	64 jours

C - $\boxed{Re = \frac{\rho_e|v_\ell|(2r)}{\eta} = \frac{4r^3(d-1)g}{9\nu^2}} < 5$ → $\boxed{r \le 88\,\mu m}$!

résultats à corriger pour les sables !

D - $t_c < t_{lim}$ avec $t_c = \frac{9H\nu}{2}\frac{1}{gr^2(d-1)}$ → valeur absolue de v_ℓ !

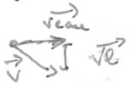
$$\boxed{r > r_{min} = \sqrt{\frac92\frac{H\nu}{g\,t_{lim}(d-1)}}}$$

AN $\boxed{r_{min} = 8{,}8\,\mu m}$

Le dessableur ne permettra pas d'éliminer ces tailles de part !

E - Dimensionnement du dessableur

E1) Ds le réf. lié au sol, la vitesse des part. est composée de la vitesse verticale limite cste et de vitesse d'entraînement v_{eau} horizontale cste aussi.



$\vec v = \vec{v_\ell} + \vec{v_{eau}} = \vec{cste}$ → mvt rect. uniforme selon la direction de $\vec v$! (droite oblique)

$\boxed{\Delta t = \frac{L}{v_{eau}}}$ durée pour traverser le dessableur

E2) Pour avoir sédimentation dynamique (avec $\vec{v_{eau}}$), il faut que

$$t_c(min) < \Delta t = \frac{L}{v_{eau}} = \frac{HL^2}{6Q}$$

avec $Q = v_{eau}H\ell = \iint_S \vec v\cdot d\vec S = v_{eau}\frac{HL}{6}$ → $\frac{1}{v_{eau}} = \frac{HL}{6Q}$

donc $\boxed{L > L_{min} = \sqrt{\frac{6Q\,t_c(min)}{H}}}$ AN $\boxed{L_{min} = 20{,}8\,m}$

III Décantation des boues résiduelles

A - Profil de concentration à l'éq. ds un modèle convecto-diffusif

A-1 a) $\boxed{\vec{j_D} = -D\,\vec{grad}\,n^* = -D\frac{\partial n^*}{\partial z}\vec{u_z}}$ ⚠ ici $v_\ell > 0$!

b) $\boxed{\vec{j_C} = n^*\vec{v_\ell}}$ → $\boxed{\vec j = \vec{j_C} + \vec{j_D} = -\left(n^*v_\ell + D\frac{\partial n^*}{\partial z}\right)\vec{u_z}}$

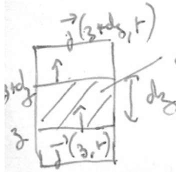
$$\boxed{\vec j = j(z,t)\,\vec{u_z}}$$

c) Réalisons un bilan de part. entre t et t+dt pour une tranche dz du bac de volume dV

$$\delta N = [n^*(t+dt,z) - n^*(t,z)]\,dV = dt[\phi_{entrant}(z,t) - \phi_{sortant}(z+dz,t)]$$

$$= \frac{\partial n^*}{\partial t}\cancel{dt\,dV} = -\frac{\partial\phi}{\partial z}dz\,dt \quad \text{avec } \phi = \iint_S \vec j\cdot d\vec S = \iint_S j\,dS = jS$$

$j(z)$ uniforme sur S



$dV = S\,dz$

$$= -\frac{\partial j}{\partial z}\cancel{S\,dz}\,\frac{\cancel{dt}}{\cancel{dV}}$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial n^*}{\partial t} = -\frac{\partial j}{\partial z}$$

avec $\frac{\partial j}{\partial z} = v_l \frac{\partial n^*}{\partial z} - D \frac{\partial^2 n^*}{\partial z^2}$

$$\boxed{\frac{\partial n^*}{\partial t} = D\frac{\partial^2 n^*}{\partial z^2} + v_l \frac{\partial n^*}{\partial z}}$$ avec $v_l > 0$

A.2 - Profil en régime statio : $\frac{\partial n^*_\infty}{\partial t} = 0$

a) $D \frac{d^2 n^*_\infty}{dz^2} + v_l \frac{dn^*_\infty}{dz} = 0 \xrightarrow{\text{intégrat}} \frac{dn^*_\infty}{dz} + \frac{v_l}{D} n^*_\infty = K$

↳ $$\boxed{n^*_\infty(z) = A e^{-\frac{v_l}{D}z} + K = A e^{-z/d} + K}$$

avec $\boxed{d = \frac{D}{v_l}}$

En $z=0$, CL pour le ϕ → $\phi(z=0) = 0$ → $j(z=0)=0$

donc $D \frac{dn^*_\infty}{dz}(z=0) + v_l n^*_\infty(z=0) = -\frac{DA}{d} + v_l A + v_l K$

$= v_l K = 0 \to \underline{K=0}$

et $n_0^* = n^*_\infty(z=0) = A$

$$\boxed{n^*_\infty(z) = n_0^* \times e^{-z/d}}$$

b) Facteur de Boltzmann $\propto e^{-\frac{mgz}{k_B T}}$ $E_p = mgz$ ↳ nrj. pot. pesanteur

et $n^*_\infty(z) \propto e^{-\frac{v_l z}{D}} \to \frac{v_l}{D} = \frac{(\frac{1}{d}-1) mg}{\cancel{6\pi\eta r}} \times \frac{\cancel{6\pi\eta r}}{k_B T}$

$$\boxed{\frac{v_l}{D} = \frac{m(\frac{1}{d}-1)g}{k_B T}}$$

On retrouve bien le facteur de Boltzmann $m^* g z$ avec m^* la masse effective de la part. intégrant la poussée d'Archimède / $\boxed{m^* = m\left(\frac{1}{d}-1\right)}$

c) $r = 1\ \mu m \to d = 6,1.10^{-8}\ m$
$r = 0,1\ \mu m \to d = 6,1.10^{-5}\ m$
$r = 0,01\ \mu m \to d = 6,1.10^{-2}\ m$

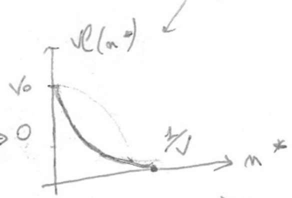
en calculant $\frac{D}{v_l}$! avec l'express° précédente

Comparons en ODG les termes de l'éq. de Mason-Weaver en régime statio : $\left|D \frac{d^2 n^*_\infty}{dz^2}\right| \propto D \frac{n^*_\infty}{H^2}$ et $\left|v_l \frac{dn^*_\infty}{dz}\right| \propto v_l \frac{n^*_\infty}{H}$

$$\left|\frac{D \frac{d^2 n^*_\infty}{dz^2}}{v_l \frac{dn^*_\infty}{dz}}\right| \propto \frac{D}{v_l}\frac{1}{H} = \frac{d}{H}$$ → avec $\boxed{d \ll H}$ ($H \simeq m$!) le terme de diff. est négligeable, ce qui est le cas ici !

III - B - Sédimentat° d'une suspension concentrée

B-1) a) $\boxed{\alpha(z,t) = n^*(z,t) \times V}$ et $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ le volume d'1 part. solide

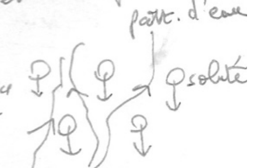


b) $v_l(n^*) = v_0(1 - n^* V)^{5,1}$

v_0 représente la vitesse lorsque $n^* \to 0$ et $\alpha \to 0$ (sans terme concentr.)

Qd α ↗, avec la concentrat° et n^*, la vitesse ↓ en raison de frottement fluides supplémentaires. De nvelles interact solvant/soluté sont à prendre en compte. Par ex., en sédimentant, les part. de soluté déplacent des molécules de solvant (d'eau) disposées entre les mol. de soluté (en posit° "interstitielle") qui vont "remonter" entre les part. entraînant des frott. supplémentaires selon ce mvt.

→ "remontée" de l'eau + difficile !



B-2) $\vec{j} = -j(z,t)\,\vec{u_z}$

avec $j(z,t) > 0$.

$$\boxed{j(z,t) = v_l(z,t)\, n^*(z,t) = v_0(1 - n^* V)^{n}\, n^*}$$

$j(z,t) = \frac{v_0}{V}\left(1-y\right)^n y$ avec $y = n^* V$

$j(z,t) = \frac{v_0}{V} f(y)$ avec $f(y)$ max pour $y = 0,15$ et $f(y)_{max} \simeq 0,065$

donc $\boxed{j_{max} = \frac{v_0}{V} \times 0,065}$

Pente du segment OM $= \frac{f(y)}{y} = \frac{V/v_0 \, j}{n^* V} = \frac{j}{n^* v_0} = \frac{n^* v\ell}{n^* v_0} = \frac{v\ell(n^*)}{v_0}$

↳ rapport du flux de convect° au flux « dilué » de convect° $(n^* \to 0)$

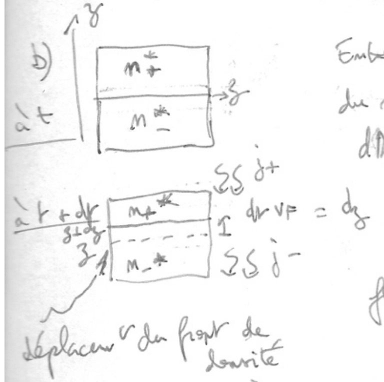
Cette pente est décrite par $f'(y)$:

→ à concentrat° faible → 0, elle vaut 1 !
$n^* \to 0$

→ elle ↓ qd n^* ↗ (ou y ↗) (devient ⊖ pour $y > 0,15$ et s'infléchit pour $y = 0,35$)
car $v\ell(n^*)$ ↓ qd n^* ↗

Le flux à forte concentrat° sera bcp + faible qu'à faible concentrat°

B.3) a) Ds la zone (1) transparente $n^* = 0 \to f(y) = 0 \to$ aucun flux !
Ds la zone (3) opaque $y > 0,8 \to f(y) = 0 \to$ aucun flux !
zone de saturat°
Ds la zone (2) intermédiaire $f(y) \neq 0$ il ∃ un flux.

b) 

Entre t et $t+dt$, dans la tranche dz, la variat° du nbre de particules est $d^2N = dN(t+dt) - dN(t)$

$dN = n_-^* \, dz \, S - n_+^* \, dz \, S$

$= (n_-^* - n_+^*) \, dz \, S = (n_-^* - n_+^*) v_F \, dt \, S$

Alors que ce volume élémentaire est traversé par des flux / $dN = (j_+ - j_-) S \, dt$

$= j(n_+) - j(n_-) \, S \, dt$

$(n_-^* - n_+^*) v_F \cancel{dt} \cancel{S} = j(n_+) - j(n_-) \cancel{S} \cancel{dt}$

$$\boxed{\vec{v_F} = -\frac{j(n_+) - j(n_-)}{n_+^* - n_-^*} \vec{u_z}}$$

c) $\vec{v_{12}}$ / $n_+^* = n_1^* = 0$ donc $j(n_+) = 0$

$\vec{v_{12}} = -\frac{j(n_-^*)}{n_-^*} \vec{u_z} = -\frac{\cancel{n_-^*} v\ell(x)}{\cancel{n_-^*}} \vec{u_x} = -v_0 (1-x)^n \vec{u_x}$

$\boxed{\vec{v_{12}}} = -v_0 (1-0,1)^{5,1} \vec{u_z} = \boxed{-v_0 \times 0,584 \, \vec{u_z}}$

d) $\vec{v_{23}}$ / $j(n_-^*) = 0$ et pour le milieu (2) on a vu $x_+ = 0,1$

soit $n_+^* = \frac{x_+}{V} = \frac{0,1}{V}$ et prenons $x_- = 0,8$ à la limite

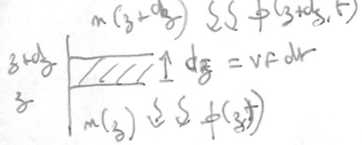
$n_-^* = \frac{x_-}{V} = \frac{0,8}{V}$

donc $\vec{v_{23}} = -\frac{j(n_+)}{0,1 - 0,8} \vec{u_z}$ d'autre part $j(n_+) = v\ell(n_+) n_+^*$
$= 0,584 \, v_0$

$\boxed{\vec{v_{23}}} = -\frac{0,584 \, v_0}{0,1 - 0,8} \vec{u_z} = \boxed{v_0 \times 0,083 \, \vec{u_x}}$

Rque) 2 vitesses de sens opposées !

B4 - a) En reprenant la m̂ méthode qu'au B)3) b)



$dN = n^*(z,t) \, dz \, S - n^*(z+dz, t) \, dz \, S$

$= -\frac{\partial n^*}{\partial z} v_F \cancel{dt} \cancel{S}$

d'autre part $= [j(z+dz,t) - j(z,t)] S \, dt = \frac{\partial j}{\partial z} \cancel{S \, dt}$

$\boxed{\vec{v_F}} = -\frac{\partial z}{\partial n^*} \times \frac{\partial j}{\partial z} \vec{u_z} = \boxed{-\frac{\partial j}{\partial n^*} \vec{u_z}}$

avec $j = v\ell \, n^* = \frac{v_0}{V}(1-y)^n y = \frac{v_0}{V} f(y)$

donc $\vec{v_{iso}}$ m̂ allure que $-f'(y)$!

b) Pour les faibles concentrat° → $\vec{v_{iso}}$ gde dirigée vers le bas et s'annule ! pour $x \simeq 0,16$. Au delà vitesse vers le haut !
d'où créat° d'un premier front

Pour des fortes concentrat° → $\vec{v_{iso}}$ vers le haut puis zéro !

Conception technique d'une éolienne Darrieus

2021 PSI CS

Q3 – Exploitons le tableau 1 de synthèse :

$\langle P \rangle = 0{,}37 \times 867 + 0{,}54 \times 5320 + 0{,}03 \times 10236$

$\boxed{\langle P \rangle = 4{,}12 \text{ kW}}$

Énergie produite sur 1 an $\rightarrow$ $\boxed{\mathcal{E} = \langle P \rangle \times \Delta t = 36 \text{ MWh} = 1{,}3 \times 10^2 \text{ GJ}}$

Q4 – Loi de composition des vitesses $\Rightarrow$ $\vec{V}_{/R_0} = \vec{V}_{R_1/R_0} + \vec{V}_{/R_1}$

$\vec{V_0} = \vec{U} + \vec{W} \rightarrow \boxed{\vec{W} = \vec{V_0} - \vec{U}}$

Q5 – $W^2 = \vec{W}\cdot\vec{W} = V_0^2 + U^2 - 2\,\vec{V_0}\cdot\vec{U}$ avec $\vec{V_0} = V_0\,\vec{e_x}$ et $\vec{U} = (\underbrace{-\sin\theta\,\vec{e_x} + \cos\theta\,\vec{e_y}}_{\vec{e_\theta}})\,U$

$W^2 = V_0^2 + U^2 + 2V_0 U \sin\theta$

et $U = R\omega = \lambda V_\infty = \lambda \dfrac{V_0}{1-a} = \lambda_0 V_0$

$W^2 = V_0^2\left(1 + \lambda_0^2 + 2\lambda_0 \sin\theta\right) \rightarrow \boxed{W = V_0\sqrt{1 + 2\lambda_0 \sin\theta + \lambda_0^2}}$

Q6 – $W\cos\alpha = -\vec{W}\cdot\vec{e_\theta} = -(\vec{V_0} - \vec{U})\cdot\vec{e_\theta} = \sin\theta\, V_0 + U$

$= \sin\theta\, V_0 + \lambda_0 V_0 = V_0(\sin\theta + \lambda_0)$

$W\sin\alpha = \vec{W}\cdot\vec{e_r} = (\vec{V_0} - \vec{U})\cdot\vec{e_r}$ avec $\vec{e_r} = \cos\theta\,\vec{e_x} + \sin\theta\,\vec{e_y}$

$\vec{U} \perp \vec{e_r}$

$= \vec{V_0}\cdot\vec{e_r}$

$= V_0\cos\theta$

donc $\boxed{\tan\alpha} = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{V_0\cos\theta}{V_0(\sin\theta + \lambda_0)} = \boxed{\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta + \lambda_0}}$

On remarque tt de suite que pour $\theta = \pi/2$ et $3\pi/2$ $\rightarrow$ $\tan\alpha$ s'annule

avec $\lambda_0 = \dfrac{\lambda}{1-a} = \dfrac{2{,}4}{1-0{,}37}$

donc $\boxed{\alpha_{min} = 0}$, ce qui est cohérent avec la fig. 3-bis $\rightarrow$ $\vec{W} \parallel \vec{U}$ angle d'attaque nul

$\lambda_0 = 3{,}81 \gg |\sin\theta|$!

Max de $\tan\alpha$ $\rightarrow$ $\dfrac{d(\tan\alpha)}{d\theta} = \dfrac{-\sin\theta(\sin\theta + \lambda_0) - \cos^2\theta}{(\sin\theta + \lambda_0)^2} = -\dfrac{(1 + \sin\theta\,\lambda_0)}{(\sin\theta + \lambda_0)^2}$

s'annule pour $\sin\theta = -\dfrac{1}{\lambda_0} = -\dfrac{1}{3{,}81}$

$\hookrightarrow \theta_1 = -15^\circ$ (ou $360 - 15^\circ$) et $\theta_2 = 180 + 15^\circ$

Alors $\tan\alpha_{max} = \pm 0{,}27 \rightarrow \boxed{\alpha_{max} = \pm 15^\circ}$

Rq) $\tan\alpha$ et α st proches car $\tan\alpha$ demeure faible.

($\lambda_0 = 3{,}81$!)

En effet de manière qualitative $\vec{w}$ reste proche de $-\vec{v}$

et $\tan\alpha \simeq \frac{\cos\theta}{\lambda_0}$! si on considère un max pour $\theta \simeq 0$ ou π !

$\tan\alpha_{max} \simeq \pm \frac{1}{\lambda_0}$

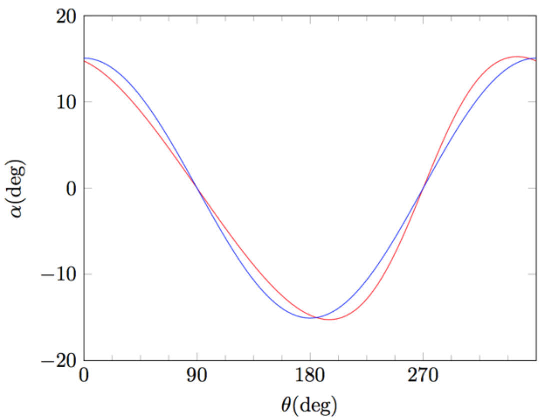
$\simeq \pm 0,263$

On retrouve le calcul exact !

Avec $\tan\alpha \simeq \alpha$ → $\alpha_{max} \simeq 0,263$ → $15,1°$!

Donc pour l'allure on peut se contenter de $\tan\alpha \simeq \alpha \simeq \frac{\cos\theta}{\lambda_0}$

La courbe exacte en rouge et approchée issue de $\tan\alpha \simeq \frac{\cos\theta}{\lambda_0}$ sont représentées ci-dessous



Q8 - Vérifions tt d'abord le nbre de Reynolds de l'écoulement

$\boxed{Re = \frac{\rho_{air} W \ell}{\eta}}$ avec $w = v_0\sqrt{1+2\lambda_0\sin\theta+\lambda_0^2}$

qui varie entre $w_- = v_0(1-2\lambda_0+\lambda_0^2)^{1/2}$ ($\theta = \frac{3\pi}{2}$) $= v_0(-1+\lambda_0) = 10,6\ m.s^{-1}$

et $w_+ = v_0(1+\lambda_0) = 18,2\ m.s^{-1}$ ($\theta = \frac{\pi}{2}$)

donc $\boxed{3,2.10^5 < Re < 5,5.10^5}$ → on choisira la courbe la + proche soit $Re = 5.10^5$!

Pour cette courbe et $|\alpha_{max}| = +15°$ le décrochage n'est pas atteint et on observe une variat linéaire de C_L en f° de α.

↳ $C_L(\alpha) \simeq k\alpha$ avec $k \simeq 0,12$ avec angle en deg. ($k \simeq 7$? avec rad.)

C_D tjs $< 0,025$ et $C_L \nearrow$ jusqu'à 1 en ODG !

$C_D \ll C_L$ sauf au voisinage d'un angle d'attaque nul où $C_L(\alpha=0) = 0$ (aile symétrique).

Q9 - $\vec{F_1} \simeq \vec{F_L}$ car $C_D \ll C_L$

$= \frac{1}{2} C_L(\alpha)\rho S \underbrace{v_0^2(1+2\lambda_0\sin\theta+\lambda_0^2)}_{w^2}\vec{n}$

avec $\vec{n} = \cos\alpha\,\vec{e_r} + \sin\alpha\,\vec{e_\theta}$

- La composante selon $\vec{e_r}$ n'influence pas la rotat de la pale (couple nul car $\vec{e_r}$ passe par l'axe de rotat), elle est compensée par les réact d'axe
- La composante selon $\vec{e_\theta}$ influence la rotat de l'éolienne.

Avec des angles d'incidence $< 15°$ → approx. des petits angles valide → $\sin\alpha \simeq \alpha$ et $\vec{F_1} \propto k\alpha \times \alpha = k\alpha^2\,\vec{e_\theta}$

∀ le signe de α et la posit de la pale, le couple de cette force est tjs du m̂ signe et à l'origine de la rotat !

Q10 - $M_{3,1}$ = bras de levier × force

$= R \times \frac{1}{2} k\rho S v_0^2(1+2\lambda_0\sin\theta+\lambda_0^2)\,\alpha\sin\alpha$

avec petits angles $\alpha\sin\alpha \simeq \tan^2\alpha = \frac{\cos^2\theta}{(\sin\theta+\lambda_0)^2}$

donc $M_{3,1} = \underbrace{\frac{kR\rho S v_0^2}{2}}_{K} \underbrace{(1+2\lambda_0\sin\theta+\lambda_0^2)\frac{\cos^2\theta}{(\sin\theta+\lambda_0)^2}}_{f(\theta)}$

$M_{3,1} = K f(\theta)$

Q11 - Pale n°2 → $\theta + \frac{2\pi}{3}$ ‖ chose identique par ailleurs

pale n°3 → $\theta + \frac{4\pi}{3}$

$$\boxed{\Gamma_3 = K\left(f(\theta) + f\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + f\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right)\right)}$$

$$\boxed{\Gamma_3 = K\, F(\theta)}$$

Q12 - $P = \langle \Gamma_3 \rangle \omega \simeq 1{,}58\, K\omega$

avec $K = \frac{k \rho_e S v_0^2}{2}$ avec $S = h\ell$ et $\lambda = \frac{R\omega}{v_\infty}$ → $R\omega = \lambda v_\infty = 14{,}4\ \text{m.s}^{-1}$

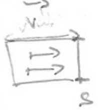
AN : $K\omega = 2800\ \text{W}$ et $\boxed{P = 4{,}4\ \text{kW}}$ → petit moteur industriel → appareil électroménager

(Q9e) Cet ordre de grandeur est cohérent avec les résultats des essais

$P = 5{,}5\ \text{kW}$ pour vitesse vent entre 6 et 10 m.s^{-1}

Q13 - Débit d'énergie cinétique traversant une surface S pdt dt

avec un débit massique $D_m = \rho_{air} S v_\infty = \frac{dm}{dt}$ → traversant S pdt dt



$$dE_c = dm \times \tfrac{1}{2} v_\infty^2 = \tfrac{1}{2} D_m\, dt\, v_\infty^2$$

$$dE_c = \tfrac{1}{2} \rho_{air} S v_\infty^3\, dt \rightarrow \boxed{\frac{dE_c}{dt} = D_{Ec} = \tfrac{1}{2}\rho_{air} S v_\infty^3}$$

et $\boxed{S = L \times 2R}$ ↳ maître-couple ⊥ à l'écoulement

c'est la puissance max. du vent disponible sur la surface balayée par l'éolienne.

donc $\boxed{D_{Ec} = \rho_{air} L R v_\infty^3 = 8{,}3\ \text{kW}}$

Q14 - Rendement $\boxed{\eta = \frac{P}{D_{Ec}}} = \frac{\rho_{air} k \cancel{RL} \ell v_0}{2 \rho_{air} \cancel{LR} v_\infty^3} \langle F(\theta)\rangle \omega$

$$\eta = \frac{k \ell v_0^2}{2 v_\infty^3} \langle F(\theta) \rangle \omega \quad \text{avec} \quad v_0 = (1-a) v_\infty \quad \text{et} \quad R\omega = \lambda v_\infty,\ \omega = \frac{\lambda v_\infty}{R}$$

$$\eta = \frac{k\ell}{2} \frac{\lambda \cancel{v_\infty}}{R \cancel{v_\infty^3}} \times (1-a)^2 \cancel{v_\infty^2} \langle F(\theta) \rangle$$

$$\boxed{\eta = \frac{k\ell}{2R} \lambda (1-a)^2 \langle F(\theta) \rangle}$$

AN $\boxed{\eta = 0{,}53}$ > machine therm ≃ 0,3
< machines électriques ≃ 0,9 !

rendement moyen

Q15 - Sur la courbe de $F(\theta)$ on remarque une période de $\frac{2\pi}{3}$ (120°) pour θ ← $\frac{1}{3}$ de la période de rotation 2π

Or $\theta = \omega t$ ($= 2\pi f t$). La fréq. fondamentale du dvlpt en série de Fourier du couple sera donc $\boxed{f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{\frac{2\pi}{3\omega}} = \frac{3\omega}{2\pi} = \frac{3\lambda v_\infty}{2\pi R}}$

Le signal n'étant pas parfaitement sinusoïdal → harmoniques $\boxed{f_n = n f_1 = n \frac{3\lambda v_\infty}{2\pi R}}$

triple de la fréq. de rotation de l'éolienne

$v_\infty = 0 \rightarrow f_1 = 0$

$v_\infty = 16\ \text{m.s}^{-1} \rightarrow f_1 = 4{,}6\ \text{Hz}$ ($\lambda = 3{,}4$)

Q16 - $\vec{F_D} = \frac{C_D}{2} \rho_{air} S w^2 \vec{t}$

avec $\vec{t} = -\cos\alpha\, \vec{e_\theta} + \sin\alpha\, \vec{e_r}$

de moment $\mathcal{M}_{D,3} = -\frac{C_D}{2} \rho_{air} S w^2 \cos\alpha\, R$

avec $\alpha \in [0 ; \pm 15°] \rightarrow \cos\alpha > 0$

donc un couple qui s'oppose au mvt ∀ la posit de l'éolienne ($w(\theta)$) !

et $P = \langle \mathcal{M}_{D,3} \rangle \omega < 0$!

On a intérêt à minimiser C_D car $P \propto C_D$ ~~pour~~ optimiser la puissance délivrée par l'éolienne.