

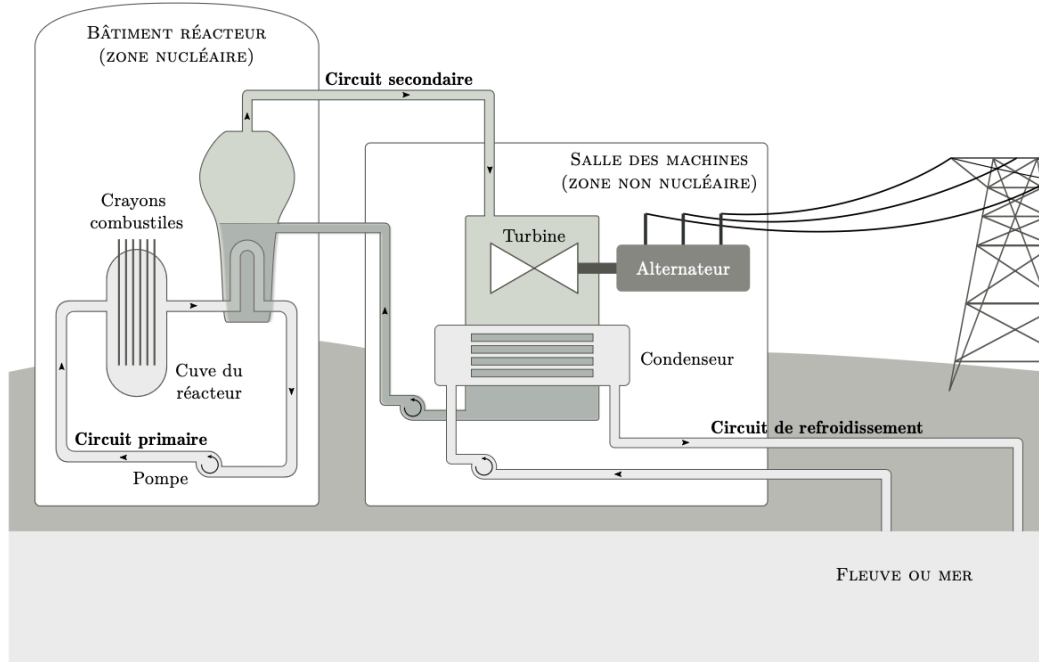
**DS de Physique 14 janvier 2026**

**Difficulté supérieure**

**PSI - Lycée du Parc des Loges – Durée 4H**

## Première partie – Autour d'une centrale nucléaire

Une centrale nucléaire utilise l'énergie dégagée par la fission nucléaire des atomes d'uranium placés au cœur du réacteur. La chaleur générée par la fission est transférée à un fluide caloporteur, généralement de l'eau qui circule dans le circuit primaire. L'eau du circuit primaire est portée à très haute température par l'effet des réactions de fission nucléaire qui ont lieu au sein du cœur du réacteur. Elle passe ensuite dans un pressuriseur qui maintient sa pression constante et égale à  $p = 155$  bar, puis effectue un échange thermique avec le circuit secondaire dans un générateur de vapeur : l'énergie thermique dégagée par l'eau du premier circuit vaporise alors l'eau du second, qui fait ensuite tourner plusieurs turbines génératrices d'énergie mécanique, elle-même enfin transformée en énergie électrique par un alternateur.



**Figure 1** Principe d'un réacteur nucléaire. Librement adapté d'une illustration EDF.

Certaines questions, repérées par une barre en marge, ne sont pas guidées et demandent de l'initiative de la part du candidat. Les pistes de recherche doivent être consignées par le candidat sur sa copie ; si elles sont pertinentes, elles seront valorisées. Le barème tient compte du temps nécessaire pour explorer ces pistes et élaborer un raisonnement, il valorise ces questions de façon très significative.

## II Étude du circuit secondaire

### II.A – Préliminaire

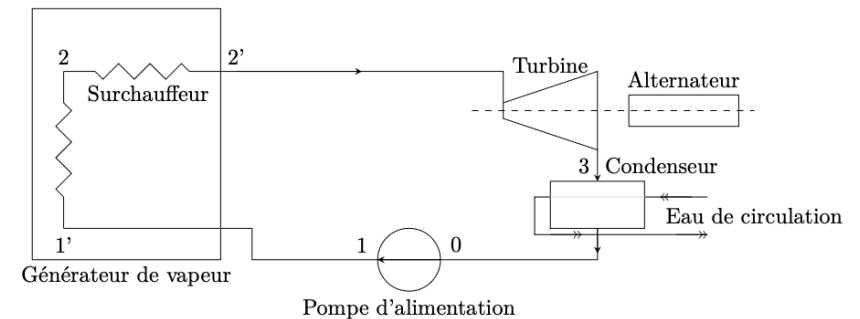
On considère un fluide en écoulement stationnaire, sans variation notable de son énergie mécanique, dans une machine. Il y entre dans l'état E (pression  $p_e$ , température  $T_e$ , enthalpie massique  $h_e$ ) et en sort dans l'état S (pression  $p_s$ , température  $T_s$ , enthalpie massique  $h_s$ ). On note  $w_u$  le travail utile massique et  $q$  le transfert thermique massique reçus algébriquement par le fluide lors de la traversée de la machine.

**Q 16.** Établir soigneusement la relation vérifiée dans ce cas par  $h_s - h_e$ ,  $w_u$  et  $q$ .

### II.B – Cycle de Hirn

On considère le circuit secondaire, décrit par la figure 5 :

- la pompe d'alimentation porte l'eau liquide juste saturée (état 0) de la basse pression  $p_3 = 0,040$  bar du condenseur à la pression  $p_2 = 85,8$  bar du générateur de vapeur (GV) de façon isentropique (état 1) ;
- l'eau liquide entre ensuite dans le générateur de vapeur, où elle est chauffée de façon isobare jusqu'à la température  $T_2$  du changement d'état (état 1' – liquide juste saturant), puis est totalement vaporisée jusqu'à l'état 2 (vapeur saturante sèche). Le surchauffeur (2 – 2') fonctionne de façon isobare ;
- la vapeur sèche produite (état 2') subit ensuite une détente isentropique dans une turbine calorifugée amenant le système dans l'état 3, à la température  $T_0$  ;
- le mélange diphasé (état 3) pénètre ensuite dans le condenseur pour y être totalement condensé (état 0).



**Figure 5** Cycle de Hirn.

On se place en régime stationnaire. On suppose l'eau liquide incompressible et on néglige le travail consommé par la pompe devant les autres termes énergétiques de l'installation.

Dans la suite, les grandeurs thermodynamiques indicées par  $i$  sont relatives à l'état  $i$ .

On donne  $T_0 \simeq T_1 = 29$  °C,  $T_2 = 300$  °C et  $T_2' = 500$  °C, ainsi qu'un extrait de tables thermodynamiques pour l'eau sur le tableau 1. Les données suivantes sont également fournies :

- chaleur latente massique de vaporisation de l'eau à  $T_2$  :  $L_v(T_2) = 1404$  kJ·kg<sup>-1</sup> ;
- enthalpie et entropie massiques respectives de la vapeur d'eau sèche à 500 °C et 85,8 bar :  $h = 3391$  kJ·kg<sup>-1</sup> et  $s = 6,68$  kJ·kg<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>.



Eau du circuit	Débit massique (t·h <sup>-1</sup> )	Température (°C)	Pression (bar)	Enthalpie massique (kJ·kg <sup>-1</sup> )
Eau sortie condenseur		32,5	0,050	136,0
Eau sortie réchauffeur 4		181,1		768,0
Eau sortie réchauffeur 5		181,7		772,2
Eau entrée échangeurs principaux	5412,1	219,3	60	941,7
Vapeur sortie échangeurs principaux	5412,1	268,7	54	2788,4
Vapeur admission turbine HP	5001,9	266,4	52	2787,1
Vapeur alimentant le sècheur surchauffeur	403,7	266,4	52	2787,1
Vapeur soutirage 6 sortie turbine HP	214,3	223,3	26	2682,5
Vapeur soutirage 5 sortie turbine HP	208,4	203,4	17,6	2622,6
Vapeur soutirage 4 sortie turbine HP	402,1	183,8	11,5	2562,8
Vapeur à l'échappement de la turbine HP	4177,1	183,8	11,5	2562,8
Vapeur admission turbine BP	3704,0	264,1	11,2	2970,4
Vapeur soutirage 3 sortie turbine	281,4	137,8	3,6	2731,5
Vapeur soutirage 2 sortie turbine	235,4	97,4	0,97	2538,9
Vapeur soutirage 1 sortie turbine	134,2	60,8	0,22	2377,8
Vapeur entrée condenseur (en provenance de la turbine BP)	3053,0	32,9	0,050	2242,2

**Tableau 2**    Caractéristiques thermodynamiques du cycle.

### Données

Variation d’entropie d’une phase condensée incompressible de capacité thermique  $C$  entre un état 1 et un état 2 :

$$\Delta S = C \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Coordonnées du point critique de l’eau :  $T_C = 374\text{ °C}$ ,  $p_C = 221\text{ bar}$ .

$$R = 8,314\text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$$

## Deuxième partie – Analyse physique d’un SPA

### Analyse physique d’un spa

La pandémie de COVID-19 a profondément changé la consommation de loisirs des français. N’étant pas sûrs de pouvoir voyager ou que les campings et plages soient accessibles, nombreux sont ceux qui ont cherché à se procurer du bien-être dans leur propre habitation en achetant une piscine ou un spa gonflable. Dans ce problème plusieurs aspects de l’utilisation du spa sont abordés, de la première installation au stockage hivernal.



FIGURE 1 – Photographie du spa étudié

Les applications numériques comporteront deux chiffres significatifs. Les données nécessaires à ces applications numériques et certaines définitions habituelles sont rassemblées en fin d'énoncé. **Elles sont complétées par un formulaire.** Les vecteurs sont généralement notés avec des flèches ( $\vec{v}$  de norme  $v$ ) et sont surmontés d'un chapeau s'ils sont unitaires ( $\hat{u}_x$ ).

La hauteur d'eau dans le spa est  $h_e = 0,75$  cm.

### II.C Brassage de l'eau

Nous cherchons à modéliser dans cette partie la façon dont les bulles d'air produites au fond du spa permettent de brasser l'eau qu'il contient et de générer ainsi une sensation de relaxation à son utilisateur.

- – 18. En faisant l'hypothèse que la température des bulles d'air est constante, quelle est la variation de volume relative d'une bulle due à la pression hydrostatique ?  
En déduire que le volume  $V_b$  d'une bulle peut être considéré constant au cours de sa remontée vers la surface.

On note  $R$  le rayon d'une bulle qui, lors de sa remontée à la vitesse de module  $v_b$ , subit une force de trainée  $\vec{F}_t$  de module  $F_t$ . Sur la figure 3 ci-après, on définit le coefficient de trainée  $C_x$  et on trace sa représentation graphique en fonction du nombre de Reynolds  $Re$ . On précise que pour des faibles valeurs du nombre de Reynolds (régime de Stokes), la courbe peut être approximée par  $C_x = 24/Re$ .

- – 19. On considère une bulle de taille caractéristique  $R \simeq 1$  mm remontant à une vitesse de l'ordre de quelques dizaines de centimètres à un mètre par seconde, estimer le nombre de Reynolds correspondant. Comment s'exprime la force de trainée dans ce régime ?

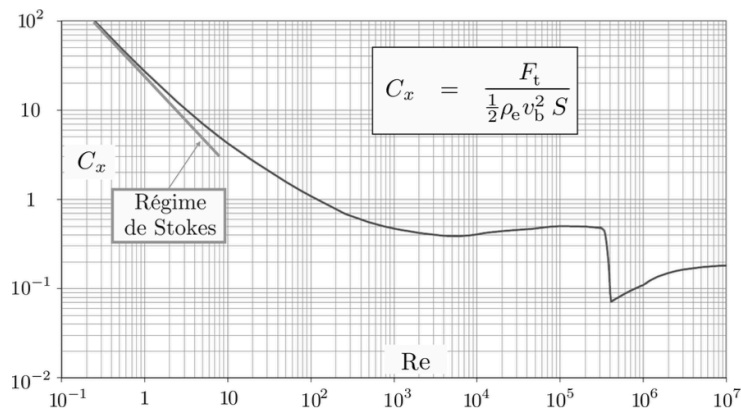


FIGURE 3 – Coefficient de trainée ( $C_x$ ) en fonction du nombre de Reynolds pour une bulle de section  $S$  dans la direction de l'écoulement, subissant une trainée  $F_t$  et se déplaçant à une vitesse de module  $v_b$  dans de l'eau de densité  $\rho_e$ .

- – 20. En supposant que la bulle est lâchée sans vitesse initiale au fond du spa, exprimer sa vitesse sous la forme  $v_b(t) = v_1 f(t/\tau_b)$  où  $f$  est une fonction trigonométrique hyperbolique et dans laquelle on exprimera la vitesse  $v_1$  en fonction de  $\rho_e$ ,  $\rho_a$ ,  $g$ ,  $R$  et  $C_x$  et la durée  $\tau_b$  en fonction de  $v_1$ ,  $\rho_a$ ,  $\rho_e$  et  $g$ .  
Comment s'interprètent  $v_1$  et  $\tau_b$  ?  
Numériquement on trouve  $v_1 = 21 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $\tau_b = 25 \mu\text{s}$ , commenter l'adéquation du modèle avec ces valeurs.

On se place dans la situation dans laquelle une bulle d'air ne subit plus aucune accélération. Le référentiel lié à cette bulle est donc galiléen.

Dans un modèle simple on ne considère pas les variations dues à la pression hydrostatique et on cherche à montrer que la pression et le volume de la bulle ne sont constants qu'en moyenne, et que c'est leur variation sur une échelle de temps courte qui permet de transférer de l'énergie à l'eau qui l'entoure.

On ne considère pas non plus les interactions entre les bulles : on étudie une seule bulle fixe, de rayon  $R(t)$  variable, entourée d'eau jusqu'à l'infini (la taille du spa est très grande devant celle d'une bulle). On néglige également les effets dus à la viscosité de l'eau ainsi que ceux dus à la diffusion thermique par rapport aux termes de pression interne. On suppose que le rayon de la bulle varie peu : on note  $R(t) = R_0 + \varepsilon(t)$  avec  $|\varepsilon(t)| \ll R_0$ ,  $R_0$  étant le rayon de la bulle si  $P_a = P_0$  où  $P_0 = 1 \text{ bar}$  est la pression atmosphérique et  $P_a$  celle à l'intérieur de la bulle.

- – 21. En supposant l'écoulement de l'eau autour de la bulle incompressible, déterminer l'expression de la vitesse  $\vec{v}(r,t)$  d'un point quelconque  $M$  situé dans l'eau, à une distance  $r$  du centre de la bulle et au voisinage de sa surface, en fonction notamment de  $\frac{dR(t)}{dt}$ .

La conservation de l'impulsion autour de la bulle permet d'établir la relation

$$\rho_e \left( \frac{\partial v(r,t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial v^2(r,t)}{\partial r} \right) = - \frac{\partial P(r,t)}{\partial r}$$

- – 22. En déduire qu'à l'ordre le plus bas en  $\varepsilon$  on peut écrire

$$\frac{\partial P(r,t)}{\partial r} = - \frac{\beta}{r^2} \frac{d^2 \varepsilon(t)}{dt^2}.$$

On exprimera  $\beta$  en fonction de  $\rho_e$  et  $R_0$ .

À partir de cette relation, obtenir une expression de la pression  $P_a(t)$  à l'intérieur de la bulle en supposant que la pression dans l'eau loin de la bulle est égale à  $P_0$ .

- – 23. En considérant que la bulle évolue de façon isentropique, obtenir une autre relation entre  $P_a(t)$  et  $\varepsilon(t)$ .  
□ – 24. Montrer alors que le rayon de la bulle oscille et calculer la fréquence correspondante. On prendra  $R_0 = 1 \text{ mm}$ .  
En estimant le temps caractéristique de diffusion thermique dans la bulle, montrer que l'hypothèse d'évolution isentropique est cohérente.  
□ – 25. Estimer l'énergie cinétique moyenne associée à ces oscillations.  
Conclure sur le brassage de l'eau provoqué par les bulles du spa.

## Données à toutes fins utiles

Pour l'eau considérée dans le sujet on prendra

- Masse volumique :  $\rho_e = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Capacité thermique massique :  $c_e = 4,2 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$
- Viscosité dynamique (supposée indépendante de la température) :  $\eta_e = 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

Pour l'air considéré dans le sujet on prendra

- Conductivité thermique :  $\lambda_a = 2,5 \times 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- Coefficient d'échange conducto-convectif :  $h_a = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
- Masse volumique :  $\rho_a = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Coefficient adiabatique :  $\gamma_a = 1,4$
- Capacité thermique massique à volume constant :  $c_a = 7,1 \times 10^2 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

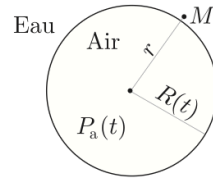


FIGURE 4 – Modèle pour la bulle



## Formulaire

- Pour les fractions de cercles on prendra  $\frac{\pi}{3} = 1,0$  ;  $\frac{\pi}{4} = 0,8$  et  $\frac{\pi}{5} = 0,6$ .
- On rappelle que

$$\int \frac{dx}{1-x^2} = \arg \tanh(x) + \text{cste}$$

- La divergence d'un vecteur  $\vec{A}$  dont les coordonnées sont  $(A_r, A_\theta, A_\phi)$  dans la base  $(\hat{e}_r, \hat{e}_\theta, \hat{e}_\phi)$  des coordonnées sphériques s'écrit :

$$\text{div} \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

## Troisième partie – Autour de la propulsion spatiale

Pour les applications numériques on utilisera 3 chiffres significatifs. Les vecteurs sont surmontés d'un chapeau s'ils sont unitaires  $\hat{u}_x$  ou d'une flèche dans le cas général  $\vec{v}$ . A l'exception de  $i$  tel que  $i^2 = -1$ , les grandeurs complexes sont soulignées :  $\underline{z} \in \mathbb{C}$ .

### Données valables dans tout le problème

- Masse de l'électron,  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  ;
- Charge élémentaire,  $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;
- Constante de Newton de la gravitation universelle,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$  ;
- Permittivité diélectrique du vide,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$  ;
- Constante d'Avogadro,  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  ;
- Rayon de la Terre,  $R_t = 6,37 \cdot 10^3 \text{ km}$  ;
- Masse de la Terre,  $M_t = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ;
- Intensité du champ de pesanteur à la surface de la Terre,  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  ;
- Constante de Boltzmann,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$  ;
- Constante de Planck,  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  ;
- Constante des gaz parfaits,  $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  ;

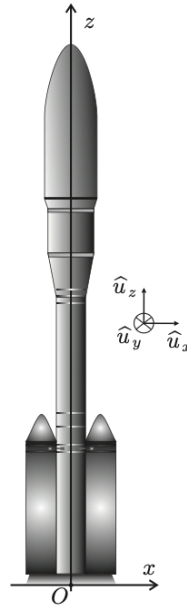


FIGURE 1 – Fusée

## I. — Généralités

### I.A. — Aspect cinétique - Lois de vitesse

A l'instant  $t = 0$ , une fusée de masse totale  $m_0$  décolle verticalement dans le référentiel terrestre (voir figure 1). On définit le débit de masse  $D_m > 0$  des gaz brûlés, par  $D_m = -\frac{dm}{dt}$ ,  $m(t)$  désignant la masse de la fusée à un instant  $t > 0$  quelconque. On note  $\vec{u} = -u\hat{u}_z$  avec  $u > 0$ , la vitesse d'éjection des gaz par rapport à la fusée. On note  $\vec{v} = v(t)\hat{u}_z$  la vitesse de la fusée dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On suppose que  $D_m$  et  $u$  restent constants et que le champ de pesanteur  $g$  reste uniforme lors du lancement.

❑ 1 — En prenant pour système la fusée à l'instant  $t$ , exprimer sa quantité de mouvement  $\vec{p}_f$  aux instants  $t$  et  $t + dt$ . Déterminer de même la quantité de mouvement  $\vec{p}_g$  à l'instant  $t + dt$  du gaz éjecté pendant  $dt$ .

❑ 2 — On rappelle que la dérivée temporelle d'un vecteur  $\vec{w}(t)$  est définie par la relation  $\frac{d\vec{w}}{dt} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\vec{w}(t+dt) - \vec{w}(t)}{dt}$ . En utilisant le principe fondamental de la dynamique pour l'ensemble {fusée + gaz}, établir l'équation différentielle

$$m \frac{dv}{dt} = D_m u - mg \quad (1)$$

❑ 3 — Identifier, dans le second membre de l'équation (1), l'intensité  $F$  de la force de poussée. A quelle condition la fusée décolle-t-elle ?

❑ 4 — On nomme impulsion spécifique  $I_s$  d'un ergol (gaz propulseur) le temps pendant lequel une masse  $m$  de cet ergol peut fournir une poussée équivalente au poids ressenti par  $m$  à la surface de la terre. Exprimer  $I_s$  en fonction de  $u$  et  $g$ .

❑ 5 — Déterminer l'expression de la vitesse  $v(t)$  de la fusée à l'instant  $t$ , en fonction de  $t$ ,  $m(t)$ ,  $g$ ,  $u$  et de la masse de la fusée à l'instant  $t = 0$  notée  $m_0$ .

❑ 6 — On suppose le vaisseau extrait de l'attraction terrestre (mission interplanétaire), sa masse totale est alors  $m_i$  et sa vitesse  $\vec{v} = v_i \hat{u}_z$ . On allume à nouveau un moteur pendant une durée  $\Delta t$  conduisant à une variation de masse  $\Delta m = m_i - m_f$ . Adapter l'expression précédente pour obtenir la relation de Tsiolkovski donnant l'accroissement de vitesse correspondant, noté  $\Delta V = v_f - v_i$ , en fonction de  $u$ ,  $m_i$  et  $m_f$ .

L'exemple qui suit a pour objet de montrer l'intérêt des fusées à plusieurs étages. Soit une fusée de masse totale  $m_t = 134$  tonnes constituée de deux étages. La masse totale du premier étage est  $m_{t_1} = 110$  tonnes dont 100 tonnes d'ergols, et celle du second est  $m_{t_2} = 24,0$  tonnes dont 20,0 tonnes d'ergols.

❑ 7 — En considérant que la vitesse d'éjection des gaz  $u = 4,00 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  est la même lors de la poussée de chaque étage, calculer les accroissements de vitesse apportés successivement par chacun des étages de la fusée. Comparer avec le cas d'une fusée ne possédant qu'un seul étage et la même répartition de masses, c'est-à-dire 14,0 tonnes de structure et 120 tonnes d'ergols. Les calculs seront effectués dans l'hypothèse d'une absence de pesanteur.

Une autre manière de minimiser les dépenses en carburant est d’augmenter la vitesse d’éjection, limitée à quelques kilomètres par seconde dans le cas d’une propulsion chimique comme nous le verrons dans la suite de ce problème.

❑ **8** — Pour une charge utile de masse  $m_u = 500$  kg, calculer les masses  $m_{c_1}$  et  $m_{c_2}$  de carburant (la masse initiale du vaisseau est  $m_0 = m_u + m_c$ ) à prévoir pour obtenir une variation de vitesse  $\Delta V = 5,00 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ , dans le cas d’une propulsion chimique ( $u = 4,00 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ ) et d’une propulsion ionique ( $u = 20,0 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

**I.B. — Aspect énergétique - Rendement propulsif du moteur fusée**

❑ **9** — Le vaisseau se déplace à une vitesse de norme  $v$  dans le référentiel d’étude galiléen. Exprimer l’énergie cinétique dans ce référentiel de la masse  $dm$  du gaz éjectée pendant  $dt$ , en déduire la puissance cinétique  $P_{jet}$  contenue dans le jet de gaz issu du moteur. Exprimer de même la puissance reçue par le vaisseau de la part de la force de poussée. On exprimera ces deux termes en fonction de  $D_m, u$  et  $v$ .

❑ **10** — On définit le rendement propulsif comme le rapport de la puissance cinétique gagnée par le vaisseau sur la puissance totale dépensée. En admettant une conversion parfaite de l’énergie stockée dans le vaisseau en énergie cinétique du jet et du vaisseau, montrer que le rendement propulsif peut se mettre sous la forme

$$\eta(x) = \frac{2x}{1 + x^2}$$

où l’on précisera l’expression de  $x$  en fonction des données du problème.

❑ **11** — Tracer la courbe  $\eta(x)$ , pour quelle valeur de  $x$  le rendement propulsif est-il maximal ? Pour quelles valeurs de  $x$  le rendement est il nul ? Montrer que l’on pouvait prévoir ces résultats sans calcul.

En fait, bien que des moteurs à vitesse d’éjection variable soient étudiés et quelquefois exploités, le rendement énergétique de la propulsion est souvent considéré comme secondaire : l’énergie fournie par une pile nucléaire ou des panneaux solaires est presque illimitée, ce qui n’est pas le cas des réserves de gaz propulsif.

**FIN DE LA PARTIE I**

**II. — Limites de la propulsion chimique**

Considérons l’écoulement d’un fluide entre deux sections S1 et S2 en régime permanent.  
12 - Donner le premier principe industriel appliqué à cet écoulement avec  $w'$  et  $q$  les grandeurs massiques échangées : travail utile et transfert thermique.

On se place dans la tuyère d’un moteur fusée, lorsque l’écoulement est permanent et s’effectue à altitude constante sans travail autre que celui des forces de pression. Le gaz éjecté est considéré comme parfait, de masse molaire  $M$ , d’indice adiabatique  $\gamma = 1,4$  . Il provient d’une chambre de combustion, où ses température et pression sont notées  $T_c$  et  $P_c$  . Le gaz est initialement au repos,  $v_c = 0$ . Par ailleurs, on considère que le transit du gaz dans la tuyère est suffisamment rapide et les échanges suffisamment lents pour que l’on puisse négliger les transferts thermiques.

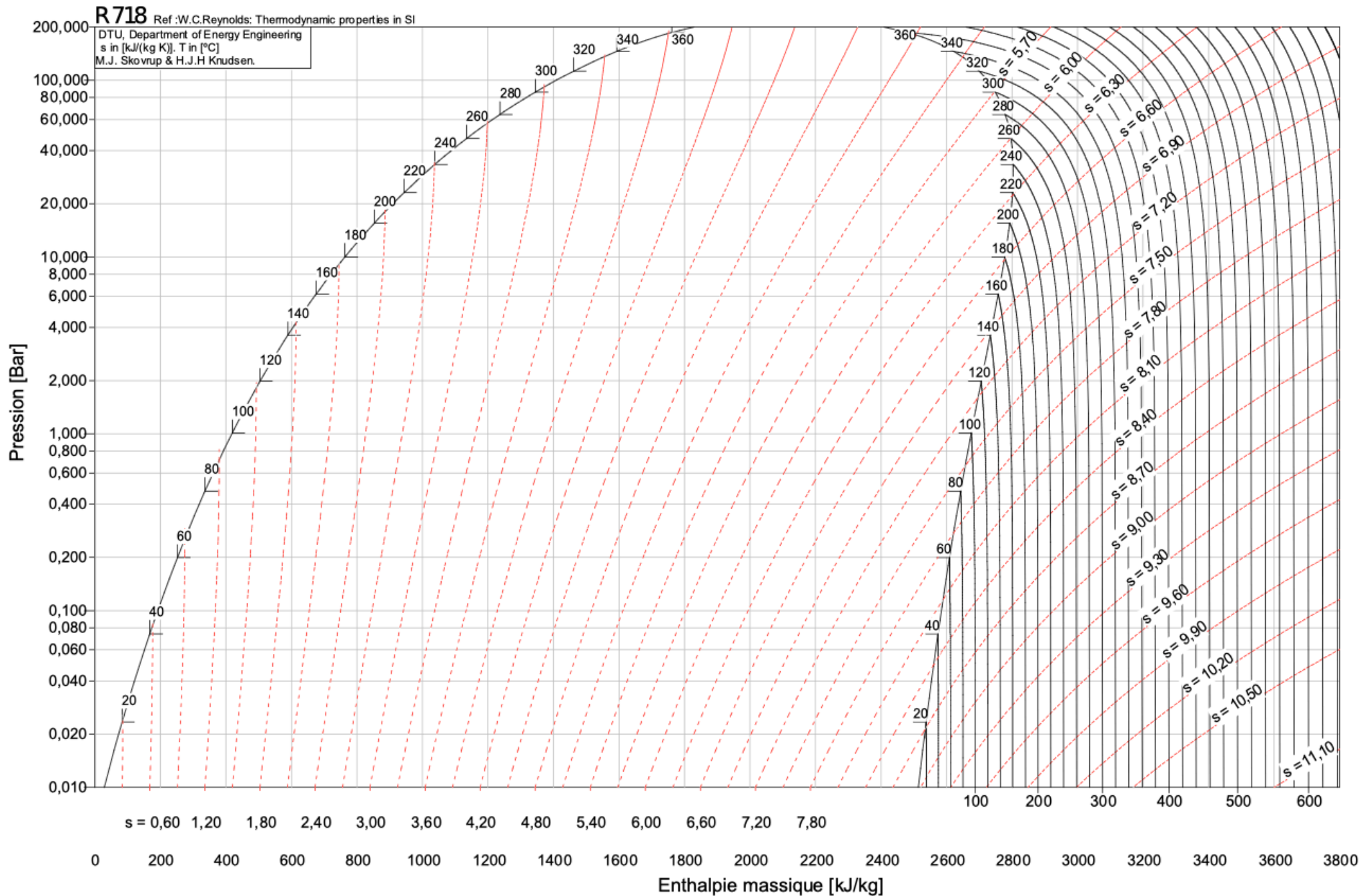
❑ **13** — Exprimer la vitesse maximale atteinte par le gaz en sortie de la tuyère en fonction de  $\gamma, R, T_c$  et  $M$ . On négligera la température de sortie devant  $T_c$ .

❑ **14** — Les ergols utilisés pour la propulsion sont du dihydrogène et du dioxygène, leur réaction stœchiométrique permet d’obtenir une température de combustion de l’ordre de  $T_c = 3,0 \cdot 10^3$  K. Calculer la vitesse maximale d’éjection des gaz issus de la tuyère et l’impulsion spécifique correspondante.

**FIN DE LA PARTIE 2**







La pression est exprimée en bar, l'entropie massique en  $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , l'enthalpie massique en  $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  et la température en °C.