

**CB 2026 - Physique-Chimie**  
**PSI - Lycée du Parc des Loges**

*N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

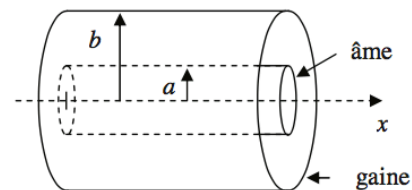
**Les calculatrices sont autorisées**

- Les résultats numériques exprimés sans unité ou avec une unité fautive ne seront pas comptabilisés.
- Les explications qualitatives des phénomènes interviennent dans la notation au même titre que les calculs.
- Tout résultat fourni dans l'énoncé peut être admis et utilisé par la suite, même s'il n'a pas été démontré par le candidat ou la candidate.

Durée 4H

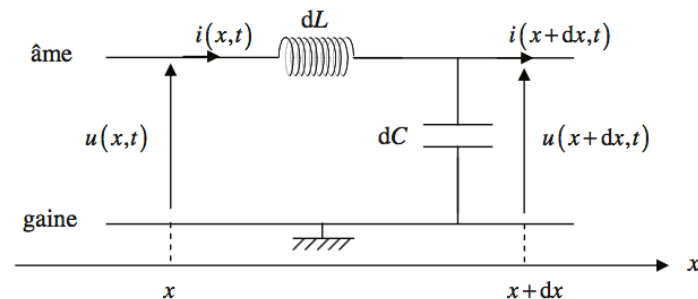
**Partie I – Transmission de signal par câble coaxial**

Un câble coaxial, représenté en **figure 1**, est constitué d'un fil de cuivre cylindrique central, de rayon  $a$ , appelé âme, et d'un conducteur cylindrique creux de même axe de révolution, également en cuivre, appelé gaine et de rayon intérieur  $b$ . Un isolant occupe tout l'espace entre l'âme et la gaine. À l'entrée du câble coaxial, on place un générateur de tension, non représenté, entre l'âme et la gaine.



**Figure 1** – Structure d'un câble coaxial

On modélise le câble coaxial, milieu continu, par une ligne électrique à constantes réparties, pour laquelle on note respectivement  $\Lambda$  et  $\Gamma$  les inductance et capacité par unité de longueur. La ligne est modélisée par une succession de tronçons élémentaires de longueur  $dx$ , considérés comme des quadripôles élémentaires auxquels sont associées une inductance  $dL = \Lambda \cdot dx$  et une capacité  $dC = \Gamma \cdot dx$ . Le schéma électrique d'un tronçon de ligne de longueur  $dx$  est représenté en **figure 2**. Dans ce modèle, on néglige toute perte résistive. On note  $i(x,t)$  et  $i(x+dx,t)$  les intensités des courants dans la ligne, à l'instant  $t$ , aux abscisses respectives  $x$  et  $x+dx$ . On note  $u(x,t)$  et  $u(x+dx,t)$  les tensions entre l'âme et la gaine, à l'instant  $t$ , aux abscisses respectives  $x$  et  $x+dx$ . Les tensions et courants sont des signaux sinusoïdaux alternatifs de fréquence  $f$ .



**Figure 2** – Schéma électrique d'un tronçon de ligne de longueur  $dx$

## I.1 – Le câble coaxial parfait

**Q1.** Comment le courant circulant dans l'âme revient-il jusqu'au générateur de tension ?

**Q2.** Démontrer que les deux équations différentielles couplées sur  $u$  et  $i$  sont :

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = -\Lambda \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad \text{et} \quad \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = -\Gamma \cdot \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}.$$

**Q3.** Montrer que  $u(x,t)$  et  $i(x,t)$  obéissent à deux équations de propagation de D'Alembert.

En déduire l'expression de la vitesse de propagation  $v$  des signaux dans la ligne en fonction de  $\Lambda$  et  $\Gamma$ . Vérifier sa dimension.

**Q4.** On étudie les solutions des équations de D'Alembert en régime permanent sinusoïdal. La tension  $u(x,t)$  correspond à la partie réelle de la tension complexe  $\underline{u}(x,t)$ . L'intensité  $i(x,t)$  correspond à la partie réelle de l'intensité complexe  $\underline{i}(x,t)$ . On propose, avec  $j$  le nombre complexe tel que  $j^2 = -1$ , des solutions complexes des équations de propagation de la forme :

$$\underline{u}(x,t) = \rho \cdot i_0 \cdot \exp(j(\omega \cdot t - k \cdot x)) - \rho \cdot i_1 \cdot \exp(j(\omega \cdot t + k \cdot x))$$

et

$$\underline{i}(x,t) = i_0 \cdot \exp(j(\omega \cdot t - k \cdot x)) + i_1 \cdot \exp(j(\omega \cdot t + k \cdot x)).$$

Vérifier que  $\underline{u}(x,t)$  est compatible avec l'équation trouvée à la question **Q3**, à une condition sur  $v$ ,  $\omega$  et  $k$  qu'on explicitera.

Donner une interprétation physique de chacun des deux termes présents dans les expressions de  $\underline{u}(x,t)$  et  $\underline{i}(x,t)$ .

Pour la suite, nous considérerons toujours  $i_0$  non nul.

Et  $i_1$  une amplitude pouvant être complexe.

**Q5.** Donner l'expression de  $\rho$  en fonction de l'impédance caractéristique  $Z_c = \sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}}$ .

Préciser son unité.

**Q6.** L'extrémité du câble, de longueur  $d$ , est fermée sur une impédance  $\underline{Z}$ . Exprimer  $i_1$  en fonction de :  $i_0$ ,  $\underline{Z}$ ,  $\rho$ ,  $k$  et  $d$ .

L'extrémité est repérée par son abscisse  $x = d$ .

Pour la question suivante, on pourra s'aider de l'expression du facteur  $r = i_1 / i_0$  comme intermédiaire de calcul.

**Q7.** L'impédance totale de la ligne vue depuis l'abscisse  $x$ , notée  $\underline{Z}_l(x)$ , a pour expression :

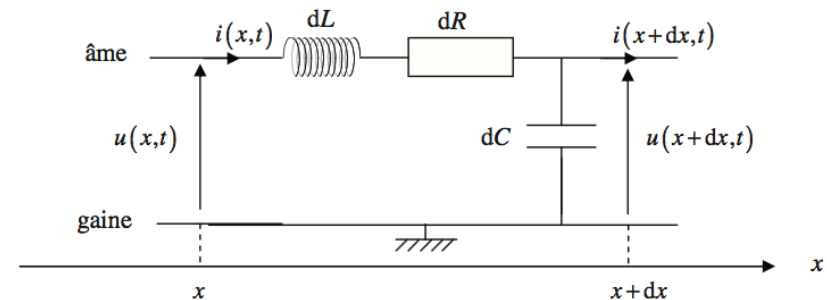
$$\underline{Z}_l(x) = \frac{\underline{u}(x,t)}{\underline{i}(x,t)}.$$

Donner l'expression de  $\underline{Z}_l(x)$  en fonction de :  $\underline{Z}$ ,  $\rho$ ,  $k$ ,  $d$  et  $x$ . À quelle condition sur  $\underline{Z}$ , l'impédance  $\underline{Z}_l(x)$  est indépendante de l'abscisse  $x$ ? Quelle est alors l'expression de  $\underline{Z}_l(x)$ ? Que dire dans ce cas de  $i_1$  et que peut-on alors conclure ?

Quelle impédance mettre en bout de câble pour s'assurer, dans le cadre des télécommunications, que la puissance transmise est optimale ?

## I.2 – Le câble coaxial avec pertes

La modélisation précédente ne décrit qu'imparfaitement la propagation du signal. Aussi on se propose d'étudier le modèle représenté en **figure 3** dans lequel on a inséré une résistance  $dR = r \cdot dx$  par rapport au modèle de la **figure 2** de la page 2.



**Figure 3** – Schéma électrique d'un tronçon de ligne imparfaite de longueur  $dx$

**Q8.** Quelle est l'origine physique de la résistance  $dR$  ?

**Q9.** Montrer que l'équation de propagation de l'onde de tension  $u(x,t)$  est :

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \Lambda \cdot \Gamma \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + r \cdot \Gamma \cdot \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}.$$

**Q10.** En considérant une solution de la forme  $\underline{u}(x,t) = u_0 \cdot \exp(j(\omega \cdot t - \underline{k} \cdot x))$  à l'équation de propagation précédente, dans laquelle  $\underline{k}$  est une pulsation spatiale complexe, trouver l'équation de dispersion associée à la ligne.

**Q11.** On écrit  $\underline{k}$  sous la forme :  $\underline{k} = \alpha - j \cdot \beta$ . Que représentent physiquement  $\alpha$  et  $\beta$  ? Justifier, par un raisonnement physique, le signe de  $\beta$  lorsque  $\alpha > 0$ .

**Q12.** On définit l'atténuation linéique de puissance du signal entre le point d'entrée du câble coaxial en  $x = 0$  et un point d'abscisse  $x$  par la grandeur  $A$ , exprimée en décibel par unité de

$$\text{longueur, } A = \frac{10 \cdot \log\left(\frac{P_0}{P(x)}\right)}{x} = \frac{10}{\ln 10} \cdot \frac{\ln\left(\frac{P_0}{P(x)}\right)}{x}, \quad \text{avec } P(x) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(u(x,t) \cdot \underline{i}^*(x,t))$$

la puissance moyenne de l'onde à l'abscisse  $x$  et  $P_0 = P(x=0) = \frac{1}{2} u_0 \cdot i_0$  la puissance moyenne de l'onde en entrée du câble.

En considérant que  $\underline{i}(x,t) = i_0 \cdot \exp(j(\omega \cdot t - \underline{k} \cdot x))$ , exprimer  $A$  en fonction de  $\beta$ .

Q13. À l'aide d'un développement limité à l'ordre 1, montrer que si  $r \ll \Lambda \cdot \omega$ , alors

$$A = \frac{10}{\ln 10} \cdot r \cdot \sqrt{\frac{\Gamma}{\Lambda}} .$$

Q14. Par ailleurs, on montre que, lorsque  $r \gg \Lambda \cdot \omega$ , l'atténuation linéique de puissance a pour expression :  $A = \frac{10}{\ln 10} \cdot \sqrt{2 \cdot r \cdot \Gamma \cdot \omega}$ . Ainsi, au vu de cette équation et de celle de la question

Q13, il semble que l'atténuation linéique de puissance progresse avec la fréquence puis devienne indépendante de celle-ci lorsque les effets inductifs prennent le pas sur les effets résistifs. Mais, en réalité, à cause d'un phénomène physique associé à la résistance  $r$ , en haute fréquence,  $r$  augmente avec la racine carrée de la fréquence. Nommer et expliquer ce phénomène.

On rappelle  $(1+x)^\beta = 1 + \beta x$  à l'ordre 1 pour  $x \ll 1$

## Partie II – Ondes acoustiques et oreille externe

D'après : Suva (<http://www.suva.ch>) « Musique et troubles de l'ouïe »

### Oreille externe

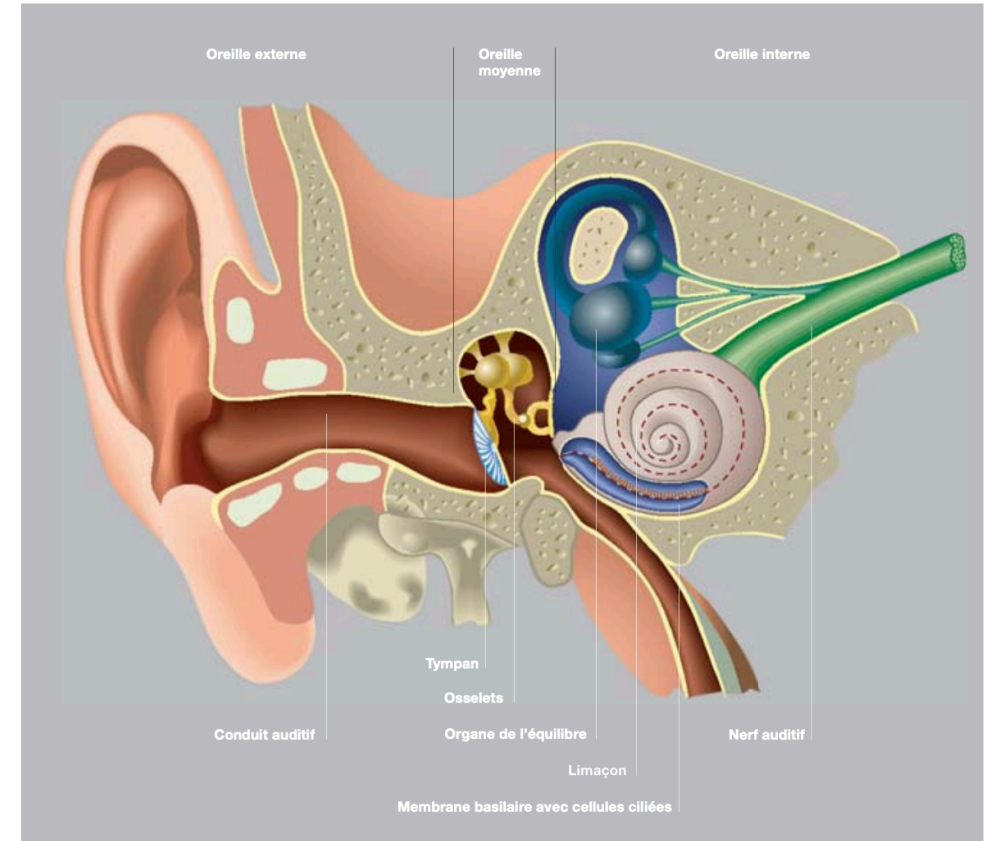
Elle se compose du pavillon de l'oreille (qui aide à localiser les sources sonores) et du conduit auditif. Ce dernier se termine par le tympan, qui réagit aux variations de pression comme la membrane d'un microphone.

### Oreille moyenne

Les vibrations du tympan sont amplifiées dans l'oreille moyenne, puis transmises à l'oreille interne par trois osselets (le marteau, l'enclume et l'étrier), les plus petits du squelette humain. Le marteau est relié au tympan et l'étrier à la « platine de l'étrier » qui transmet la vibration au liquide de la cochlée.

### Oreille interne

L'oreille interne abrite le limaçon (cochlée), de la taille d'un petit pois. Rempli d'un liquide, celui-ci est partagé en deux dans le sens de la longueur par la membrane basilaire.



### Cellules ciliées

Les sons font vibrer la membrane basilaire de manière sélective : les plus aigus sont captés sur la partie antérieure, tandis que les graves pénètrent au fond du limaçon. Ce mode de fonctionnement est comparable à celui d'un analyseur de fréquence. La membrane basilaire est tapissée d'environ 5000 cellules ciliées, des capteurs qui transforment les vibrations sonores en impulsions électriques transmises aux nerfs auditifs. Les 20 000 cellules ciliées externes jouent également un rôle important : véritables amplificateurs, elles permettent d'adapter la réaction de la membrane en fonction du signal à traiter.

La parfaite coordination de ces éléments autorise des performances extraordinaires

- l'intensité acoustique correspondant au seuil d'audition est  $I_0 = 1 \times 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ , celle correspondant au seuil de la douleur  $I_s = 1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$  ;
- la gamme de fréquence allant de 20 Hz à 10 ou 20 kHz (selon l'âge) recouvre trois décades. À cela s'ajoute une excellente capacité de résolution, l'oreille distingue des signaux qui restent confus pour un analyseur sophistiqué, tels que la mélodie d'un instrument au sein d'un orchestre ;
- l'ouïe dispose également d'une capacité de localisation très développée, qui lui permet d'identifier la provenance d'un cliquetis dans l'air à 3° près.

L'oreille se compose de trois parties : l'oreille externe, l'oreille moyenne et l'oreille interne. Les deux premières assurent le transfert des ondes sonores à l'oreille interne. L'oreille interne, ou cochlée, transforme ce stimulus en influx nerveux (cf. document 1).

## I Ondes acoustiques et oreille externe

### I.A – Équations des ondes acoustiques

On s'intéresse à la propagation unidimensionnelle (selon  $Ox$ ) d'ondes sonores dans un fluide. Un fluide, supposé parfait et soumis aux seules forces de pression, est caractérisé à l'équilibre par des valeurs uniformes  $P_0$  de la pression et  $\rho_0$  de la masse volumique. Du point de vue thermodynamique, ses évolutions sont considérées comme isentropiques, auxquelles correspond le coefficient de compressibilité  $\chi_s$ . Le passage d'une onde sonore crée une perturbation et le fluide se déplace en de petits mouvements autour de l'équilibre, les champs de pression et de masse volumique devenant :  $P(x, t) = P_0 + p(x, t)$  et  $\rho(x, t) = \rho_0 + \mu(x, t)$ .

**I.A.1)** Qu'appelle-t-on approximation acoustique ? Quel est l'ordre de grandeur de la surpression  $p$  pour des ondes acoustiques dans l'air ?

**I.A.2)** Écrire et linéariser les équations locales de la mécanique des fluides et l'équation traduisant l'hypothèse thermodynamique effectuée. Établir l'équation de propagation des ondes acoustiques pour la surpression. Quelle est la célérité  $c$  de ces ondes ?

**I.A.3)** Dans le modèle du gaz parfait, établir la loi de variation de la célérité avec la température. Calculer  $c$  dans l'air dans les conditions normales de pression ( $P_0 = 1,0 \times 10^5$  Pa) à la température de 290 K.

**I.A.4)** La célérité des ondes acoustiques dans l'eau est de l'ordre de  $1500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Qu'est ce qui peut expliquer cette différence par rapport à celle trouvée dans l'air ?

**I.A.5)** Alors que l'on n'a aucun problème à localiser l'origine d'un son aérien, on est incapable, la tête sous l'eau, de déterminer dans quelle direction se situe un bateau dont on entend le bruit d'hélice. Pourquoi ?

**I.A.6)** À partir des mêmes équations précédentes, on peut établir l'équation

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \rho_0 v^2 + \frac{1}{2} \chi_s p^2 \right) + \text{div}(p\vec{v}) = 0$$

Quelle est la signification physique de cette équation ? Identifier et interpréter chacun de ses termes. Que représente notamment le flux de  $p\vec{v}$  à travers une surface ? Citer une équation analogue dans un autre domaine de la physique.

### I.B – Impédance et intensité acoustique

**I.B.1)** On considère une onde plane progressive pour laquelle la surpression et la valeur algébrique de la vitesse des particules de fluide dans la direction de propagation ne dépendent que de la variable  $t - x/c$  et s'écrivent donc sous la forme  $p(x, t) = p(t - x/c)$  et  $v(x, t) = v(t - x/c)$ . On définit l'impédance acoustique liée à une telle onde comme le quotient  $Z = p/v$ . Dans un fluide illimité, montrer que cette impédance ne dépend que des caractéristiques du fluide et l'exprimer en fonction de la masse volumique  $\rho_0$  et de la célérité  $c$ . Calculer  $Z$  pour l'air et pour l'eau dans les conditions des questions précédentes.

**I.B.2)** On considère maintenant une onde plane progressive monochromatique de pulsation  $\omega$  :  $p(x, t) = p_0 e^{j(\omega t - kx)}$ . On définit l'intensité d'une onde acoustique par la valeur moyenne de la norme du vecteur  $p\vec{v}$ . Exprimer l'intensité  $I$  de cette onde en fonction de  $p_0$ ,  $\rho_0$  et  $c$ .

**I.B.3)** On définit le niveau d'intensité acoustique en dB comme  $I_{\text{dB}} = 10 \log(I/I_0)$ , où  $I_0$  est l'intensité acoustique correspondant au seuil d'audition. Quelle serait l'amplitude de déplacement de l'onde sonore incidente au seuil d'audition et au seuil de la douleur pour un son de fréquence 440 Hz ?

### I.C – L'oreille externe

**I.C.1)** Le pavillon de l'oreille concentre l'énergie sonore. Pourquoi ?

**I.C.2)** Pour une onde sonore progressive dans un tuyau rempli d'air, on souhaite réaliser une impédance nulle à l'une de ses extrémités et une impédance infinie à l'autre. Proposer les configurations correspondantes. Quelle est la nature de l'onde résultant de la superposition des ondes incidente et réfléchie ?

**I.C.3)** Le canal auditif externe, tube d'environ 3 cm de long, joue le rôle de caisse de résonance dépendant de la fréquence. Autour de quelle fréquence le son sera-t-il particulièrement amplifié ? Conclure.

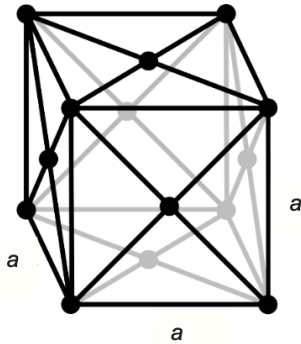
## Partie III – Chlorure de sodium

Le principal sel neutre dissous dans l'eau de mer est le chlorure de sodium. Il s'agit d'un composé chimique ionique de formule NaCl. Il est notamment un facteur aggravant de la corrosion qui touche toutes les infrastructures construites en bord de mer ou pleine mer, comme le fort Boyard.

## II.1 - Structure cristallographique du chlorure de sodium

Le chlorure de sodium NaCl est un cristal ionique dans lequel les ions  $\text{Na}^+$  forment un réseau de type cubique face centrée (cfc) de paramètre de maille  $a$ , représenté **figure 3**. Les ions  $\text{Cl}^-$ , quant à eux, se logent dans les sites octaédriques.

On note  $r$  le rayon d'un cation  $\text{Na}^+$  et  $R$  le rayon d'un anion  $\text{Cl}^-$ .



**Figure 3** - Structure de type cubique face centrée

**Q14.** Combien y a-t-il d'ions sodium par maille ?

**Q15.** Préciser la position des centres des sites octaédriques. Combien y en a-t-il par maille ? Sont-ils tous occupés par les atomes de chlore ?

On donne  $r = 97$  pm,  $R = 181$  pm et  $a = 556$  pm. On admet que  $a\sqrt{2} = 786$  pm et  $a\sqrt{3} = 963$  pm.

**Q16.** Préciser si les ions  $\text{Na}^+$  sont tangents entre eux et si oui, préciser suivant quel alignement. Préciser si les ions  $\text{Na}^+$  et  $\text{Cl}^-$  sont tangents entre eux et si oui, préciser suivant quel alignement.

**Q17.** Exprimer, en fonction de  $r$  et de  $R$ , la compacité du cristal de NaCl.

**Q18.** Exprimer la masse volumique  $\rho_{\text{NaCl}}$  du chlorure de sodium en fonction de  $r$  et de  $R$  ainsi que des masses molaires  $M(\text{Na})$  et  $M(\text{Cl})$ . Indiquer ensuite la valeur numérique correcte parmi les valeurs suivantes :

$$\rho_{\text{NaCl}} = 2,16 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3} ; \rho_{\text{NaCl}} = 216 \text{ g}\cdot\text{dm}^{-3} ; \rho_{\text{NaCl}} = 21,6 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}.$$

### Masses molaires

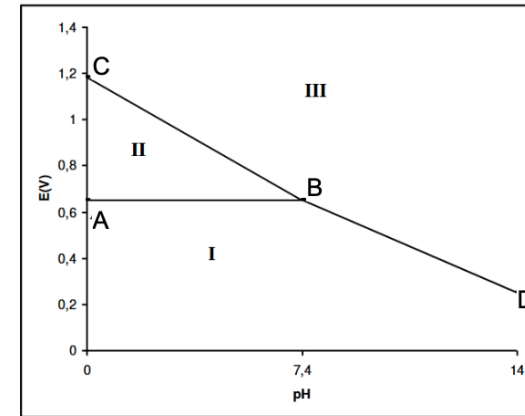
- $M(\text{Na}) = 23 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
- $M(\text{Cl}) = 35,5 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

### Constantes fondamentales

- $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

## Partie III – Dosage du glucose dans une boisson isotonique

La **figure 2** correspond au diagramme E-pH de l'iode, tracé avec une concentration de chacune des espèces iodées de  $10^{-1} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$  sur les frontières. Les espèces prises en compte sont  $\text{I}_2$ ,  $\text{IO}_3^-$  et  $\text{I}^-$ .



**Figure 2** - Diagramme E-pH de l'iode

**Q6.** Déterminer le nombre d'oxydation de l'iode dans chacune de ces espèces, puis associer un domaine à chacune de ces espèces.

**Q7.** En prenant à  $T = 298 \text{ K}$ ,  $\frac{RT}{F} \ln(x) = 0,06 \log(x)$  en V, déterminer la pente du segment BD.

Le dosage du glucose dans une boisson isotonique est un dosage indirect. Le glucose  $C_6H_{12}O_6$  s'oxyde d'abord en ion gluconate  $C_6H_{11}O_7^-$  avec un excès d'ions iodate  $IO_3^-$  provenant d'un excès de diiode. Le surplus est ensuite dosé par une solution de thiosulfate de potassium ( $2K^+ ; S_2O_3^{2-}$ ) en utilisant l'empois d'amidon comme indicateur coloré.

### Rappels

$I_2(aq)$  est de couleur jaune brunâtre et forme en présence d'empois d'amidon un complexe de couleur bleue intense. Les solutions de  $I^-$  et de  $IO_3^-$  sont incolores.

### Mode opératoire

Opération 1 : on verse un volume  $V_1$  de solution de diiode de concentration connue  $C_1$  dans un erlenmeyer.

Opération 2 : on ajoute quelques pastilles de soude, jusqu'à décoloration.

Opération 3 : on dilue la boisson isotonique exactement d'un facteur 10 en utilisant une fiole jaugée. On verse un volume  $V_2$  de cette solution diluée dans l'erlenmeyer précédent. On laisse agir 20 minutes.

Opération 4 : on acidifie la solution en ajoutant quelques gouttes d'une solution d'acide chlorhydrique concentrée. La solution reprend alors une couleur jaune brunâtre.

Opération 5 : on ajoute une faible quantité d'empois d'amidon pour que le dosage ne soit pas perturbé. La solution est alors de couleur bleue intense.

Opération 6 : on dose alors le contenu de l'erlenmeyer par une solution de thiosulfate de potassium ( $2K^+ ; S_2O_3^{2-}$ ) de concentration connue  $C_3$ . On note  $V_{eq}$  le volume de thiosulfate versé à l'équivalence, repéré par la décoloration de la solution.

- Q8.** Écrire la réaction chimique qui s'est produite lors de l'opération 2. Comment nomme-t-on ce type de réaction chimique ?
- Q9.** Pourquoi faut-il attendre 20 minutes lors de l'opération 3 ? Écrire la réaction chimique qui s'est produite lors de l'opération 3.
- Q10.** Écrire la réaction chimique qui s'est produite lors de l'opération 4.
- Q11.** Écrire la réaction chimique qui s'est produite lors de l'opération 6. Justifier qualitativement que cette réaction est quasi-totale.
- Q12.** En déduire la concentration  $C_0$  en glucose de la boisson isotonique en fonction de  $C_1$ ,  $C_3$ ,  $V_1$ ,  $V_2$  et de  $V_{eq}$ .
- Q13.** Quelle inégalité doivent vérifier les grandeurs  $C_1$ ,  $V_1$ ,  $C_0$  et  $V_2$  pour que ce dosage soit valide ?

### Données

Enthalpies standards de formation :

$$\Delta_f H^\circ(CO_2(g)) = -393,5 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$\Delta_f H^\circ(H_2O(l)) = -285,8 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$\Delta_f H^\circ(C_6H_{12}O_6(s)) = -1\,274 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$$

Masses molaires :

$$M(H) = 1 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$M(C) = 12 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$M(O) = 16 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$$

Potentiels standards à 298 K :

$$E^\circ_{ESH}(S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}) = 0,09 \text{ V}$$

$$E^\circ_{ESH}(I_2(aq)/I^-) = 0,68 \text{ V}$$

Formules trigonométriques :

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$