

III. — Etude de la motorisation de la foreuse du robot Philæ

Le robot Philæ avait notamment pour mission de forer le sol de la comète sur une profondeur de 40 cm. Il n'a pu réaliser pleinement cette partie de sa mission car le site sur lequel il s'est finalement posé après trois rebonds était trop incliné. Il a cependant pu faire de très nombreuses mesures dont l'analyse permettra de mieux comprendre la formation du système solaire. Dans cette partie nous allons étudier les caractéristiques techniques du moteur de sa foreuse. Il s'agit d'un moteur synchrone associé à un onduleur de tension. Cette structure permet de concevoir un dispositif robuste de forte puissance, délivrant un fort couple et présentant une bonne durée de vie, toutes ses qualités étant ici nécessaires. Afin de simplifier l'étude, les pertes mécaniques ainsi que les pertes fer de ce moteur synchrone seront négligées. Finalement, le moteur sera assimilé à une machine synchrone diphasée dont les deux enroulements statoriques sont identiques.

III.A. — Essais préliminaires

L'inducteur du moteur synchrone de la foreuse de Philæ est à aimants permanents et possède 8 pôles, soit 4 paires de pôles.

Chaque bobinage du stator possède une résistance de $0,03 \Omega$.

L'intensité nominale du courant dans un enroulement du stator est $I_N = 155 \text{ A}$. Pendant une durée limitée, elle peut atteindre la valeur maximale $I_M = 185 \text{ A}$.

La machine est étudiée en convention récepteur.

Le modèle équivalent à une phase de l'induit est représenté sur la figure 3. Les tensions et courants sont supposés sinusoïdaux de pulsation $\omega = 2\pi f$. Afin de déterminer les paramètres du modèle, divers essais ont été effectués :

- Essai n°1 : sur un banc d'essais, on a entraîné la machine synchrone à vide par l'intermédiaire d'un moteur auxiliaire à la vitesse $n = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$. Aux bornes d'une phase, on a mesuré une tension simple de 57 V .
- Essai n°2 : avec une alimentation électrique appropriée, on a effectué un essai de la machine en moteur à $1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ pour lequel $\psi = 0$, $I = I_M = 185 \text{ A}$, et $V = 72 \text{ V}$.

□ 16 — On admet qu'en régime permanent de vitesse, la condition de synchronisme pour un moteur possédant p paires de pôles s'écrit $\omega = p\Omega$, où Ω désigne la vitesse de rotation du rotor en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Déterminer la fréquence des tensions statoriques quand $n = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$.

□ 17 — Représenter le diagramme vectoriel relatif à l'essai n°2. La résistance R n'étant pas négligée, en déduire la valeur de L .

□ 18 — La valeur efficace de la force contre-électromotrice E a pour expression $E = \Phi_0\omega$. Quelle est l'unité de la constante Φ_0 ? Que représente-t-elle? De quels paramètres de la machine dépend-elle? Montrer que $E = A\Omega$, où A est une constante dont on précisera l'expression et la valeur numérique.

Dans toute la suite on négligera la chute de tension ohmique ainsi que les pertes par effet Joule dans les circuits statoriques.

□ 19 — Tracer un diagramme vectoriel représentatif d'un point de fonctionnement quelconque dans le cas où $0 < \psi < \frac{\pi}{2}$. En déduire une relation entre V , E , φ et ψ .

□ 20 — Déterminer l'expression de la puissance électrique absorbée par le moteur P_a en fonction de V , I et φ puis en fonction de E , I et ψ . Quelle relation existe-t-il entre cette puissance électrique P_a et la puissance mécanique électromagnétique P_m reçue par le rotor?

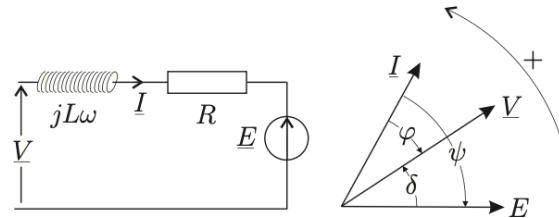


FIG. 3 — Schéma électrique et diagramme vectoriel d'une phase du moteur.

Mines PSI 2017

Sujet court à traiter pour exploiter la représentation de Fresnel d'une machine synchrone en génératrice

□ 21 — Exprimer le couple électromagnétique C développé par le moteur en fonction de A , I et ψ . Pour une intensité efficace I donnée, que doit-on faire pour maximiser le couple développé par la machine? De quelle unique variable le couple dépend-il alors? A quel autre moteur ce fonctionnement fait-il penser?

□ 22 — On se placera sur un point de fonctionnement à $\psi = 0$, $I = I_N$, et $n = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$. Que vaut le moment du couple C développé par le moteur? Représenter le diagramme vectoriel représentatif du fonctionnement. Placer les vecteurs représentatifs des complexes E , V , I . En déduire les expressions de V et φ . Calculer leurs valeurs numériques correspondantes. On pourra considérer que $\frac{1}{\sqrt{3}} \simeq \frac{1}{2}$.

Centrale 2 PSI 2025

Le sujet se prolonge avec un onduleur MLI pour son pilotage !
Attention ici 2 paires de pôles on fleure avec le prog !!

III – Le moteur roue synchrone et son pilotage

Cette partie aborde l'élément central du vélo hybride. Il s'agit du moteur synchrone à aimants permanents. Il y a de nombreuses contraintes liées à l'utilisation de ce type de moteur pour cette application :

- faibles dimensions ;
- faibles vitesses de rotation ;
- couple important.

La commande du moteur est également soumise à des contraintes. Elle doit permettre de piloter le couple délivré par le moteur en évitant les à-coups nuisibles au confort d'utilisation. Une étude mécanique montre que le moteur doit pouvoir délivrer un couple de $50 \text{ N}\cdot\text{m}$.

III.1 – Dimensionnement du moteur roue synchrone à aimants permanents

Pour commencer, nous étudions un moteur dont le rotor comporte 2 paires d'aimants permanents. Les vecteurs aimantations de ces quatre aimants \vec{M}_i sont radiaux et ont la même norme M_0 .

On rappelle que dans les aimants le lien entre \vec{B} , \vec{H} et \vec{M} est $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$.

En dehors des zones aimantées, le rotor et le stator (zones hachurées de la figure 14) sont réalisés dans un matériau ferromagnétique linéaire de perméabilité magnétique relative μ_r infinie. Ils sont séparés par un entrefer d'épaisseur l_e constante et de perméabilité magnétique relative égale à 1. Le rotor, le stator et l'entrefer ont une hauteur h . Cette dimension transversale est considérée suffisamment grande pour négliger les effets de bords, c'est-à-dire que dans toute la suite on considèrera une invariance par translation selon l'axe (Oz) .

On considère tout d'abord que le rotor est fixe.

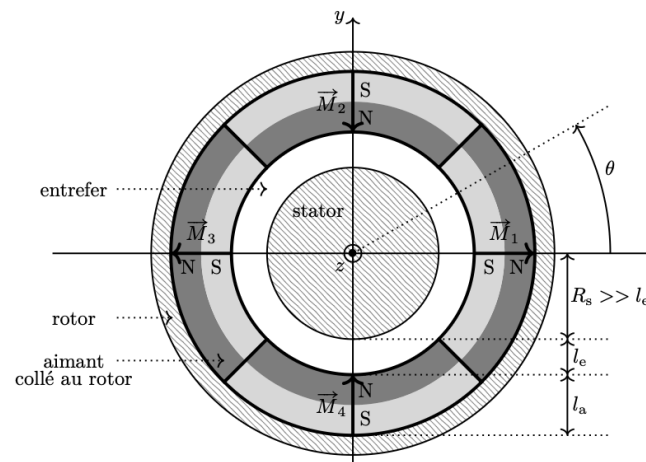


Figure 14 – Moteur synchrone outrunner à 2 paires d'aimants permanents.

Q29. On s'intéresse dans un premier temps au champ magnétique créé par le rotor. Recopier, sur la copie, le schéma du rotor et du stator. Tracer l'allure de la carte du champ magnétique, en justifiant. On orientera les lignes de champ. Pour s'aider, on pourra remplacer les quatre aimants par quatre spires de courant.

Q30. On note $B_r(\theta) = \vec{B} \cdot \vec{e}_r$ la composante radiale du champ magnétique (où \vec{e}_r est le vecteur unitaire radial des coordonnées cylindriques d'axe (Oz)) dans l'entrefer. Quelle est sa parité ? Quelle est sa période ? Tracer $B_r(\theta)$ sur le domaine $[-\pi, \pi]$. On note B_M la norme de $B_r(\theta)$, considérée partout la même dans l'entrefer.

On crée un champ magnétique dans l'entrefer de norme $B_M = 1,0 \text{ T}$.

La géométrie exacte des aimants fait que l'on peut confondre $B_r(\theta)$ avec le terme fondamental de son développement en série de Fourier, supposé d'amplitude égale à $B_1 = \frac{4}{\pi} B_M$. Le rotor tourne maintenant autour de l'axe (Oz) . Sa rotation est repérée par l'angle $\theta_r(t)$ ($\theta_r = 0$ sur la figure 14).

Q31. Montrer que la valeur du champ rotorique \vec{B}_r en tout point fixe de l'entrefer repéré par l'angle θ est donnée par $\vec{B}_r(\theta, t) = B_1 \cos[2(\theta - \theta_r(t))] \vec{e}_r$.

Les enroulements statoriques comportent p paires de bobines alimentées par des courants sinusoïdaux de pulsation ω et créent dans l'entrefer un champ statorique tournant de la forme $\vec{B}_s(\theta, t) = B_0 \cos(p\theta - \omega t) \vec{e}_r$, avec $B_0 = 1,0 \text{ T}$.

On note $V_e = 2\pi R_s h l_e$ le volume de l'entrefer.

Q32. Calculer l'énergie magnétique \mathcal{E}_{em} contenue dans l'entrefer. Pour quelle valeur de p cette énergie est-elle fonction de l'angle θ_r ? On suppose que p garde cette valeur par la suite.

Q33. Calculer le couple des actions électromagnétiques appliquées au rotor $\Gamma = \vec{\Gamma} \cdot \vec{e}_z = \frac{\partial \mathcal{E}_{em}}{\partial \theta_r}$.

Q34. On suppose que le rotor tourne à la vitesse angulaire Ω , c'est à dire que $\theta_r(t) = \Omega t - \alpha$. Pour quelle valeur de Ω la valeur moyenne du couple est-elle non nulle ?

Q35. Calculer le couple maximal. Faire l'application numérique. Comment atteindre le couple maximal, $\Gamma_{\max} = 50 \text{ N}\cdot\text{m}$, qui est la valeur nécessaire pour atteindre les performances visées? Pour ces dimensions du moteur, on peut installer au maximum 8 paires de pôles.

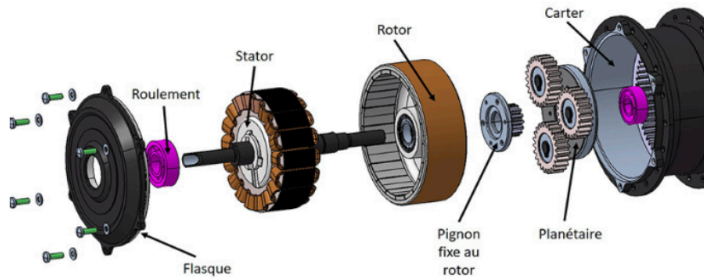


Figure 15 – Vue éclatée du moteur.

Données numériques partie III

Perméabilité du vide	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$
Rayon du stator du moteur synchrone	$R_s = 4,5 \text{ cm}$
Hauteur du stator du moteur synchrone	$h = 2,0 \text{ cm}$
Largeur de l'entrefer du moteur synchrone	$l_e = 0,7 \text{ mm}$

Formulaire

$$2 \cos(a) \cos(b) = \cos(a + b) + \cos(a - b)$$

Centrale 1 PSI 2025

Attention compensateur synchrone on fleurve encore avec le prog

Partie C – Le générateur électrique

Le générateur entraîné par l'ensemble des trois turbines THP, TMP et TBP est une machine synchrone triphasée fonctionnant en alternateur.

Cette partie étudie le modèle d'un alternateur diphasé équivalent dont les caractéristiques au point nominal sont identiques à celles du modèle triphasé (Génératrice ALSTOM type 50WY23Z-109). Ces caractéristiques sont rassemblées dans un tableau figurant en fin de sujet.

On rappelle que toutes les grandeurs fournies relativement à des signaux sinusoïdaux sont données en valeurs efficaces.

On supposera que l'alternateur est une machine à pôles lisses taillée dans un matériau ferromagnétique idéal. L'entrefer étant de très faible épaisseur par rapport au rayon r du rotor, on supposera que tous les points de l'entrefer sont à la distance r de l'axe de rotation de la machine et repérés en coordonnées cylindriques $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ où O se situe au centre de la machine et appartient à l'axe de rotation (Oz) du rotor.

I – Paramètres de l'alternateur

Q25. Attribuer le caractère continu ou sinusoïdal aux courants circulant dans le stator et dans le rotor. Décrire l'organisation spatiale des circuits statorique et rotorique.

Q26. Rappeler l'expression de la puissance moyenne délivrée par les circuits statoriques. En déduire la valeur de la tension nominale aux bornes de chaque phase.

Q27. Rappeler les propriétés d'un matériau ferromagnétique idéal. Déterminer la direction du champ magnétique en un point M de l'entrefer.

Donner, en justifiant, la relation entre ω la pulsation des courants et Ω la vitesse de rotation du rotor.

Déduire la valeur numérique en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ puis en $\text{tr}\cdot\text{min}^{-1}$ de Ω_n , vitesse de rotation du rotor en fonctionnement nominal.

Q28. Le schéma électrique d'une phase en fonctionnement alternateur est représenté en figure 8. On note R et X respectivement la résistance et la réactance synchrone du bobinage d'une phase définie par $X = L\omega$ où L désigne son inductance propre. En fonctionnement alternateur, écrire l'équation électrique relative à une phase faisant apparaître R et X ; on notera respectivement \underline{E} , \underline{U} et \underline{I} les représentations complexes de la force électromotrice, de la tension aux bornes de la phase et de l'intensité du courant circulant dans la phase.

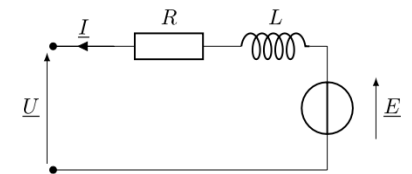


Figure 8 – Schéma électrique d'une phase

Afin de déterminer les paramètres de l'alternateur, on dispose de deux essais expérimentaux au cours desquels le rotor est entraîné par un moteur extérieur à la vitesse nominale Ω_n :

- un essai à vide dans lequel on relève la tension U aux bornes d'une phase en fonction du courant d'excitation I_e ;
- un essai en court-circuit dans lequel on court-circuite chaque phase et on relève I_{cc} , l'intensité circulant dans une phase en fonction du courant d'excitation I_e .

Les deux courbes obtenues sont représentées en figure 9.

Q29. En utilisant les résultats des deux essais, montrer que $E = kI_e$ avec $k = 25,6 \Omega$. Calculer la valeur de X et commenter.

II – Raccordement au réseau - compensateur synchrone

L'alternateur fournit de la puissance électrique au site industriel où il se trouve mais peut aussi être raccordé au réseau électrique qui impose la tension aux bornes des phases de l'alternateur et une fréquence constante. Une fois couplé à un grand réseau, un alternateur fait partie d'un système comprenant des centaines d'autres alternateurs. Il est alors impossible de préciser la nature de la charge électrique branchée aux bornes de cet alternateur en particulier.

On étudie ici les échanges de puissance entre l'alternateur et le réseau. Dans toute la suite, on néglige R devant X ainsi que toutes les pertes énergétiques. On considère de plus que les turbines imposent un couple constant au rotor de l'alternateur. L'alternateur est raccordé au réseau qui impose une tension U_n constante.

L'alternateur, alimenté par le courant d'excitation I_e , échange de la puissance avec le réseau et reçoit de la puissance mécanique de la part des turbines. On note \underline{I} la représentation complexe de l'intensité du courant de phase. Le fonctionnement n'est pas nécessairement nominal. Le facteur de puissance vaut $\cos(\varphi)$ où $\varphi = \text{Arg}(\underline{U}) - \text{Arg}(\underline{I})$ représente le retard algébrique de phase du courant par rapport à la tension.

La figure 10 présente le diagramme de Fresnel d'une phase de l'alternateur raccordé au réseau dans le cas où $\varphi > 0$.

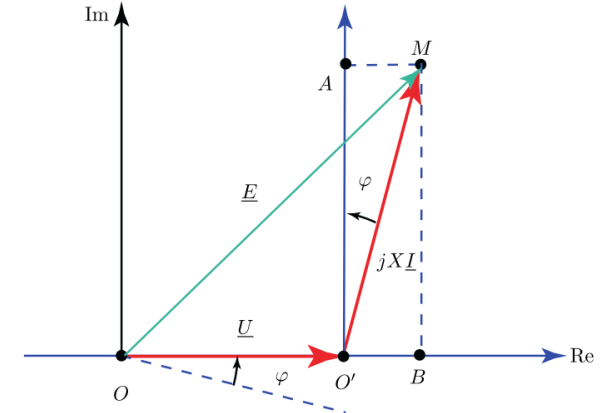


Figure 10 – Diagramme de Fresnel de l'alternateur connecté au réseau dans le cas $\varphi > 0$

On s'intéresse à présent au fonctionnement nominal de l'alternateur dont les caractéristiques sont données dans le tableau. On considère que la charge nominale impose un retard du courant par rapport à la tension.

Q30. Représenter l'allure du diagramme de Fresnel associé à l'équation électrique d'une phase obtenue en question **Q28** en adoptant la tension \underline{U} pour origine des phases. En déduire l'expression ainsi que la valeur de E puis la valeur de I_e . On parle, dans cette situation, de chute de tension en charge. Interpréter.

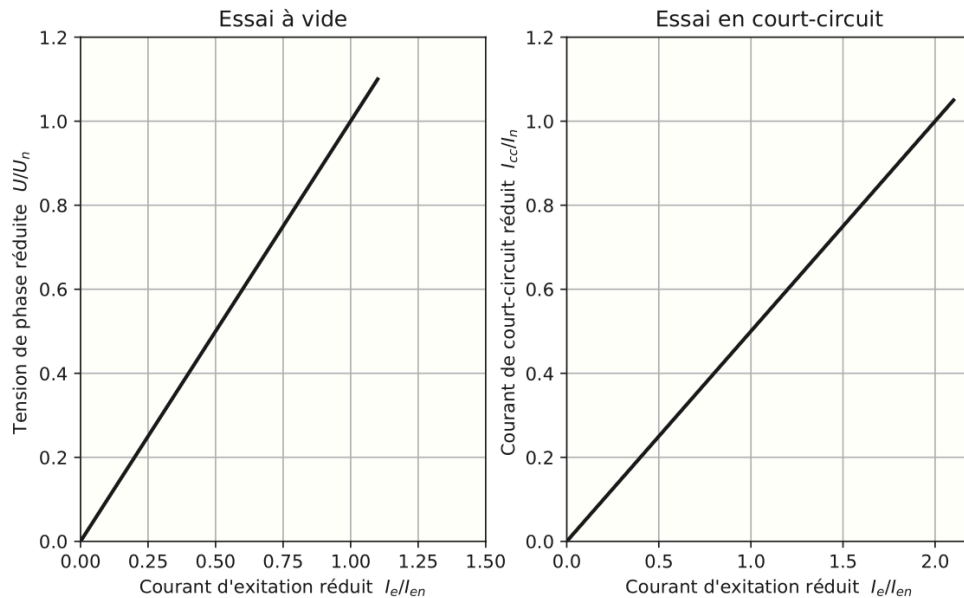


Figure 9 – Courbes issues des essais à vide (à gauche) et en court-circuit (à droite)

- Q31.** Justifier que la puissance P délivrée par l'alternateur est imposée et reste constante. Montrer que la longueur du segment $O'A$ sur la figure 10 est proportionnelle à P et préciser l'expression de la constante de proportionnalité. En déduire le lieu des points M relatifs au fonctionnement de l'alternateur. Comment peut-on en pratique agir sur les paramètres de l'alternateur pour déplacer le point M dans ces conditions?
- Q32.** Montrer qu'il existe un point de fonctionnement M' de l'alternateur délivrant la même puissance avec le même courant de phase I que le point M . Préciser la relation liant les phases φ et φ' correspondantes. Déterminer alors l'expression puis la valeur E' de E permettant d'obtenir le point M' , ainsi que le courant d'excitation I'_e .

Sur le **document réponse** est reporté un réseau de courbes nommées *courbes de Mordey* donnant l'évolution du courant statorique I en fonction du courant d'excitation I_e pour un fonctionnement de l'alternateur à puissance moyenne constante.

- Q33.** Reporter, directement sur la figure 2 du document réponse, les positions des deux points M et M' associés au fonctionnement de l'alternateur à sa puissance nominale P_n sur le réseau de courbes de Mordey. Retrouver graphiquement les valeurs de E et E' correspondant aux points de fonctionnement M et M' de l'alternateur à sa puissance nominale P_n . Quelle est alors la relation entre les phases φ et φ' correspondantes?

Un réseau électrique doit fournir une tension stable malgré la présence d'un grand nombre d'utilisateurs et la variété des utilisations. Afin de maintenir certaines constantes du réseau malgré les irrégularités d'utilisation, on utilise les machines synchrones en mode *compensateur synchrone* dans un but de régulation.

Elles sont alors connectées au réseau en tournant à vide, sans être entraînées par un actionneur extérieur.

- Q34.** Adapter le diagramme de Fresnel de la figure 10 afin de déterminer les deux valeurs de φ possibles lorsque l'alternateur tourne à vide sans entraîner de charge mécanique et sans recevoir de puissance mécanique. Déterminer les valeurs de E correspondantes dans le cas particulier où $U = U_n$ et $I = \frac{I_n}{10}$, en prenant $X = 2,3 \Omega$. Préciser pour laquelle de ces deux valeurs, la machine se comporte comme un condensateur.

Courbes de Mordey

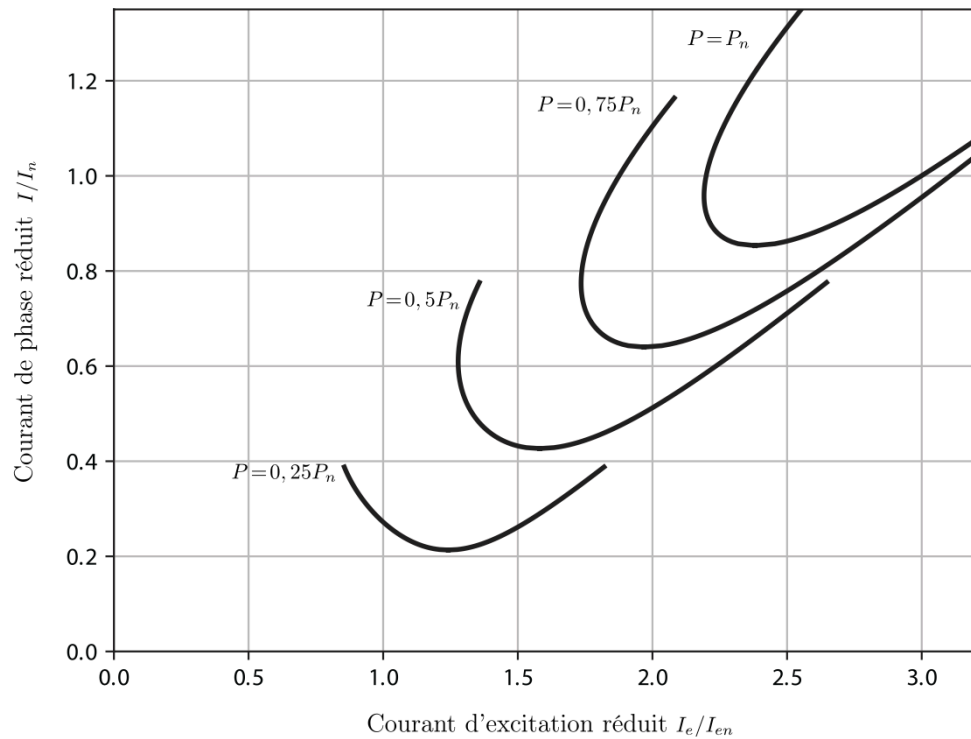


FIGURE 2 – Évolution du courant statorique en fonction du courant d’excitation à puissance constante

Caractéristiques de l’alternateur diphasé au point nominal :

Nombre de pôles	2
Nombre de phases	2
Puissance moyenne nominale	$P_n = 240 \text{ MW}$
Courant de phase statorique nominal	$I_n = 11,1 \text{ kA}$
Facteur de puissance nominal	0,85
Fréquence nominale des courants	$f = 50 \text{ Hz}$
Courant d’excitation rotorique nominal à vide	$I_{en} = 498 \text{ A}$
Tension d’excitation rotorique nominale à vide	$U_{en} = 92 \text{ V}$
Résistance par phase	0,9 Ω

Centrale 2021 PSI – Moteur synchrone

III Générateur

On étudie la production d'énergie électrique par l'éolienne au moyen d'un générateur utilisant des aimants permanents. Il est constitué d'un stator intérieur cylindrique de diamètre D_i et de longueur L_r selon \vec{e}_z . Le rotor a un diamètre intérieur noté $D_i + 2e$, avec $e \ll D_i$, l'entrefer du dispositif et est maintenu en rotation autour de l'axe \vec{e}_z par une liaison pivot, sa position angulaire étant notée θ_r .

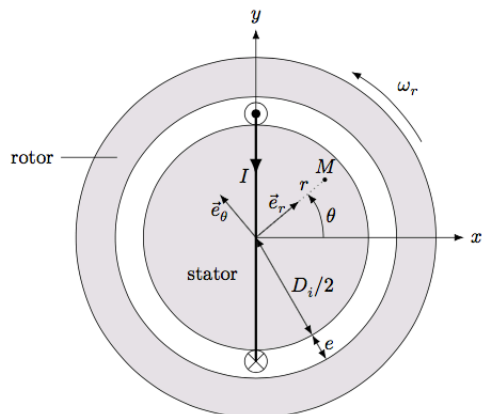


Figure 8 Rotor et stator du générateur (un courant d'intensité I parcourt l'enroulement autour du stator)

Le rotor et le stator sont constitués d'un matériau ferromagnétique doux de perméabilité magnétique relative μ_r , supposée infinie.

III.A – On admet que la longueur axiale L_r est suffisamment grande pour que le champ magnétique dans l'entrefer soit indépendant de la coordonnée z . On admet également qu'il y est toujours radial, dirigé selon \vec{e}_r . On enroule autour du stator un câble parcouru par un courant électrique d'intensité $I > 0$ comme représenté sur la Figure 8. On se place dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires magnétiques. Comme l'entrefer est très fin, ($e \ll D_i$), on peut considérer que la norme du champ magnétique y est indépendante de r .

Q 17. Montrer que le champ magnétique dans l'entrefer a pour intensité :

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2e} \quad (\text{III.1})$$

et préciser son sens en fonction de l'angle θ .

Q 18. On enroule autour du stator une deuxième spire parcourue par le même courant I , dans un plan de vecteur normal orienté selon \vec{e}_y . Tracer la courbe représentative du champ magnétique total $B(\theta) = \vec{B} \cdot \vec{e}_r$ dans l'entrefer en fonction de θ .

On enroule maintenant un grand nombre de spires dans différents plans et on admet qu'une répartition adéquate permet d'obtenir un champ magnétique statorique dans l'entrefer qui varie sinusoidalement avec l'angle θ selon

$$\vec{B}_s(I) = B_0(I) \cos(\theta) \vec{e}_r \quad \text{avec} \quad B_0(I) = \frac{N \mu_0 I}{2e} \quad (\text{III.2})$$

où N est le nombre effectif de tours de l'enroulement.

Cette expression sera valable dans toute la suite.

Q 19. Dans cette question uniquement, l'enroulement statorique fournit une puissance électrique constante de 5,0 kW sous une tension de 230 V et on a $N = 21$. Calculer la valeur de l'intensité du courant I et en déduire l'intensité maximale du champ magnétique dans l'entrefer pour $e = 2$ mm.

III.B – On utilise désormais deux enroulements statoriques similaires mais produisant chacun un maximum de leur champ magnétique dans une direction différente. Ces enroulements sont respectivement parcourus par des courants d'intensité I_1 et I_2 et créent des champs magnétiques respectifs \vec{B}_{s1} et \vec{B}_{s2} donnés par

$$\vec{B}_{s1}(I_1) = B_0(I_1) \cos(\theta) \vec{e}_r \quad \vec{B}_{s2}(I_2) = B_0(I_2) \cos(\theta - \pi/2) \vec{e}_r$$

où B_0 est défini dans l'expression (III.2). Les courants I_1 et I_2 ont même amplitude I_s et varient sinusoidalement à la pulsation ω_s : $I_1 = I_s \cos(\omega_s t)$, $I_2 = I_s \cos(\omega_s t - \phi_2)$.

Q 20. Comment peut-on réaliser l'enroulement créant le champ \vec{B}_{s2} si l'on connaît celui qui crée le champ \vec{B}_{s1} ?

Q 21. Déterminer la valeur de ϕ_2 permettant de réaliser un champ dit « tournant » tel que :

$$\vec{B}_s = B_t \cos(\theta - \omega_s t) \vec{e}_r$$

et préciser l'expression de B_t en fonction, entre autres, de I_s .

On note $\phi_s = \omega_s t$ la direction dans laquelle pointe le maximum du champ magnétique tournant.

III.C – Le rotor produit, au moyen d'aimants permanents, un champ magnétique dans l'entrefer qu'on considérera lui aussi radial, uniforme sur l'épaisseur de l'entrefer, variant sinusoidalement avec la position, et solidaire du rotor. On note \vec{B}_r son expression

$$\vec{B}_r = B_r \cos(\theta - \phi_r) \vec{e}_r,$$

avec B_r une constante positive et ϕ_r l'angle dont a tourné le rotor.

Le courant dans les enroulements statoriques est désormais induit par le mouvement du rotor. On rappelle que ϕ_r (resp. ϕ_s) désigne la direction dans laquelle la composante radiale du champ magnétique du rotor (resp. du champ magnétique tournant statorique) est maximale.

Q 22. Déterminer l'expression de l'énergie magnétique totale dans l'entrefer, notée \mathcal{E}_{mag} , en fonction, entre autres, de B_r , ϕ_s , ϕ_r et de I_s .

Q 23. En déduire l'expression du couple exercé sur le rotor, donné par $\Gamma = \frac{d\mathcal{E}_{\text{mag}}}{d\phi_r}$.

On suppose dans toute la suite qu'un régime sinusoidal est établi dans lequel le rotor tourne à la pulsation ω_r constante et l'intensité du courant statorique oscille à la même pulsation $\omega_s = \omega_r$ avec une amplitude I_s . On note $\delta = \phi_r - \phi_s = \text{cste}$ qu'on suppose positif.

Q 24. Calculer la valeur maximale possible de la valeur absolue du couple pour $I_s = 22$ A et $B_r = 1,2$ T.

III.D – On peut modéliser chacun des enroulements statoriques par le même circuit électrique, représenté sur la figure 9. La résistance R et l'autoinductance L sont celles de l'enroulement statorique, la force électromotrice E est celle produite par le mouvement du rotor. La résistance R_u représente celle du dipôle alimenté par le générateur. On prendra $R = 1 \Omega$ et $L = 20$ mH.

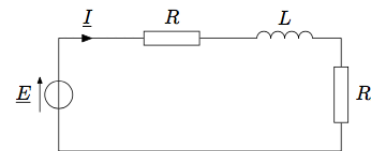


Figure 9 Schéma électrique d'un enroulement statorique

On donne les expressions des forces électromotrices instantanées des enroulements parcourus par les courants I_1 et I_2 définis au III.B, qu'on note respectivement E_1 et E_2 ,

$$\begin{cases} E_1 = \frac{\pi N D_i L_r B_r}{4} \omega_r \sin(\phi_r) \\ E_2 = -\frac{\pi N D_i L_r B_r}{4} \omega_r \cos(\phi_r) \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Q 25. Justifier qualitativement les expressions précédentes.

Q 26. Déterminer, en notation complexe, les expressions des amplitudes complexes des intensités I_1 et I_2 .

Q 27. En déduire l'expression du champ magnétique statorique puis celle du couple exercé sur le rotor.

Q 28. Calculer la valeur du couple mécanique exercé par l'écoulement de l'air sur l'éolienne pour fournir une puissance moyenne de 5 kW à la charge de résistance R_u sous une tension efficace de 230 V à la fréquence de 50 Hz.

L'utilisation d'un grand nombre d'aimants régulièrement répartis sur le rotor crée désormais un champ magnétique

$$\vec{B}_r = B_r \cos(p\theta - \phi_r) \vec{e}_r.$$

Q 29. Déterminer la valeur de la pulsation ω_r de rotation du rotor pour laquelle la fréquence fondamentale du courant électrique produit en régime sinusoïdal établi est 50 Hz pour $p = 12$.

Caractéristiques du générateur

Diamètre	$D_i = 530$ mm
Entrefer	$e = 2$ mm
Longueur axiale	$L_r = 300$ mm

Potentiels standard à 298 K

	Zn^{2+}/Zn	Fe^{2+}/Fe	Ni^{2+}/Ni	H^+/H_2	Fe^{3+}/Fe^{2+}	O_2/H_2O
E° (V)	-0,76	-0,44	-0,25	0,00	0,77	1,23

Extrait du tableau périodique des éléments

Numéro atomique	1	6	8	28	60
Symbole	H	C	O	Ni	Nd
Masse molaire atomique (g·mol ⁻¹)	1,01	12,0	16,0	58,7	144,2

Formules trigonométriques

$$\begin{aligned} \cos a + \cos b &= 2 \cos \left(\frac{a+b}{2} \right) \cos \left(\frac{a-b}{2} \right) & \cos a - \cos b &= -2 \sin \left(\frac{a+b}{2} \right) \sin \left(\frac{a-b}{2} \right) \\ \sin a + \sin b &= 2 \sin \left(\frac{a+b}{2} \right) \cos \left(\frac{a-b}{2} \right) & \sin a - \sin b &= 2 \cos \left(\frac{a+b}{2} \right) \sin \left(\frac{a-b}{2} \right) \end{aligned}$$

Centrale 2016 PSI – Moteur synchrone à aimants permanents

Très proche du cours

III Remplacement des moteurs asynchrones par des moteurs synchrones à aimants permanents. Évaluation du couple

Les moteurs synchrones à aimants permanents d'assez forte puissance (comme le modèle choisi précédemment) sont en général alimentés par des variateurs produisant un signal de tension et donc des courants sinusoïdaux triphasés. Par souci de simplification, nous étudierons ici un système de courants statoriques diphasés.

III.A – Champ magnétique rotorique

Le rotor sera assimilé à un bloc cylindrique homogène d'axe $z'z$, d'aimantation permanente uniforme d'axe $y'y$. L'axe $x'x$ est un axe fixe dans le référentiel du stator permettant de repérer les angles dans le plan perpendiculaire à $z'z$ (figure 4) :

- α repère la direction de l'axe $y'y$;
- θ repère la position angulaire d'un point M quelconque.

Dans la suite, on s'intéressera surtout aux points M situés dans l'entrefer entre la culasse statorique (de rayon intérieur a) et le rotor (de rayon extérieur $a - e$), soit tels que $a - e < r < a$.

III.A.1) Rappeler la relation entre \vec{B}_r , \vec{H}_r et \vec{M}_r représentant respectivement le vecteur champ magnétique, le vecteur excitation magnétique et le vecteur aimantation du milieu magnétique constitutif du rotor.

III.A.2) Au sein des aimants permanents, la relation peut s'écrire $\vec{B} = \mu_0 \mu_p \vec{H} + \vec{J}$, où μ_p est la perméabilité relative de « recul » de l'aimant (légèrement supérieure à l'unité pour les aimants performants) et \vec{J} le champ magnétique rémanent de l'aimant. Au passage du milieu aimanté constituant le rotor à l'entrefer, les continuités aboutissent à l'expression suivante des composantes du champ magnétique rotorique

$$\begin{cases} B_r(r, \theta) = \frac{1}{2}(1 - x_e)^2 \left(1 + \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right) J \cos(\theta - \alpha) \\ B_\theta(r, \theta) = -\frac{1}{2}(1 - x_e)^2 \left(1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right) J \sin(\theta - \alpha) \end{cases}$$

pour $a - e < r < a$ et $x_e = \frac{e}{a}$.

Sachant que l'entrefer avoisine $e = 3$ mm et l'alésage $a = 15$ cm, on considère un champ magnétique d'entrefer indépendant de r . En déduire l'expression approchée du champ magnétique rotorique.

III.A.3) On note Ω la vitesse angulaire constante du rotor dans le référentiel fixe du stator et on prend $\alpha = \alpha_{r,s}$ nul à l'instant initial. Réécrire l'expression simplifiée du champ magnétique rotorique à un instant t en un point M de position angulaire θ dans l'entrefer.

Donner l'allure de la composante radiale du champ rotorique ressenti à l'instant t dans l'entrefer dans la direction $\theta = \pi/2$.

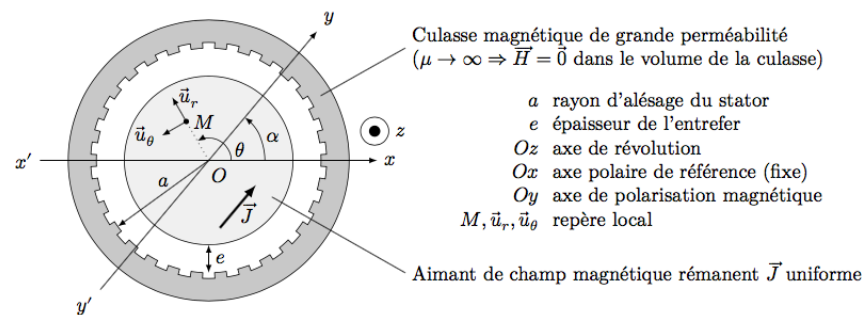


Figure 4

III.B – Champ magnétique statorique

On cherche alors à réaliser un champ magnétique statorique \vec{B}_s tournant à vitesse angulaire constante $\omega_s > 0$ (donc dans le sens direct) grâce à une implantation particulière de spires dans les encoches du stator. Pour cela, nous utiliserons deux enroulements porteurs de courants déphasés de $\pi/2$:

$$\begin{cases} i_1(t) = I \cos(\omega_s t + \beta_s) \\ i_2(t) = I \cos(\omega_s t + \beta_s + \pi/2) \end{cases}$$

Dans un premier temps, une seule paire d'encoches, située sur l'axe perpendiculaire à $x'x$ (figure 5) est bobinée et parcourue par le courant d'intensité $i_1(t)$. On cherche à déterminer le champ \vec{B}_{s1} en tout point M de l'entrefer.

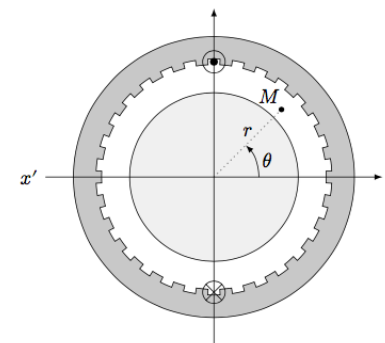


Figure 5

III.B.1) En utilisant le schéma de la figure 5, les symétries et la circulation du vecteur excitation magnétique, montrer que

$$\begin{cases} \vec{B}_{s1}(r, \theta, t) = \frac{\mu_0 i_1(t)}{2e} \vec{u}_r & \text{pour } \theta \in]-\pi/2, \pi/2[\\ \vec{B}_{s1}(r, \theta, t) = -\frac{\mu_0 i_1(t)}{2e} \vec{u}_r & \text{pour } \theta \in]\pi/2, 3\pi/2[\end{cases}$$

III.B.2) Justifier qu'une répartition judicieuse des brins dans des encoches régulièrement réparties autour du stator puisse fournir un champ dont l'allure théorique est de la forme donnée figure 6.

Combien d'encoches réparties correspondent à la courbe de la figure 6 ? Précisez les repères angulaires sur l'axe des abscisses.

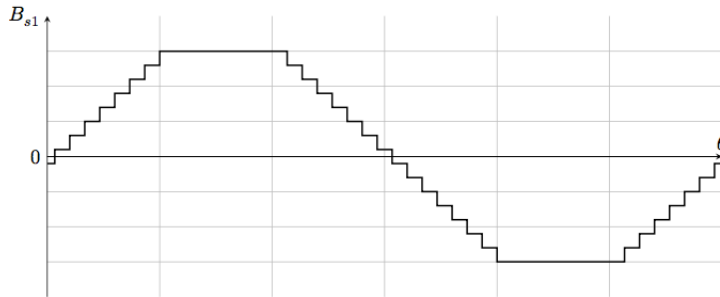


Figure 6

III.B.3) Le champ statorique radial B_{s1} s'approche d'une fonction sinusoïdale de la forme $B_{s1}(\theta, t) \approx K_s i_1(t) \cos \theta$ que l'on prendra désormais comme la contribution réelle du courant $i_1(t)$ dans l'enroulement.

De quoi dépend la constante K_s ?

III.B.4) On rajoute le second enroulement décalé spatialement de l'angle $+\pi/2$ (donc sur l'axe $x'x$). Le courant $i_2(t)$ de cet enroulement est en quadrature retard sur le courant $i_1(t)$.

Montrer que sa participation au champ radial statorique s'écrira $B_{s2}(\theta, t) = K_s I \sin(\omega_s t + \beta_s) \sin \theta$.

III.B.5) Montrer que le champ magnétique statorique résultant est un champ tournant dans le sens trigonométrique à la vitesse angulaire ω_s dont on donnera l'amplitude.

III.C – Énergie magnétique dans l'entrefer

III.C.1) Rappeler l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique dans un milieu de perméabilité relative μ_r .

III.C.2) Calculer l'énergie magnétique dans l'entrefer (siège des champs rotorique et statorique) en négligeant les effets de bord et en notant l la longueur du rotor.

On pourra alléger l'expression finale en faisant apparaître le volume d'entrefer $V = 2\pi a e l$.

III.D – Moment électromagnétique s'exerçant sur le rotor

III.D.1) Rappeler l'expression du couple des forces électromagnétiques exercées sur le rotor, à partir de l'énergie magnétique.

En déduire l'expression de ce couple en utilisant le résultat de la question III.C.2.

III.D.2) Quelles conditions sont nécessaires à l'obtention d'un couple moteur moyen positif ?

III.D.3) Discuter le rôle de β_s (angle de « calage » des courants) et la stabilité de deux points de fonctionnement associés à deux valeurs de β_s .

Centrale 2015 PSI – un moteur alternatif à piézoélectrique

Sujet original !!!! avec onde de flexion au départ puis moteur

Pour les amateurs

On trouvera aussi un moteur synchrone linéaire Centrale 2015 PSI ou Centrale TSI 2025

III Motorisation AF USM

Apparus au début des années 80, les moteurs rotatifs à actionneurs piézoélectriques sont des alternatives aux moteurs à courant continu, moteurs synchrones ou asynchrones. Depuis 1987, Canon® intègre cette technologie. Leur principe est la génération d'une onde ultrasonore de flexion dans un solide suffisamment élastique, le stator, à l'aide d'actionneurs piézoélectriques. On peut alors montrer que le mouvement des points de la surface du stator est quasi-elliptique, si bien qu'un autre solide en contact à sa surface, le rotor, pourra « surfer » sur l'onde

et être entraîné par friction. Ces moteurs sont silencieux, précis, rapides et peu encombrants. En effet le plus petit de ces moteurs, utilisé en horlogerie, a une taille caractéristique de l'ordre de quatre millimètres.

L'objectif EF 50 mm 1:1.2 L USM, commercialisé depuis 2010, possède un moteur annulaire à actionneurs piézoélectriques.

III.A – Propagation d'une onde progressive de flexion dans un solide

III.A.1) On considère le dispositif représenté en **figure 4** : une barre solide cylindrique d'axe (Ox) , de longueur L , de section très petite, négligeable, repose sur deux supports identiques fixes, situés en ses extrémités avec lesquels le contact, quasi-punctuel, se fait de façon permanente. L'axe vertical ascendant est l'axe (Oz) . Le problème étant supposé invariant dans tout plan vertical parallèle à l'axe de la barre, toute l'étude se fera dans le plan (Oxz) , si bien que le couple de coordonnées (x, z) d'un point M appartenant à la barre est suffisant pour décrire les phénomènes observés.

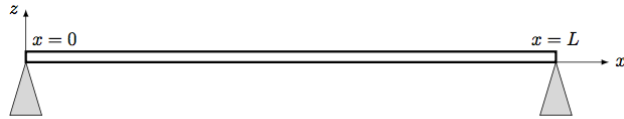


Figure 4 Barre étudiée disposée sur ses supports

Lorsque la barre est au repos et n'est le siège d'aucun phénomène vibratoire, $z = 0$ pour tout point M de la barre. Sous l'effet d'une onde mécanique transversale, dite onde de flexion, générée dans la barre, un point M lui appartenant peut être amené à se déplacer verticalement. Dès que la barre se met à vibrer transversalement, on admet que l'équation différentielle vérifiée par $z(x, t)$ s'écrit :

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + \gamma^2 \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{III.1})$$

où γ est une constante réelle positive.

- Si la barre était une corde infiniment souple, comment s'écrirait l'équation (III.1) ? Comment appelle-t-on ce genre d'équation ? Rappeler l'expression de sa solution générale.
- Quelle(s) propriété(s) du matériau fait (font) que l'équation (III.1) est différente de celle demandée à la question précédente ?
- Déterminer la dimension et l'unité de la constante γ .
- À quelle condition une onde plane progressive harmonique, de pulsation ω , de nombre d'onde k et se propageant vers les x croissants, écrite sous forme complexe $\underline{z}(x, t) = \underline{Z} \exp(j(\omega t - kx))$ peut-elle exister ?
- La barre est-elle un milieu dispersif ?
- Pourquoi est-il impossible de réaliser une onde plane progressive dans cette barre ?

III.A.2) Au lieu d'une barre rectiligne, on étudie maintenant un anneau de section très petite. Cet anneau filiforme est de centre O , de rayon R , donc de longueur $L = 2\pi R$. Un point M de l'anneau sera repéré par son abscisse curviligne $s = R\theta$. Au repos, cet anneau est plan et contenu dans le plan Oxy . Sous l'effet d'une onde de flexion, il peut vibrer dans la direction Oz . On note $z(s, t)$ la cote du point M à l'instant t . Par analogie avec la barre rectiligne étudiée à la **question III.A.1**, l'équation différentielle vérifiée par $z(s, t)$ s'écrit

$$\frac{\partial^4 z}{\partial s^4} + \gamma^2 \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0$$

On fait propager une onde progressive $\underline{z}(s, t) = \underline{Z} e^{j(\omega t - ks)}$ dans cet anneau.

- Quelle condition doit satisfaire sa longueur d'onde λ par rapport à la longueur L ?
- En déduire que le nombre d'onde k et la pulsation ω sont quantifiés.

La solution caractérisée par le couple (k_n, ω_n) est appelée mode propre de flexion d'indice n . Exprimer les valeurs possibles, k_n et ω_n , du nombre d'onde et de la pulsation.

III.B – Moteur piézoélectrique rotatif

Dans les moteurs rotatifs (figure 5), le stator est formé d'un anneau composé de deux parties : une couche annulaire de céramiques piézoélectriques collée sous un disque métallique dentelé (l'anneau statorique). Entre le rotor et le stator, on insère une couche de polymère pour augmenter la friction et donc le couple d'entraînement du moteur. Le rotor et le stator sont maintenus en contact à l'aide d'un ressort de précontrainte.

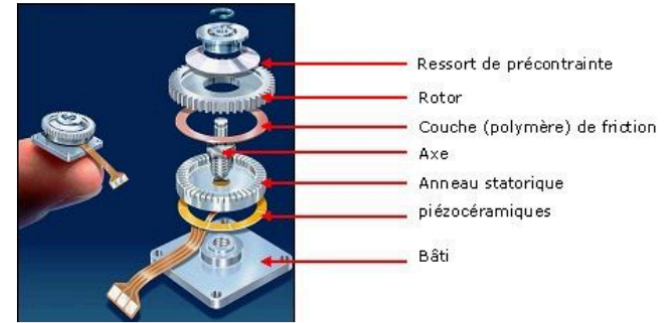


Figure 5 Vue éclatée d'un moteur piézoélectrique rotatif

On désigne par s l'abscisse curviligne d'un point M situé le long du périmètre moyen de l'anneau statorique, de longueur L . Nous allons montrer qu'il est possible de générer dans l'anneau des ondes de flexion, d'abord une onde stationnaire, puis une onde progressive.

III.B.1) Excitation d'une onde stationnaire dans l'anneau

L'anneau piézoélectrique, collé sous le stator, est sectorisé en sous-entités identiques mais de « polarisation alternée » : quand on soumet une entité, notée $+$, à une tension positive, elle se déforme dans un sens, alors que sa voisine, notée $-$, soumise à la même tension se déforme de manière identique mais dans un sens opposé, comme l'indique la **figure 6**. Les déformations sont supposées sans retard temporel par rapport à la tension excitatrice et sont alors transmises à l'anneau statorique.

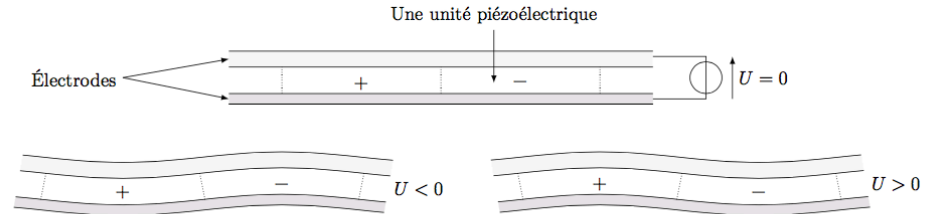


Figure 6 Déformation d'un motif piézoélectrique (constitué de deux entités de polarisation opposée) soumis à une tension générée par deux électrodes

En répétant le motif représenté plus haut et en le soumettant à une tension sinusoïdale $U(t)$, il est alors possible de générer une onde de flexion stationnaire dans l'anneau céramique qui va être transmise au stator métallique.

- On suppose $U(t)$ sinusoïdale. Où seront situés les nœuds de vibration ?
- L'anneau piézoélectrique, de rayon moyen R et de périmètre moyen L , est constitué et excité comme l'indique la **figure 7** : la tension $U(t)$ excite une succession de 4 motifs identiques à ceux représentés en **figure 6**. Montrer que, alimenté par une tension de pulsation ω qu'on déterminera, cet anneau piézoélectrique permet d'exciter une onde stationnaire $z_n(s, t)$ telle que : $z_n(s, t) = Z_n \cos(k_n s + \psi) \cos(\omega_n t + \varphi)$.

III.B.2) Excitation d'une onde progressive dans l'anneau

- Pour générer une onde harmonique progressive $z(s, t)$ dans l'anneau, il suffit de l'exciter par deux ondes stationnaires $z_1(s, t)$ et $z_2(s, t)$ de même pulsation ω , de même nombre d'onde k et de même amplitude Z . En posant $z_1(s, t) = Z \cos(ks + \psi_1) \cos(\omega t + \varphi_1)$ et $z_2(s, t) = Z \cos(ks + \psi_2) \cos(\omega t + \varphi_2)$, déterminer les relations entre les phases $\varphi_1, \varphi_2, \psi_1$ et ψ_2 pour que la superposition des ondes z_1 et z_2 soit une onde progressive.
- On utilise un anneau piézoélectrique constitué et excité comme l'indique la **figure 8** : la tension $U_1(t)$ excite une première succession de 4 motifs identiques à ceux représentés en **figure 6**, alors que la tension $U_2(t)$, synthétisée à l'aide du montage représenté en **figure 9**, excite une autre succession de 4 motifs identiques. Quelle doit être la longueur de l'arc moyen, exprimée en fonction de λ , de l'électrode auxiliaire ? Quelle doit être la longueur de l'arc moyen de l'électrode GND reliée à la masse, exprimée en fonction de λ ?
- Dans le montage représenté en **figure 9**, l'amplificateur linéaire intégré est supposé idéal et fonctionnant en régime linéaire. Montrer que ce montage va bien permettre de synthétiser la tension $U_2(t)$ adéquate, à condition que ω, R' et C soient reliés par une relation que l'on déterminera.

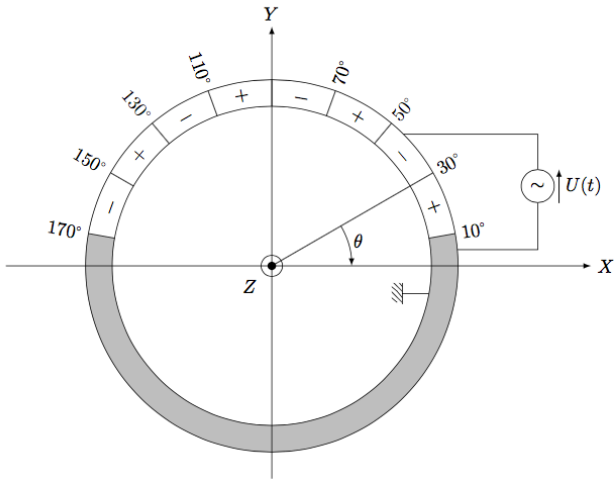


Figure 7 Anneau excitateur constitué d'entités piézoélectriques permettant de générer une onde stationnaire dans l'anneau statorique

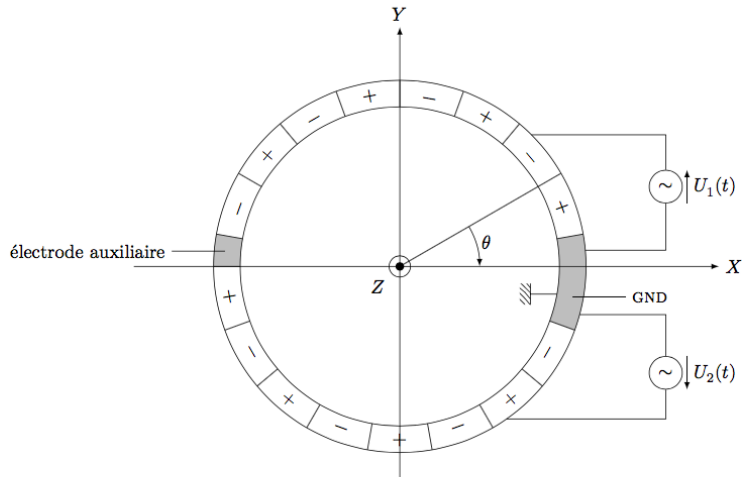


Figure 8 Anneau constitué d'entités piézoélectriques, collé sous l'anneau statorique

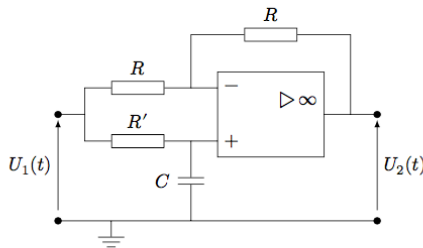


Figure 9 Montage permettant de synthétiser $U_2(t)$

Ainsi une onde progressive tournante est générée à la surface du stator. Le rotor va ainsi être entraîné par friction.

d) Comment faire pour inverser le sens de rotation du rotor ?

III.B.3) Pourquoi, à votre avis, la partie haute du stator est-elle dentelée (voir figure 5) ?

III.C – Étude dynamique simplifiée

On suppose que le rotor, de moment d'inertie J par rapport à son axe de rotation (Oz), est en contact avec N points matériels représentant « les crêtes » de l'onde statorique, qui décrivent, sous l'effet de l'onde progressive, un mouvement circulaire, d'axe (Oz), de rayon R_m (cf figure 10) à la vitesse angulaire de rotation constante ω_s .

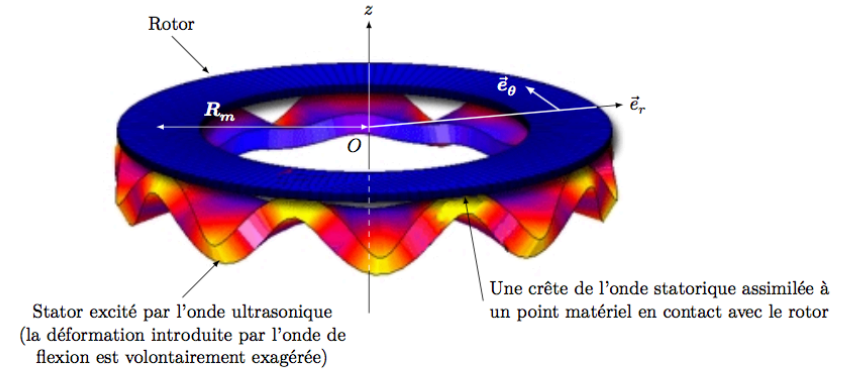


Figure 10

On admet que quand on coupe le moteur (on arrête l'excitation du stator), les N points s'immobilisent en un temps négligeable : c'est la phase de freinage du rotor qui débute. La vitesse angulaire de rotation du rotor, à une date t , est notée $\omega_R(t)$. On admet que $\forall t, \omega_R(t) \leq \omega_S$. Chaque « crête » exerce sur le point du rotor en contact avec elle une force de friction $\vec{R}_T = R_T \vec{e}_\theta$ et une force de réaction normale $\vec{R}_N = R_N \vec{e}_z$ avec $R_N > 0$, toutes deux constantes et identiques pour chaque crête. On admettra que : $R_T > 0$ lorsque le moteur est allumé (stator excité), $R_T < 0$ lorsque le moteur est arrêté, si $\omega_R \neq \omega_S$ alors $\|\vec{R}_T\| = f\|\vec{R}_N\|$ et si $\omega_R = \omega_S$ alors $\|\vec{R}_T\| = 0$.

Le ressort de précontrainte représenté en figure 5 exerce une force $\vec{F}_C = -F_C \vec{e}_z$ supposée constante et uniformément répartie entre les N points tournant.

Le poids du rotor est négligeable devant toutes les autres forces mises en jeu.

La charge entraînée par le rotor ainsi que d'éventuels frottements exercent un couple résistant, supposé constant, et noté $\vec{\Gamma}_C = -\Gamma_C \vec{e}_z$ avec $\Gamma_C > 0$.

III.C.1) Que vaut N avec le montage représenté en figure 8 ?

III.C.2) Exprimer le couple moteur Γ_m en fonction de N , R_m et R_T ?

III.C.3) Pour faire la mise au point, le rotor initialement immobile doit tourner d'un angle θ_{mp} . Lorsque cet angle est atteint, au bout d'une durée t_{mp} égale à la durée de mise au point, le rotor doit bien sûr être immobile.

a) À quelle condition le rotor, initialement immobile, démarre-t-il ?

b) À la date $t = 0$, on allume le moteur, alors qu'à la date t_0 , on le coupe. Déterminer et représenter graphiquement $\omega_R(t)$ pour $t \in [0, t_{mp}]$. On posera

$$\tau = \frac{\omega_S J}{f R_m F_C - \Gamma_C} \quad \text{et} \quad \tau' = \frac{\omega_S J}{f R_m F_C + \Gamma_C}$$

et on envisagera plusieurs cas suivant la valeur grande ou faible de l'angle θ_{mp} .

c) Déterminer, pour chacun des cas relatés à la question précédente, l'expression littérale de la durée de mise au point t_{mp} en fonction de ω_S , τ , τ' et θ_{mp} .

III.C.4) Application aux moteurs ultrasoniques Canon®

Pour ces moteurs, $f_S = \frac{\omega_S}{2\pi} = 3,0$ kHz (obtenue en réalité quand on excite le stator avec une fréquence ultrasonique de 27 kHz) alors que l'ordre de grandeur de ω_R est de 80 tr·min⁻¹. On donne $R_m = 35$ mm, $F_C = 15$ N, $f = 0,3$ et $J = 1 \times 10^{-6}$ kg·m². Le couple résistant Γ_C est estimé à 6×10^{-2} N·m.

- a) Lequel des cas évoqués aux questions III.C.3 convient ici ?
- b) Pour effectuer la mise au point, on souhaite avoir $\theta_{mp} = 12\pi$. Quelle sera la durée de mise au point ? Commenter.
- c) La masse du moteur est de 45 g. Calculer la puissance massique utile sachant que des phénomènes non pris en compte dans ce modèle induisent une valeur réelle égale à 65% de celle calculée en théorie. Comparer avec celle d'un moteur à courant continu Canon® évaluée à $11 \text{ W}\cdot\text{kg}^{-1}$.