

Pilotage d'un MCC réversible en fonctionnement moteur (traction) ou générateur (freinage) comme en vitesse de de rotation
Structure en pont en H – hacheur 4 quadrants

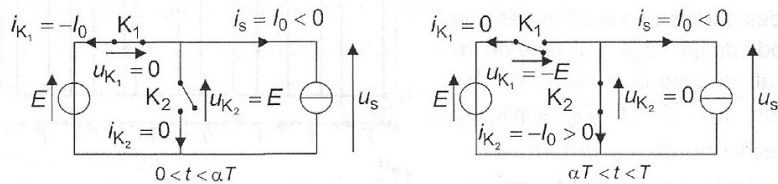
Le **hacheur réversible en courant**, ou **hacheur 2 quadrants**, permet de faire fonctionner une MCC **de manière réversible** : **en moteur et en génératrice** lors des phases de freinage (récupération d'énergie lors du freinage pour laquelle la machine subit un couple négatif en génératrice).

Cependant la vitesse de rotation demeure positive et la MCC tourne toujours dans le même sens. **Une structure de hacheur en pont H** permettra de commander la MCC **selon 4 quadrants**, et de la rendre **réversible aussi pour son sens de rotation** !

→ **Récupération d'énergie lors du freinage pour le hacheur 2 quadrants**

Étudions le cas où, alors que la M.C.C tourne à la vitesse $\Omega > 0$, on diminue le rapport cyclique, suffisamment pour que le courant moyen dans l'induit $I_0 = \frac{\alpha E - \Phi_0 \Omega}{r}$ devienne négatif (c'est-à-dire si $\alpha < \Phi_0 \Omega / E$).

Nous négligerons les ondulations de courant dans l'induit : la M.C.C se comporte comme une source de courant.

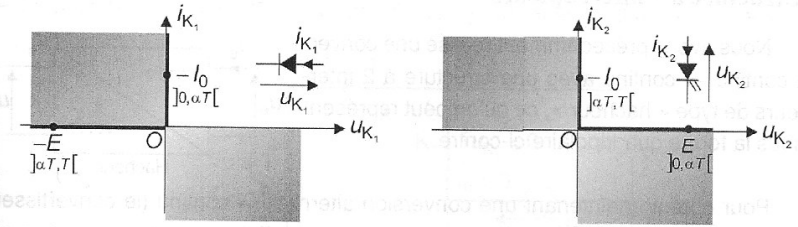


On a toujours :

- Pour $0 < t < \alpha T$: K_1 (f) et K_2 (o). La M.C.C reçoit alors une puissance $p_s = u_s i_s$ soit $p_s = E I_0 < 0$: elle se comporte donc en *génératrice*. La source d'entrée reçoit la puissance $-E I_0 > 0$ (si elle n'est pas réversible, l'énergie correspondante peut être stockée dans des accumulateurs).
- Pour $\alpha T < t < T$: K_1 (o) et K_2 (f). Il n'y a aucun transfert de puissance.

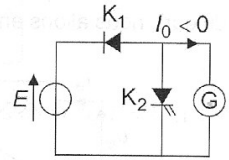
Cette phase où la M.C.C est génératrice correspond à une *phase de freinage* (la machine subit un couple Γ négatif). Ω peut rester constant (par exemple lors d'une descente). Sinon, on passe dans un régime transitoire : Ω décroît (sur des durées grandes devant T) jusqu'à ce que $I_0 = \frac{\alpha E - \Phi_0 \Omega}{r}$ redevienne positif, éventuellement jusqu'à l'arrêt de la machine si $\alpha = 0$.

Avec les conventions pour les courants et les tensions des interrupteurs K_1 et K_2 définies sur les schémas ci-avant, on obtient les caractéristiques suivantes :

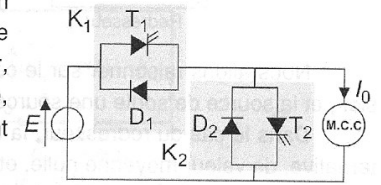


On en déduit que K_1 est une diode et K_2 un transistor.

Dans la phase de freinage, le circuit est donc celui représenté ci-contre, où « G » désigne l'induit de la M.C.C, qui se comporte en génératrice.



Afin d'obtenir un hacheur réversible en courant (« hacheur 2 quadrants »), c'est-à-dire capable de faire fonctionner la M.C.C en moteur, et en génératrice pendant les phases de freinage, il faut donc que les interrupteurs K_1 et K_2 soient des associations parallèles T/D tête bêche.



Lors des phases de traction ($I_0 > 0$), T_2 est commandé à l'ouverture, T_1 à la fermeture (pour $0 < t < \alpha T$) puis à l'ouverture (pour $\alpha T < t < T$). La diode D_1 est toujours bloquée, et la diode de roue libre D_2 passe spontanément de l'état bloqué à l'état passant à $t = \alpha T$.

Lors des phases de freinage ($I_0 < 0$), T_1 est commandé à l'ouverture, T_2 à l'ouverture (pour $0 < t < \alpha T$) puis à la fermeture (pour $\alpha T < t < T$). La diode D_2 est toujours bloquée et la diode de roue libre D_1 passe spontanément de l'état passant à l'état bloqué à $t = \alpha T$.

→ **Hacheur 4 quadrants pour la commande de la MCC (voir CCINP2025)**

Dans le cas où les 4 interrupteurs sont commandés, la structure étudiée s'appelle pont en H. Nous l'appliquons ici à la commande d'une M.C.C.

La tension $u_e(t) = E > 0$ est continue. Les lois de commutation sont :

- Pour $0 < t < \alpha T$: K_1 et K_4 (f) ; K_2 et K_3 (o) de façon à avoir $u_s = E$.
- Pour $\alpha T < t < T$: K_1 et K_4 (0) ; K_2 et K_3 (f) de façon à avoir $u_s = -E$.

La valeur moyenne de la tension aux bornes de la charge est donc :

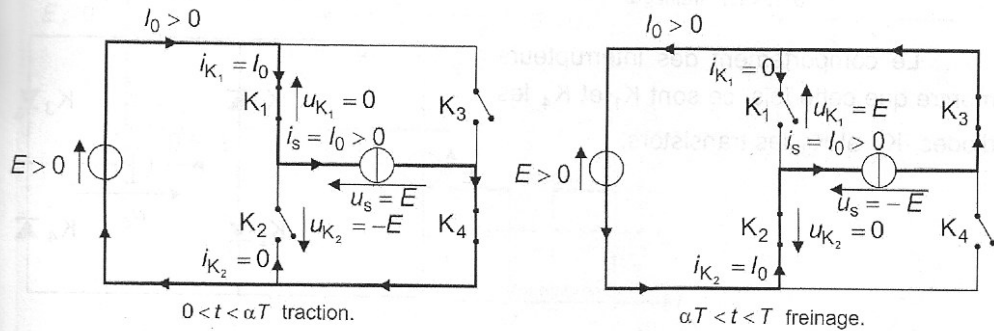
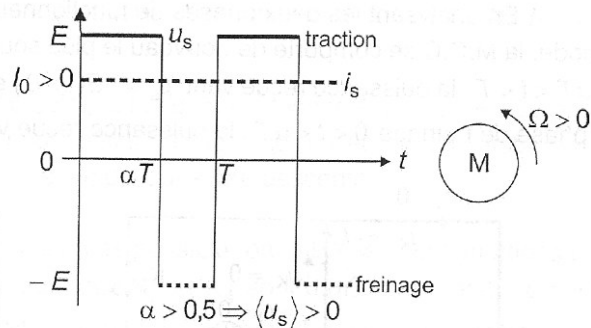
$$\langle u_s \rangle = \frac{E\alpha T - E(1-\alpha)T}{T} = (2\alpha - 1)E.$$

Étudions d'abord la commande d'un *moteur* M à courant continu, considéré comme une source de courant : $i_s = I_0 = Cte$. En convention récepteur, la puissance moyenne $\langle p_s \rangle = \langle u_s i_s \rangle$ reçue par le moteur est positive.

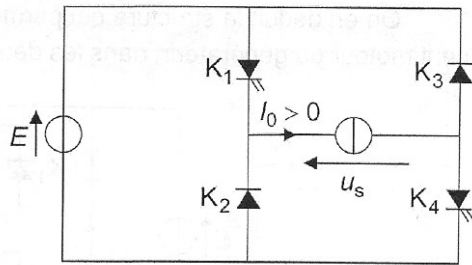
— Si $\alpha > 0,5$, $\langle u_s \rangle > 0$. La puissance moyenne reçue vaut $\langle p_s \rangle = \langle u_s i_0 \rangle = \langle u_s \rangle i_0 > 0$, donc le courant i_0 est positif.

Le rotor subit un couple moteur $\Gamma = \Phi_0 i_0 > 0$ de puissance $\Gamma \Omega > 0$: il tourne dans le sens positif.

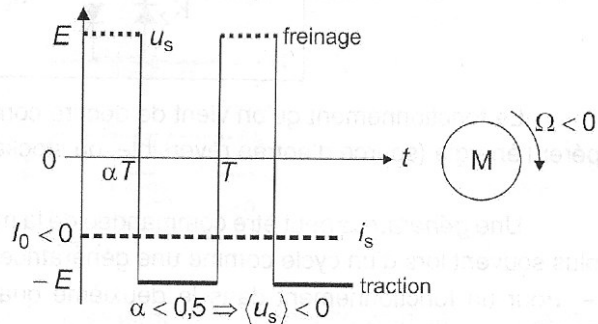
En analysant les deux phases de fonctionnement, on constate que sur une période, la M.C.C se comporte le plus souvent en moteur (phase de traction $0 < t < \alpha T$, la puissance reçue vaut $p_s = E i_0 > 0$) et le reste du temps en génératrice (phase de freinage $\alpha T < t < T$, la puissance reçue vaut $p_s = -E i_0 < 0$).



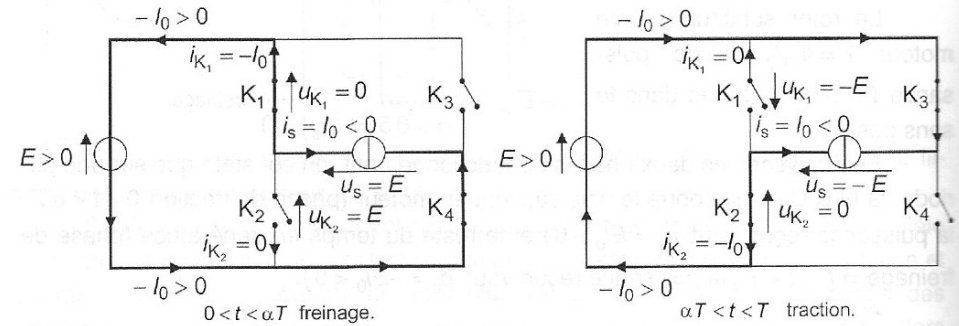
Le comportement des interrupteurs montre que K_1 et K_4 sont des transistors (qu'on commande donc simultanément à la fermeture et à l'ouverture) alors que K_2 et K_3 sont des diodes.



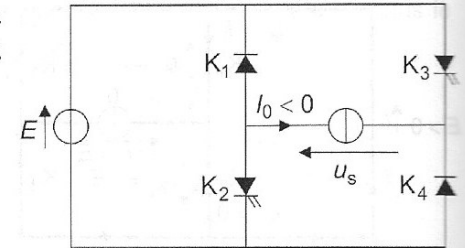
— Si $\alpha < 0,5$, $\langle u_s \rangle < 0$. La puissance moyenne reçue vaut $\langle p_s \rangle = \langle u_s i_0 \rangle = \langle u_s \rangle i_0 > 0$ donc le courant i_0 est négatif. Le rotor subit un couple $\Gamma = \Phi_0 i_0 < 0$ de puissance $\Gamma \Omega > 0$: il tourne dans le sens négatif.



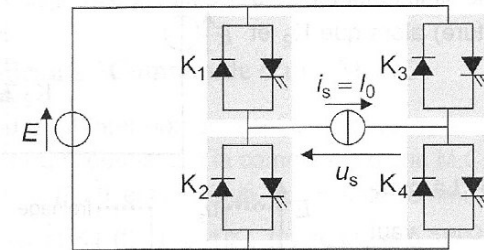
En analysant les deux phases de fonctionnement, on constate que sur une période, la M.C.C se comporte de nouveau le plus souvent en moteur (phase de traction $\alpha T < t < T$, la puissance reçue vaut $p_s = -E i_0 > 0$) et le reste du temps en génératrice (phase de freinage $0 < t < \alpha T$, la puissance reçue vaut $p_s = E i_0 < 0$).



Le comportement des interrupteurs montre que cette fois, ce sont K_1 et K_4 les diodes, K_2 et K_3 les transistors.



On en déduit la structure qui permet de commander une M.C.C en fonctionnement moteur ou générateur, dans les deux sens de rotation :



Le fonctionnement qu'on vient de décrire correspond au cas où l'on peut récupérer l'énergie (source d'entrée réversible, ou stockage dans des accumulateurs).

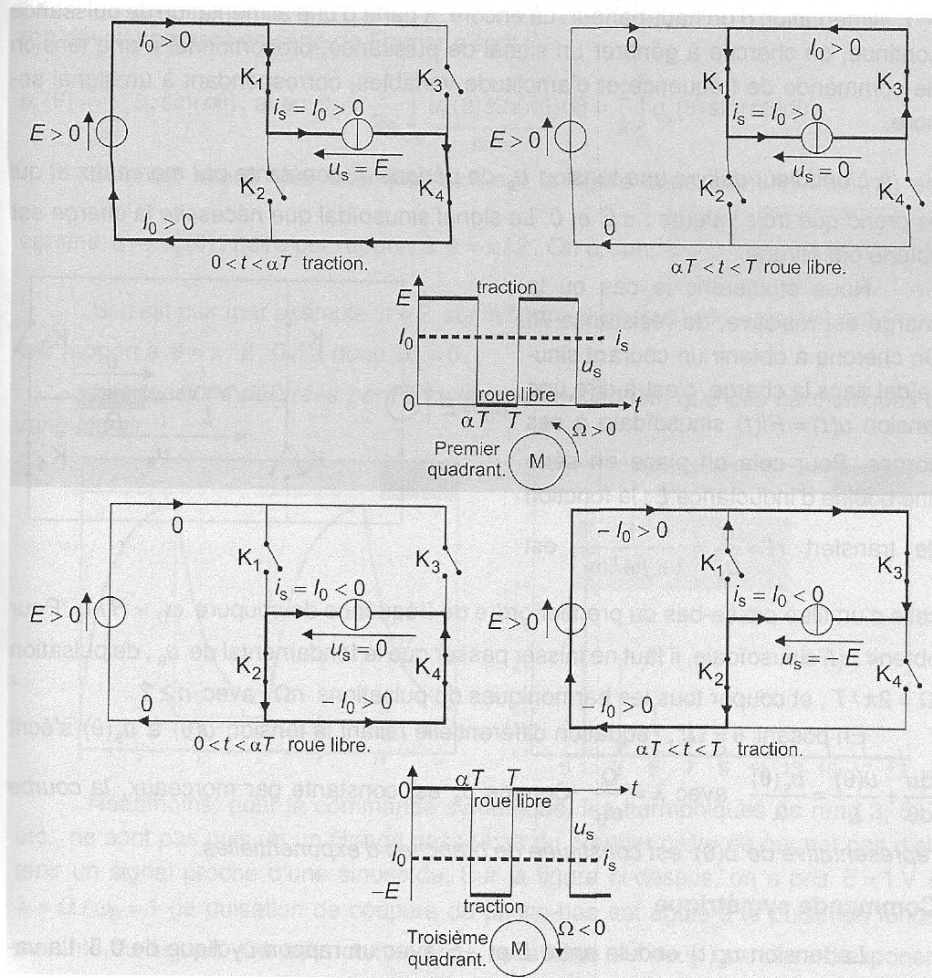
Une génératrice peut être commandée de la même façon (la M.C.C se comporte plus souvent lors d'un cycle comme une génératrice que comme un moteur).

— Pour un fonctionnement dans le deuxième quadrant, on a $\Omega > 0$, $\Gamma < 0$, $i_0 < 0$, $\langle p_s \rangle = \langle u_s \rangle i_0 < 0$ donc $\alpha > 0,5$.

— Pour un fonctionnement dans le quatrième quadrant, on a $\Omega < 0$, $\Gamma > 0$, $I_0 > 0$, $\langle p_s \rangle = \langle u_s \rangle I_0 < 0$ donc $\alpha < 0,5$.

La machine est alors freinée puisque le couple s'oppose à la rotation. Ce peut être le cas en régime transitoire pour ralentir la machine, ou en régime établi pour maintenir une vitesse constante, par exemple dans une descente.

Si la récupération d'énergie n'est pas possible, on utilise les configurations où K_1 et K_3 sont dans le même état alors que K_2 et K_4 sont dans l'autre état. Le pont en H permet alors seulement de faire fonctionner le moteur sur le premier et le troisième quadrant :



Retenons que dans tous les cas, un pont en H permet de commander une machine à courant continu dans les deux sens de rotation.

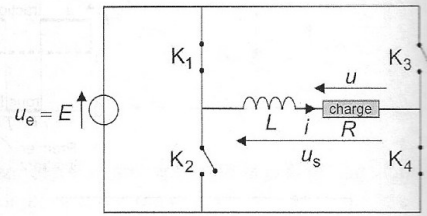
Pilotage d'une MS par onduleur : commandes symétrique (pleine onde), décalée ou MLI calculée et triangle/sinus

Le pont en H permet également de créer divers types de signaux alternatifs à partir d'une source continue. Il est alors utilisé comme onduleur. Voici quelques exemples où l'on cherche à créer un signal alternatif (tension ou courant) le plus proche possible d'une sinusoïde, à partir d'une tension continue :

- Les alimentations de secours, qui doivent délivrer une tension sinusoïdale, de fréquence et d'amplitude fixées, à partir d'une tension continue.
- Les variateurs de vitesse qui doivent délivrer, à partir de la tension du réseau redressée, des courants sinusoïdaux, de fréquence et d'amplitude variables, dans les enroulements du stator d'une machine asynchrone.
- L'alimentation d'un haut-parleur. Là encore, à partir d'une alimentation de puissance continue, on cherche à générer un signal de puissance, proportionnel à une tension de commande de fréquence et d'amplitude variables, correspondant à un signal sonore.

L'onduleur délivre une tension u_s de période T , constante par morceaux et qui ne prend que trois valeurs : $\pm E$ et 0. Le signal sinusoïdal que nécessite la charge est obtenu par filtrage.

Nous étudierons le cas où la charge est résistive, de résistance R . On cherche à obtenir un courant sinusoïdal dans la charge, c'est-à-dire une tension $u(t) = Ri(t)$ sinusoïdale à ses bornes. Pour cela on place en série une bobine d'inductance L : la fonction de transfert $H = \frac{u}{u_s} = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_0}$ est



celle d'un filtre passe-bas du premier ordre de fréquence de coupure $\omega_0 = R/L$. Pour obtenir $u(t)$ sinusoïdale, il faut ne laisser passer que le fondamental de u_s , de pulsation $\Omega = 2\pi/T$, et couper tous les harmoniques de pulsations $n\Omega$, avec $n \geq 2$.

En posant $\theta = \Omega t$, l'équation différentielle reliant la tension $u(\theta)$ à $u_s(\theta)$ s'écrit $\frac{du}{d\theta} + \frac{u(\theta)}{\lambda} = \frac{u_s(\theta)}{\lambda}$, avec $\lambda = \frac{\Omega}{\omega_0}$. Comme u_s est constante par morceaux, la courbe représentative de $u(\theta)$ est constituée de branches d'exponentielles.

Commande symétrique

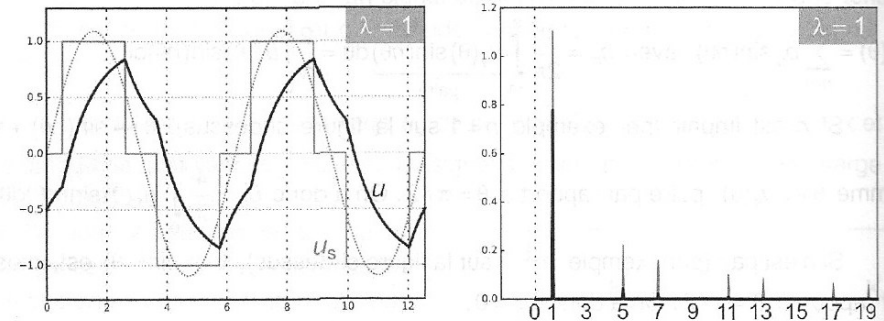
La tension $u_s(t)$ ondule entre E et $-E$ avec un rapport cyclique de 0,5. La valeur moyenne de la tension u_s est donc nulle. Cette tension est représentée ci-après en gras (la courbe en pointillés correspond à une commande décalée). On a placé en abscisses l'angle $\theta = \Omega t$.

Commande décalée

On peut aussi utiliser sur une période les deux configurations pour lesquelles $u_s = 0$. La tension aux bornes de la charge est alors celle représentée précédemment en pointillés. En choisissant bien l'angle α de décalage, on élimine l'harmonique de rang 3 :

$$b_3 = \frac{4E}{\pi} \int_{\alpha/2}^{\pi/2} \sin(3\theta) d\theta = \frac{4E}{3\pi} \cos\left(\frac{3\alpha}{2}\right) \text{ s'annule pour } \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

La tension $u(\theta)$ se rapproche d'une sinusoïde car on a augmenté le nombre d'intervalles de découpage et bien choisi l'angle de décalage $\alpha = \pi/3$. La réponse de la figure ci-dessous est de nouveau obtenue pour $E = 1 \text{ V}$ et $\lambda = 1$. Le fondamental de u_s est représenté en pointillés.



M.L.I calculée

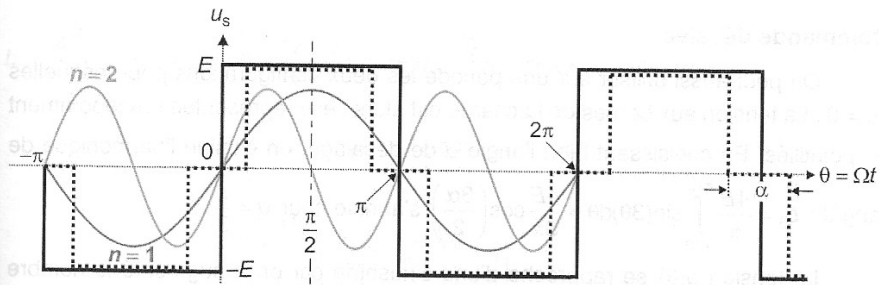
Avec une commande numérique, on peut éliminer encore plus d'harmoniques de la tension u_s .

La technique utilisée est celle de la *modulation de largeur d'impulsion (M.L.I.)*. $u_s(\theta)$ ondule toujours sur une période T entre trois valeurs : E , 0 et $-E$, mais elle est constituée de salves d'impulsions dont la largeur varie sur une période T .

Prenons le cas où il y a 6 impulsions positives et 6 impulsions négatives par période. Le signal est représenté ci-après. On a $\langle u_s(\theta) \rangle = 0$ et $\theta \mapsto u_s(\theta)$ est caractérisé par 6 angles $\alpha_i, i \in [1,6]$. La valeur efficace E_{eff} de $u_s(\theta)$ est définie par $E_{\text{eff}}^2 = \langle u_s^2 \rangle$. Comme la période de $\theta \mapsto u_s^2(\theta)$ est $\frac{\pi}{2}$, on a :

$$\langle u_s^2 \rangle = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} u_s^2 d\theta = \frac{2}{\pi} E^2 [(\alpha_2 - \alpha_1) + (\alpha_4 - \alpha_3) + (\alpha_6 - \alpha_5)]. \text{ On en déduit la valeur efficace } E_{\text{eff}} = E \sqrt{\frac{2}{\pi} [\alpha_2 - \alpha_1 + \alpha_4 - \alpha_3 + \alpha_6 - \alpha_5]}.$$

D'autre part :



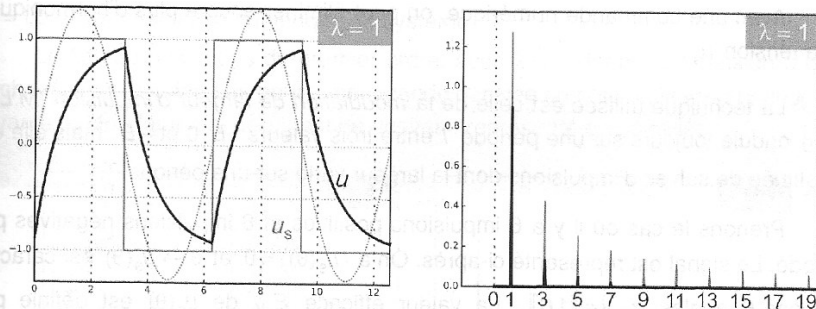
Pour cette commande comme pour toutes celles que nous allons étudier, le signal $\theta \mapsto u_s(\theta)$ est 2π -périodique, impair, mais pair par rapport à $\theta = \pi/2$, donc son développement en série de Fourier s'écrit :

$$u_s(\theta) = \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \sin(n\theta), \text{ avec } b_n = \frac{2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \underbrace{u_s(\theta) \sin(n\theta)}_{\text{paire}} d\theta = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} u_s(\theta) \sin(n\theta) d\theta.$$

Si n est impair (par exemple $n=1$ sur la figure ci-dessus), $\theta \mapsto \sin(n\theta)$ est, comme $\theta \mapsto u_s(\theta)$, paire par rapport à $\theta = \pi/2$. On a donc $b_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} u_s(\theta) \sin(n\theta) d\theta$.

Si n est pair (par exemple $n=2$ sur la figure ci-dessus), $\theta \mapsto \sin(n\theta)$ est, impair par rapport à $\theta = \pi/2$. On a donc $b_n = 0$.

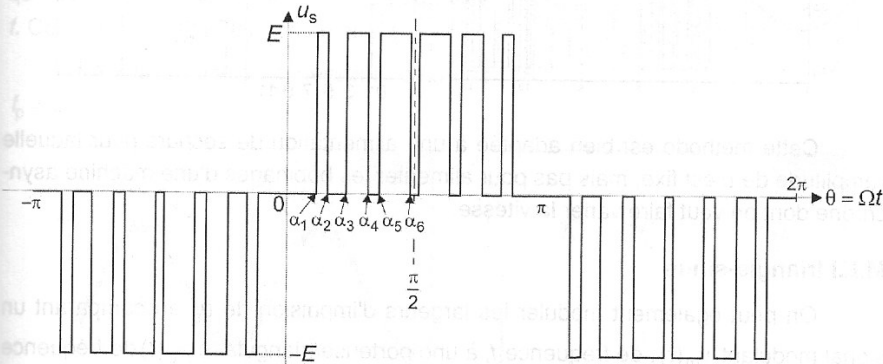
Les tensions délivrées par l'onduleur ne contiennent que des harmoniques de rang impair.



Néanmoins, pour la commande symétrique, les harmoniques de rang 3, 5, 7, etc., ne sont pas nuls, et un filtrage passe-bas du premier ordre ne permet pas d'obtenir un signal proche d'une sinusoïde. Sur la figure ci-dessus, on a pris $E = 1 \text{ V}$ et $\lambda = \Omega/\omega_0 = 1$ (la pulsation de coupure du passe-bas est égale à la pulsation fondamentale du signal). On peut comparer u , constituée de deux branches d'exponentielles, au fondamental de u_s (en pointillés). On a également tracé le spectre de u_s , spectre de créneaux en « $1/n$ » (en gris) et celui de u (en noir). Le rang des harmoniques est porté en abscisses.

$$b_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} u_s(\theta) \sin(n\theta) d\theta = \frac{4E}{\pi} \left[\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin(n\theta) d\theta + \int_{\alpha_3}^{\alpha_4} \sin(n\theta) d\theta + \int_{\alpha_5}^{\alpha_6} \sin(n\theta) d\theta \right]$$

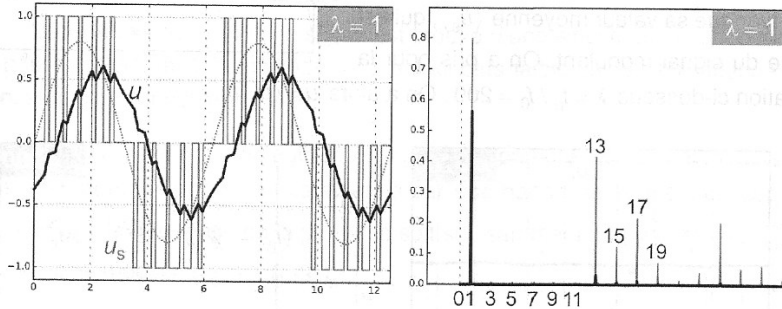
$$= \frac{4E}{n\pi} [\cos(n\alpha_1) - \cos(n\alpha_2) + \cos(n\alpha_3) - \cos(n\alpha_4) + \cos(n\alpha_5) - \cos(n\alpha_6)]$$



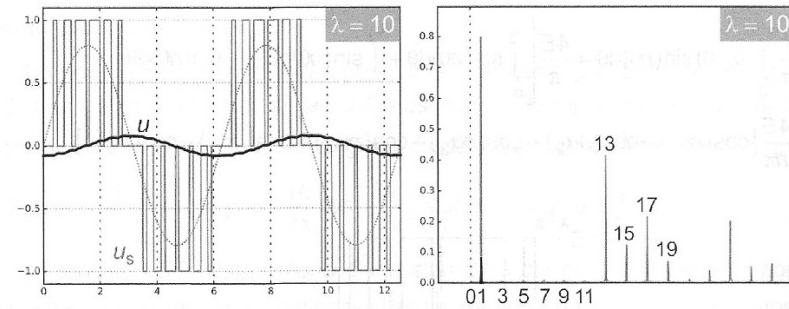
Une fois la valeur efficace E_{eff} choisie, on a la possibilité d'éliminer les 5 harmoniques de rangs 3,5,7,9 et 11 (il y a 6 équations pour 6 inconnues).

Si on impose par exemple $E_{\text{eff}} = E/\sqrt{2} \Leftrightarrow \alpha_2 - \alpha_1 + \alpha_4 - \alpha_3 + \alpha_6 - \alpha_5 = \pi/4$, on obtient $\alpha_1 = 0,357$; $\alpha_2 = 0,495$; $\alpha_3 = 0,730$; $\alpha_4 = 0,999$; $\alpha_5 = 1,141$ et $\alpha_6 = 1,518$ par résolution numérique du système.

Le filtrage passe-bas du premier ordre, avec $\lambda = 1$, donne une tension u plus proche d'une sinusoïde que pour la commande décalée comme on le voit sur la figure suivante. Le fondamental de u_s est de nouveau représenté en pointillés.



Si $\lambda = 10$, le spectre est plus pur puisqu'on atténue encore plus les harmoniques restants par rapport au fondamental. Le signal u est encore plus proche d'une sinusoïde mais son amplitude est plus faible (cf. figure ci-après).



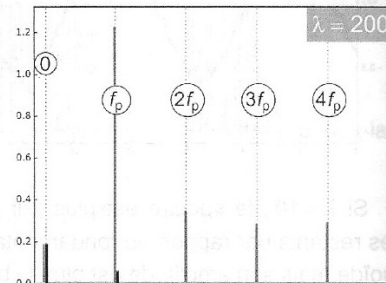
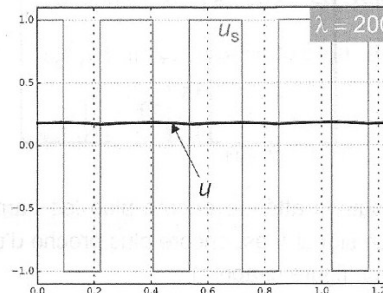
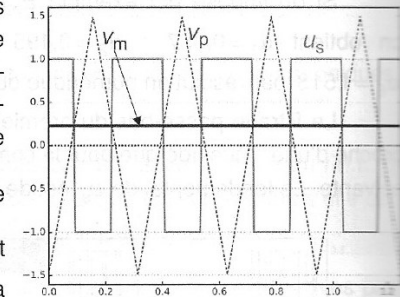
Cette méthode est bien adaptée à une alimentation de secours pour laquelle l'amplitude de u est fixe, mais pas pour alimenter les bobinages d'une machine asynchrone dont on veut faire varier la vitesse.

M.L.I triangle-sinus

On peut également moduler les largeurs d'impulsion de u_s en comparant un signal modulant $v_m(t)$, de fréquence f , à une porteuse triangulaire $v_p(t)$ de fréquence $f_p \gg f$. Par exemple :

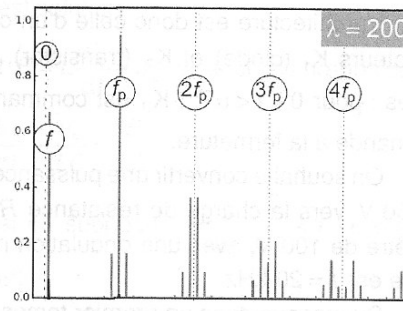
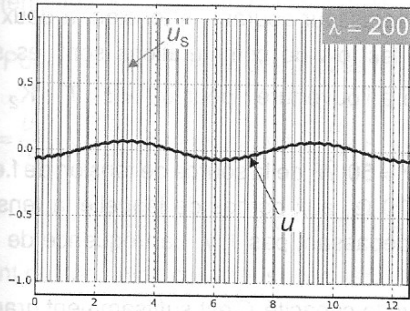
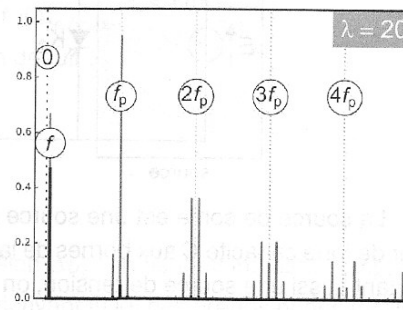
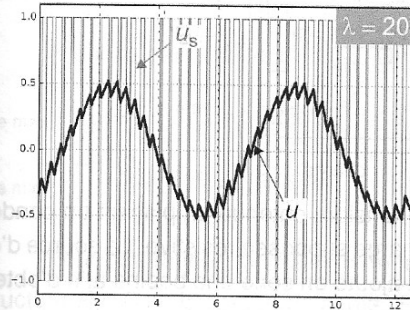
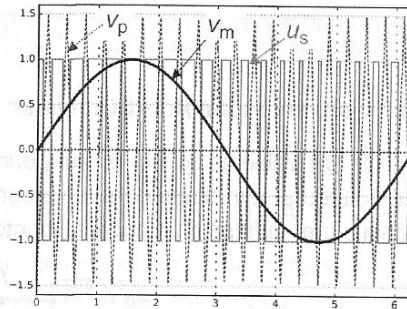
- Si $v_m(t) > v_p(t)$, K_1 et K_4 (f) ; K_2 et K_3 (o) de façon à avoir $u_s = E$.
- Si $v_m(t) < v_p(t)$: K_1 et K_4 (0) ; K_2 et K_3 (f) de façon à avoir $u_s = -E$.

Considérons pour commencer le cas simple où le signal modulant est constant. Le rapport cyclique est alors constant et la démodulation consiste à appliquer un filtrage passe-bas à u_s , suffisamment sélectif (c'est-à-dire de fréquence de coupure $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \ll f_p$) afin de ne conserver que sa valeur moyenne $\langle u_s \rangle$, qui est l'image du signal modulant. On a pris pour la simulation ci-dessous $\lambda = f_p / f_0 = 200$. On a alors $u = \langle u_s \rangle$.



Pour obtenir u sinusoïdal, on module donc à l'aide d'un signal $v_m(t)$ sinusoïdal. Le filtrage passe-bas consiste encore à couper le fondamental et les harmoniques de la porteuse en prenant $\lambda = f_p / f_0 \gg 1$, afin de ne conserver qu'une image du signal modulant de fréquence f . Ceci n'est possible que parce que $f_p \gg f$.

Pour la simulation ci-dessous, on a pris $f_0 = 20 f$.



Dans le cas où $\lambda = 20$, le signal est proche d'une sinusoïde. Il est encore plus pur pour $\lambda = 200$, mais l'amplitude de u est ici plus faible car le filtre atténue la fréquence du signal modulant.

On peut obtenir par filtrage une image quasi parfaite d'un signal modulant non sinusoïdal, dont le spectre est caractérisé par une bande de fréquences $[0, f_{\max}]$, à condition que la fréquence de la porteuse soit suffisamment grande devant f_{\max} pour qu'on puisse imposer $f_{\max} \ll f_0 \ll f_p$.

Un faible signal audio $t \mapsto v_m(t)$ peut ainsi être transformé grâce à un onduleur en un signal de puissance u_s dont les largeurs d'impulsion sont modulées par v_m . La charge résistive est alors un haut-parleur.

Sujet de concours 2017 PSI Mines Ponts

III. — Etude de la motorisation de la foreuse du robot Philæ

Le robot Philæ avait notamment pour mission de forer le sol de la comète sur une profondeur de 40 cm. Il n'a pu réaliser pleinement cette partie de sa mission car le site sur lequel il s'est finalement posé après trois rebonds était trop incliné. Il a cependant pu faire de très nombreuses mesures dont l'analyse permettra de mieux comprendre la formation du système solaire. Dans cette partie nous allons étudier les caractéristiques techniques du moteur de sa foreuse. Il s'agit d'un moteur synchrone associé à un onduleur de tension. Cette structure permet de concevoir un dispositif robuste de forte puissance, délivrant un fort couple et présentant une bonne durée de vie, toutes ses qualités étant ici nécessaires. Afin de simplifier l'étude, les pertes mécaniques ainsi que les pertes fer de ce moteur synchrone seront négligées. Finalement, le moteur sera assimilé à une machine synchrone diphasée dont les deux enroulements statoriques sont identiques.

III.A. — Essais préliminaires

L'inducteur du moteur synchrone de la foreuse de Philæ est à aimants permanents et possède 8 pôles, soit 4 paires de pôles.

Chaque bobinage du stator possède une résistance de $0,03 \Omega$.

L'intensité nominale du courant dans un enroulement du stator est $I_N = 155 \text{ A}$. Pendant une durée limitée, elle peut atteindre la valeur maximale $I_M = 185 \text{ A}$.

La machine est étudiée en convention récepteur.

Le modèle équivalent à une phase de l'induit est représenté sur la figure 3. Les tensions et courants sont supposés sinusoïdaux de pulsation $\omega = 2\pi f$. Afin de déterminer les paramètres du modèle, divers essais ont été effectués :

- Essai n°1 : sur un banc d'essais, on a entraîné la machine synchrone à vide par l'intermédiaire d'un moteur auxiliaire à la vitesse $n = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$. Aux bornes d'une phase, on a mesuré une tension simple de 57 V.
- Essai n°2 : avec une alimentation électrique appropriée, on a effectué un essai de la machine en moteur à $1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ pour lequel $\psi = 0$, $I = I_M = 185 \text{ A}$, et $V = 72 \text{ V}$.

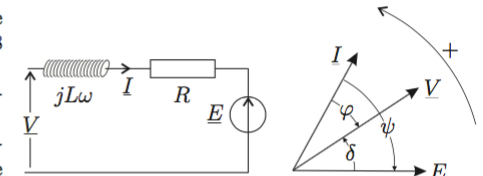


FIG. 3 — Schéma électrique et diagramme vectoriel d'une phase du moteur.

□ 16 — On admet qu'en régime permanent de vitesse, la condition de synchronisme pour un moteur possédant p paires de pôles s'écrit $\omega = p\Omega$, où Ω désigne la vitesse de rotation du rotor en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Déterminer la fréquence des tensions statoriques quand $n = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$.

□ 17 — Représenter le diagramme vectoriel relatif à l'essai n°2. La résistance R n'étant pas négligée, en déduire la valeur de L .

□ 18 — La valeur efficace de la force contre-électromotrice E a pour expression $E = \Phi_0 \omega$. Quelle est l'unité de la constante Φ_0 ? Que représente-t-elle? De quels paramètres de la machine dépend-elle? Montrer que $E = A\Omega$, où A est une constante dont on précisera l'expression et la valeur numérique.

Dans toute la suite on négligera la chute de tension ohmique ainsi que les pertes par effet Joule dans les circuits statoriques.

□ 19 — Tracer un diagramme vectoriel représentatif d'un point de fonctionnement quelconque dans le cas où $0 < \psi < \frac{\pi}{2}$. En déduire une relation entre V , E , φ et ψ .

□ 20 — Déterminer l'expression de la puissance électrique absorbée par le moteur P_a en fonction de V , I et φ puis en fonction de E , I et ψ . Quelle relation existe-t-il entre cette puissance électrique P_a et la puissance mécanique électromagnétique P_m reçue par le rotor?

❑ 21 — Exprimer le couple électromagnétique C développé par le moteur en fonction de A , I et ψ . Pour une intensité efficace I donnée, que doit-on faire pour maximiser le couple développé par la machine ? De quelle unique variable le couple dépend-il alors ? A quel autre moteur ce fonctionnement fait-il penser ?

❑ 22 — On se placera sur un point de fonctionnement à $\psi = 0$, $I = I_N$, et $n = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$. Que vaut le moment du couple C développé par le moteur ? Représenter le diagramme vectoriel représentatif du fonctionnement. Placer les vecteurs représentatifs des complexes \underline{E} , \underline{V} , \underline{I} . En déduire les expressions de V et φ . Calculer leurs valeurs numériques correspondantes. On pourra considérer que $\frac{1}{\sqrt{3}} \simeq \frac{1}{2}$.

III.B. — Etude simplifiée de la logique de commande MLI

Le moteur est alimenté par un onduleur à commande MLI (Modulation de Largeur d'Impulsion). Nous simplifions l'étude de l'onduleur par le schéma monophasé de la partie gauche de la figure 4.

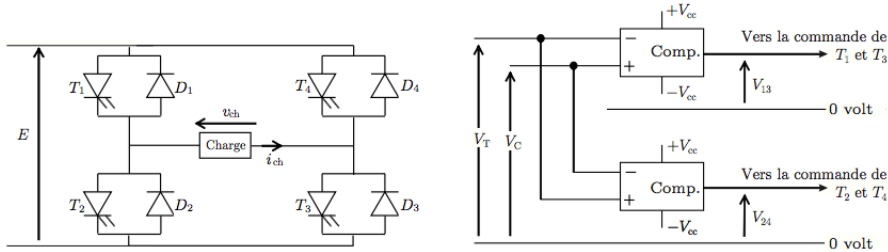


FIG. 4 — Schéma de l'onduleur (à gauche) et de son circuit de commande (à droite)

Les deux comparateurs à base d'ALI supposés idéaux sont alimentés entre $+V_{cc}$ et $-V_{cc}$. La tension de sortie de ces deux comparateurs commute entre $+V_{cc}$ et $-V_{cc}$. Lorsque la tension de sortie d'un comparateur est au niveau $+V_{cc}$, les interrupteurs associés sont commandés à la fermeture ; quand cette tension est au niveau $-V_{cc}$, les interrupteurs associés sont commandés à l'ouverture. Les tensions V_T et V_C sont définies sur la partie droite de la figure 4 représentant le circuit de commande de l'onduleur. Leurs chronogrammes sont représentés sur la figure 5.

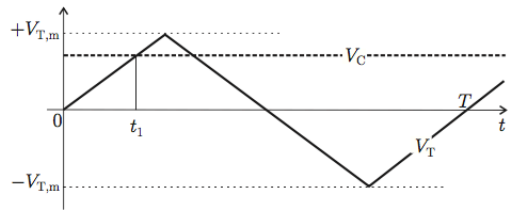


FIG. 5 — Chronogrammes des tensions V_T et V_C .

❑ 23 — Représenter sur la copie en concordance des temps les signaux V_T , V_C ainsi que les chronogrammes de V_{13} et V_{24} . Calculer la date t_1 en fonction de T , V_C et $V_{T,m}$.

❑ 24 — En déduire l'allure de la tension $v_{ch}(t)$. Déterminer l'expression du rapport cyclique α de la tension $v_{ch}(t)$ en fonction de V_C et $V_{T,m}$. Quel inconvénient présente ce type de commande ?

La commande réelle permet d'alimenter le moteur avec une tension dont la forme est représentée sur la figure 6. Les angles $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ compris dans l'intervalle $[0, \frac{\pi}{2}]$ et représentés sur la figure 6 sont fixés, les suivants, situés dans les intervalles $[\frac{\pi}{2}, \pi]$, $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$ et $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$ s'en déduisent par symétrie.

❑ 25 — Exprimer la valeur efficace V_{ch}^{eff} de la tension $v_{ch}(t)$ en fonction des angles $\alpha_{i=1,\dots,6}$ et de la tension E .

Si l'on note f la fréquence du fondamental de $v_{ch}(t)$, la commande MLI permet de faire en sorte que $\frac{V_{ch}^{eff}}{f} = cte$ et d'éliminer les harmoniques de tension les plus gênants.

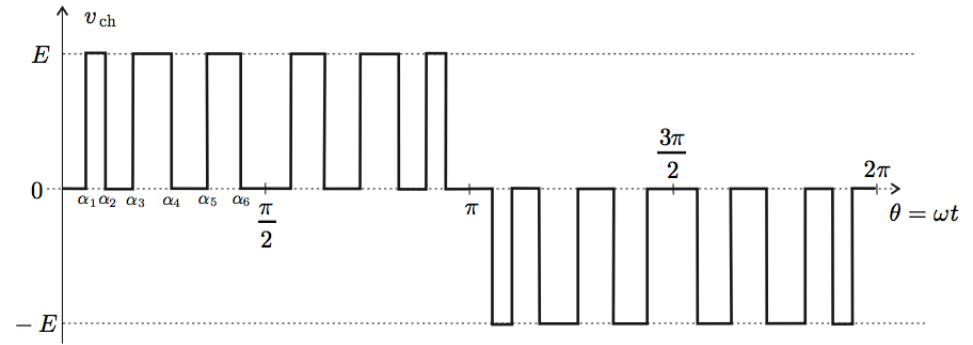


FIG. 6 — Commande réelle d'alimentation

❑ 26 — Les symétries du signal v_{ch} permettent d'établir que seuls les harmoniques de rangs impairs figurent dans son spectre. Donner l'allure de ce spectre en précisant les positions des quatre premiers harmoniques. Montrer qualitativement que les 6 paramètres $\alpha_{i=1,\dots,6}$ de la commande MLI permettent d'ajuster d'une part la valeur efficace de V_{ch}^{eff} et d'autre part de faire en sorte que le premier harmonique d'amplitude non nulle ne soit que d'ordre 13.

III.C. — Etude d'une commande MLI numérique, précalculée

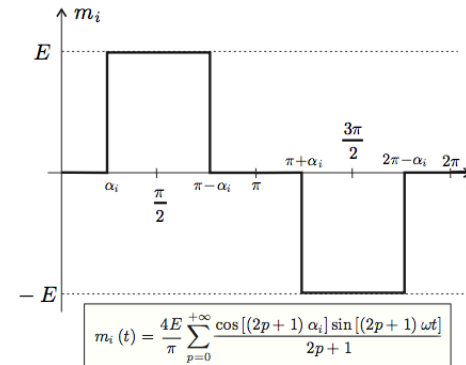


FIG. 7 — Signal de base.

Pour chaque angle $\alpha_{i=1,\dots,6}$ prédéterminé par un calculateur, on fabrique un signal de base noté $m_i(t)$ dont le chronogramme et la décomposition de Fourier sont donnés sur la figure 7. Ces signaux de base permettent de reconstruire la tension d'alimentation du moteur.

$$m_i(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{\cos[(2p+1)\alpha_i] \sin[(2p+1)\omega t]}{2p+1}$$

❑ 27 — Représenter sur un même graphe les signaux m_1 et m_2 en fonction de θ puis en déduire le graphe de $m_1 - m_2$ en fonction de θ . En déduire l'expression de la tension $v_{ch}(t)$ de la figure 6 en fonction des signaux de base $m_{i=1,\dots,6}(t)$.

❑ 28 — Déterminer la relation que doivent vérifier les angles α_i afin que l'on puisse éliminer l'harmonique d'ordre 5 dans le spectre de v_{ch} .

III.D. — Utilisation de la technique de surmodulation

On réalise un découpage de la commande MLI à fréquence élevée f_d devant la fréquence f de cette commande : $f_d \gg f$. Par exemple, pour une fréquence $f = 50 \text{ Hz}$, on prendra $f_d = 1 \text{ kHz}$. On note η le rapport cyclique de la tension de découpage $D(t)$ et l'on donne sa décomposition de Fourier $D(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin[k\omega_d t + \phi_k]$. Les signaux découpé et de découpe sont représentés sur la figure 8.

❑ 29 — Exprimer A_0 en fonction de η .

❑ 30 — Déterminer l'expression de la valeur instantanée $v_{ch,F}^*(t)$ du fondamental de $v_{ch}^*(t) = v_{ch}(t) \times D(t)$. En déduire l'expression de sa valeur efficace $V_{ch,F}^{*,eff}$ en fonction de E , η et des angles $\alpha_{i=1,\dots,6}$.

❑ 31 — Quel est l'intérêt d'utiliser cette technique de surmodulation ?

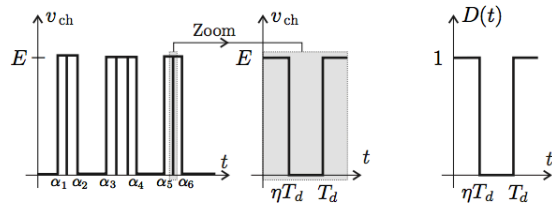


FIG. 8 – Découpage de la commande MLI (à gauche) et signal de découpe (à droite)

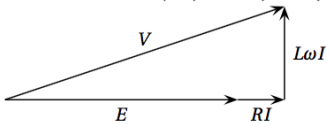
□ 32 — Représenter l'allure du spectre du signal $v_{ch}^*(t)$ correspondant à la tension d'alimentation du moteur de la foreuse. Conclure.

Correction

III.A. — Essais préalables

□ 16 – $f = 4 \times 1500 \div 60 = 100\text{Hz}$

□ 17 – $E + RI = 62,5\text{V}$; $L\omega I = \sqrt{V^2 - (E + RI)^2} = 35\text{V}$, soit $L = 0,3\text{mH}$.

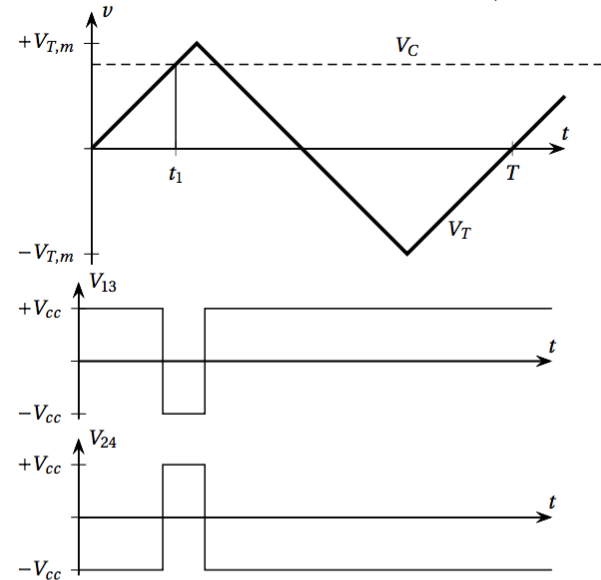


□ 18 – Φ_0 s'exprime en Wb et est la valeur efficace du flux du rotor dans un bobinage du stator. Elle dépend du bobinage du stator (section, nombre de spires), du champ créé par le rotor donc celui de l'aimant permanent. $E = \Phi_0 \omega = \Phi_0 p \Omega$ soit $A = p \Phi_0$.

Dans l'essai 1 à vide, $E = V$, $A = 0,36\text{Wb}$.

III.B. — Étude simplifiée de la commande MLI

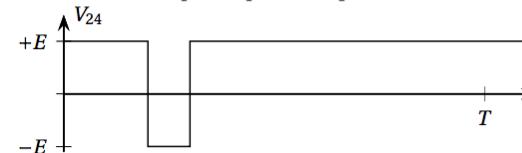
□ 23 – Pente de la droite V_T : $\frac{V_{T,M}}{T/4} = \frac{V_C}{t_1}$. $t_1 = \frac{T}{4} \frac{V_C}{V_{T,M}}$



□ 24 – Quand $V_{13} = +V_{cc}$, le chemin passant est { E, inter 1, charge, inter3, masse }; on a alors $v_{ch} = E$. Quand $V_{13} = -V_{cc}$, le chemin passant est { E, inter 4, charge « à l'envers », inter2, masse }; on a alors $v_{ch} = -E$. La durée de l'état bas, $v_{ch} = -E$, est le double de l'intervalle de temps entre t_1 et $T/4$ soit $\frac{T}{4} - \frac{T}{4} \frac{V_C}{V_{T,M}} = \frac{T}{2} \left(1 - \frac{V_C}{V_{T,M}} \right)$, soit un rapport cyclique de

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{V_C}{V_{T,M}} \right)$$

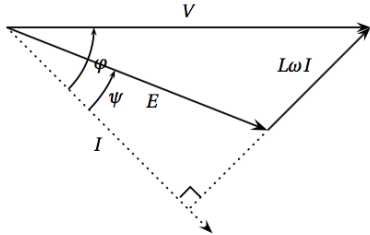
qui varie entre 0 ($V_C = -V_{T,M}$) et 1 ($V_C = +V_{T,M}$). La valeur moyenne de la tension v_{ch} est non nulle, c'est un hacheur quatre quadrants pas un onduleur.



□ 25 – Par définition de la valeur efficace : $V_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt$. Au vu de la forme du signal, on peut se limiter à un quart de période $V_{\text{eff}}^2 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} v^2(t) dt$, soit par lecture de la Fig. 6

$$V_{ch}^{\text{eff}} = E \sqrt{\frac{2((\alpha_2 - \alpha_1) + (\alpha_4 - \alpha_3) + (\alpha_6 - \alpha_5))}{\pi}}$$

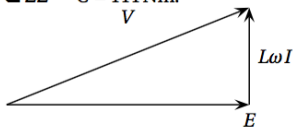
□ 19 – Les projections de V et E sur I sont identiques : $V \cos \varphi = E \cos \psi$.



□ 20 – $P = VI \cos \varphi = EI \cos \psi$. Il y a deux bobinages (introduction partie III, « assimilé à une machine synchrone diphasée ») et donc $P_m = 2P$.

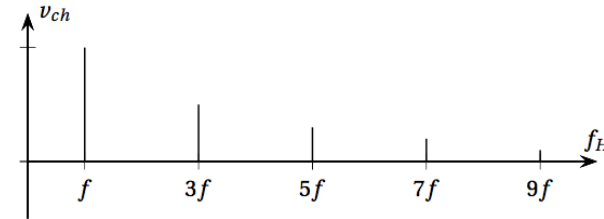
□ 21 – $P_m = C\Omega$ soit $C = 2AI \cos \psi$. Pour maximiser le couple, on peut jouer sur l'angle ψ . Le couple est maxi pour $\psi = 0$ et vaut $C_{\max} = 2AI$. Le couple ne dépend que du courant comme dans le cas du moteur à courant continu.

□ 22 – $C = 111 \text{ Nm}$.



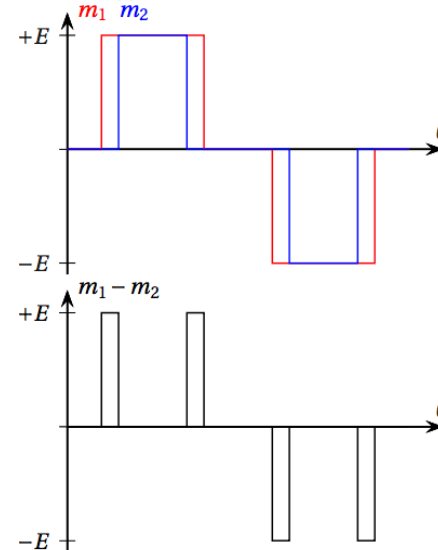
Par lecture du diagramme : $V = \sqrt{E^2 + (L\omega I)^2} = 64 \text{ V}$; $\tan \varphi = \frac{L\omega I}{E}$, soit $\varphi = 27^\circ$.

□ 26 – On a 6 paramètres ce qui permet, a priori, de fixer la valeur de 5 harmoniques et de la valeur efficace. Les cinq harmoniques considérés sont ceux à $3, 5, 7, 9, 11 f$ que l'on fixe à 0.



III.C. — Étude d'une commande MLI numérique précalculée

□ 27 – $v_{ch} = m_1 - m_2 + m_3 - m_4 + m_5 - m_6$



□ 28 – $\cos(5\alpha_1) - \cos(5\alpha_2) + \cos(5\alpha_3) - \cos(5\alpha_4) + \cos(5\alpha_5) - \cos(5\alpha_6) = 0$

III.D. — Utilisation de la technique de surmodulation

□ 29 – $A_0 = \eta$

□ 30 – $v_{ch}^* = v_{ch}$ si t est dans l'intervalle $[nT_D, (n+\eta)T_D]$ avec n entier. $v_{ch}^* = 0$ sinon. La fréquence de découpage étant très élevée, v_{ch} est quasi constant sur T_D , on a donc

$$V_{ch,F}^{*,\text{eff}} = \eta V_{ch}^{\text{eff}}$$

□ 31 – La surmodulation permet de régler la valeur efficace du signal.

□ 32 – Rapidement, une multiplication dans l'espace temporel conduit à une convolution dans l'espace fréquentiel. Sinon on développe chacun des termes et on voit apparaître des produits de sinus, qui d'après la trigonométrie ou le cours sur la modulation d'amplitude conduit à des fréquences $pf_D \pm nf_{ch}$.

Centrale PSI 2025

Commande d'un moteur synchrone à aimants permanents - la suite

III.2 – L'onduleur MLI

Le moteur est alimenté par un onduleur à commande MLI (Modulation de Largeur d'Impulsion). Nous simplifierons l'étude de l'onduleur par le schéma monophasé de la figure 16. La charge est constituée d'une des phases du stator.

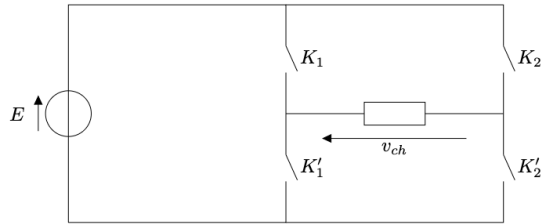


Figure 16 – Onduleur MLI.

Le fonctionnement des interrupteurs permet d'obtenir, aux bornes de la charge, la tension $v_{ch}(t) = v_{ch,\gamma_0}(t)$ en forme de créneaux à paliers nuls, représentée sur la figure 17. Ici, le but est que le signal $v_{ch}(t)$ s'approche au mieux d'un signal sinusoïdal.

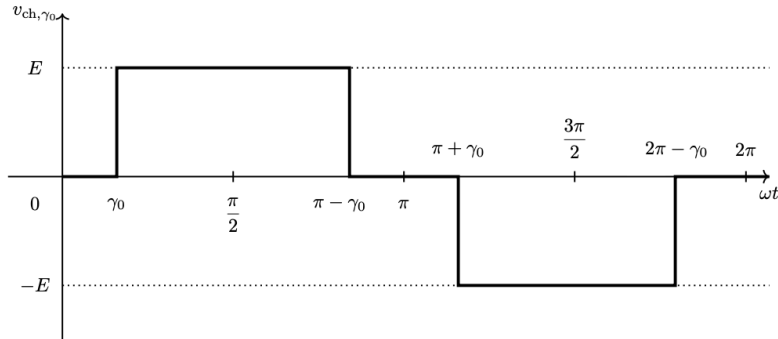


Figure 17 – Signal de base.

Le développement en série de Fourier du signal $v_{ch,\gamma_0}(t)$, de période $T = \frac{2\pi}{\omega}$, est donné par

$$v_{ch,\gamma_0}(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{p=0}^{+\infty} b_{2p+1} \sin[(2p+1)\omega t] \quad \text{avec} \quad b_{2p+1} = \frac{1}{2p+1} \cos[(2p+1)\gamma_0] \quad \text{et} \quad \gamma_0 = 2\pi \frac{t_0}{T}.$$

Q36. Présenter sous la forme d'un tableau, les séquences possibles des états des interrupteurs K_1 , K_2 , K_1' et K_2' dans cet ordre, permettant d'obtenir $v_{ch}(t)$. Les états ouverts ou fermés seront systématiquement notés 0 ou 1. Sur une période T , la durée totale de fermeture, ou d'ouverture, de chacun des interrupteurs est $\frac{T}{2}$.

On définit le taux global de distorsion harmonique par

$$\tau_H = \frac{\sqrt{V^2 - V_f^2}}{V_f}$$

où V est la valeur efficace du signal $v_{ch}(t)$ et V_f celle du fondamental.

Q37. Quelle valeur de t_0 permet d'éliminer l'harmonique de rang 3 ($p = 1$). Exprimer alors V et V_f en fonction de E et γ_0 puis calculer numériquement le taux de distorsion.

Ce taux de distorsion est trop important pour éliminer les à-coups dans le pédalier du vélo. Il est nécessaire d'éliminer davantage d'harmoniques du signal $v_{ch}(t)$. On adopte la commande représentée sur la figure 18.

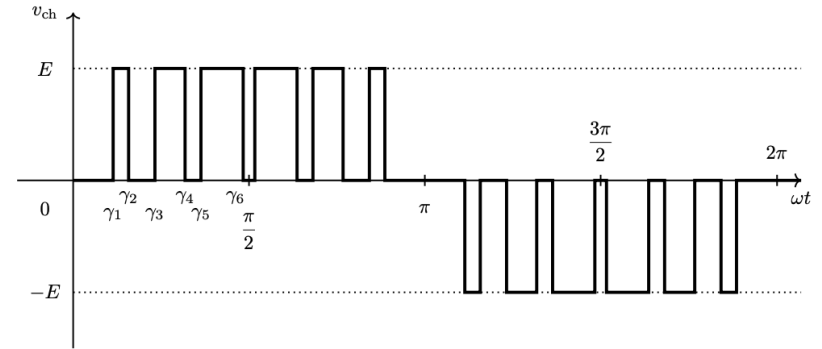


Figure 18 – Commande optimisée d'alimentation.

On souhaite fixer la valeur efficace de $v_{ch}(t)$ à $V = \frac{E}{\sqrt{2}}$ et faire en sorte que le premier harmonique non nul après le fondamental ($p = 0$) soit celui de rang 13 ($p = 6$).

Q38. Exprimer $v_{ch}(t)$ comme une combinaison linéaire des $v_{ch,\gamma_i}(t)$, i allant de 1 à 6.

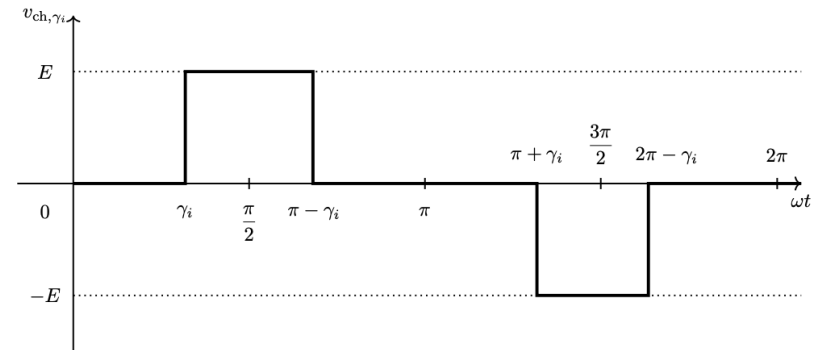


Figure 19 – Signal $v_{ch,\gamma_i}(t)$.

Q39. Montrer qualitativement que l'on peut choisir les 6 paramètres $\gamma_{i=1,\dots,6}$ pour que l'harmonique de rang 13 soit le premier non nul et que $V = \frac{E}{\sqrt{2}}$. Écrire explicitement le système vérifié par les γ_i sans chercher à le résoudre.

III.2 - L'onduleur MLI

Q36) La position permettant d'obtenir $v_{ch} = E$ est K_1 et K'_2 fermés, K'_1 et K_2 ouverts. Les positions complémentaires permettent d'obtenir $v_{ch} = -E$.

Les phases de tension nulle sont obtenues en mettant la charge en court-circuit, sans court-circuiter la source, ce qui correspond à l'une des configurations K_1 et K_2 fermés, K'_1 et K'_2 ouverts, et la configuration complémentaire.

Si on souhaite des durées d'ouverture et de fermeture de $T/2$ pour chacun des interrupteurs, on peut choisir l'une des deux séquences suivantes (qui ne se distinguent que par l'interversion des phases de roue libre)

intervalles de ωt	séquence 1				séquence 2				v_{ch}
	K_1	K_2	K'_1	K'_2	K_1	K_2	K'_1	K'_2	
$]0, \gamma_0[\cup]2\pi - \gamma_0, 2\pi[$	0	0	1	1	1	1	0	0	0
$] \gamma_0, \pi - \gamma_0[$	1	0	0	1	1	0	0	1	E
$] \pi - \gamma_0, \pi + \gamma_0[$	1	1	0	0	0	0	1	1	0
$] \pi + \gamma_0, 2\pi - \gamma_0[$	0	1	1	0	0	1	1	0	$-E$

Q37) L'harmonique de rang 3 est éliminé si $b_3 = \frac{1}{3} \cos(3\gamma_0) = 0$, ce qui impose, puisque $0 \leq \gamma_0 \leq \pi/2$, $3\gamma_0 = \pi/2$

$$\gamma_0 = \frac{\pi}{6}; t_0 = \frac{T}{12}$$

Le fondamental est un signal harmonique d'amplitude

$$\frac{4E}{\pi} b_1 = \frac{4E}{\pi} \cos \gamma_0$$

donc de valeur efficace

$$V_f = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{4E}{\pi} \cos \gamma_0 = \frac{2\sqrt{2} \cos \gamma_0}{\pi} E$$

La valeur efficace du signal vaut $V = \sqrt{\langle v_{ch}^2 \rangle}$.

$$V^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v_{ch}^2 dt = \frac{1}{T} \left(\int_{t_0}^{T/2-t_0} E^2 dt + \int_{T/2+t_0}^{T-t_0} (-E^2) dt \right) = \left(1 - \frac{4t_0}{T} \right) E^2 = \left(1 - \frac{2\gamma_0}{\pi} \right) E^2$$

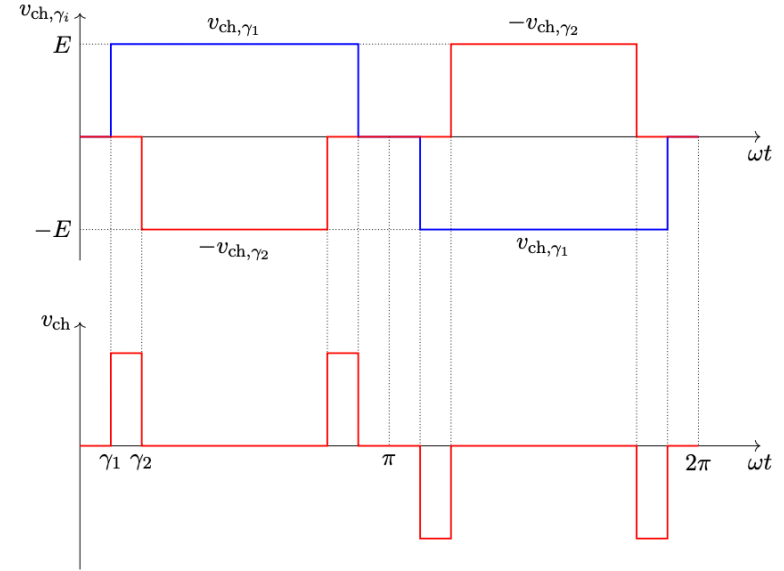
$$V = \sqrt{1 - \frac{2\gamma_0}{\pi}} E$$

Pour $\gamma_0 = \pi/6$

$$V_f = \frac{2\sqrt{2}E}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{6}E}{\pi}; V = \sqrt{\frac{2}{3}} E$$

$$\tau_H = \sqrt{\frac{2E^2/3 - 6E^2/\pi^2}{6E^2/\pi^2}} = \sqrt{\frac{\pi^2}{9} - 1} = 0,31$$

Q38) Comme représenté ci-dessous, la combinaison $v_{ch,\gamma_1}(t) - v_{ch,\gamma_2}(t)$ permet d'obtenir les quatre impulsions correspondant aux intervalles $\gamma_1 < \omega t < \gamma_2$, $\pi - \gamma_2 < \omega t < \pi - \gamma_1$, $\pi + \gamma_1 < \omega t < \pi + \gamma_2$ et $2\pi - \gamma_2 < \omega t < 2\pi - \gamma_1$



En répétant cette démarche pour les autres impulsions, on exprime v_{ch} comme la superposition

$$v_{ch}(t) = v_{ch,\gamma_1}(t) - v_{ch,\gamma_2}(t) + v_{ch,\gamma_3}(t) - v_{ch,\gamma_4}(t) + v_{ch,\gamma_5}(t) - v_{ch,\gamma_6}(t)$$

Q39) On souhaite annuler les harmoniques de rang supérieur à 1 et inférieur à 13, soit $b_{2p+1} = 0$ pour $1 \leq p \leq 6$, ce qui impose 5 contraintes sur les valeurs des γ_i . La condition $V = E/\sqrt{2}$ impose une sixième contrainte, donc le choix des 6 valeurs $\gamma_{i=1,\dots,6}$ est soumis à 6 contraintes. Si ces contraintes sont indépendantes, il est possible de choisir les valeurs des γ_i de manière à respecter ces contraintes.

Comme les $v_{\text{ch},\gamma}$ ont la même période T le développement en série de Fourier de $v_{\text{ch}}(t)$ a pour expression

$$v_{\text{ch}}(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{p=0}^{\infty} b_{2p+1} \sin[(2p+1)\omega t]$$

où, en notant $2p+1 = q$:

$$b_q = \frac{\cos(q\gamma_1) - \cos(q\gamma_2) + \cos(q\gamma_3) - \cos(q\gamma_4) + \cos(q\gamma_5) - \cos(q\gamma_6)}{q}$$

L'annulation des harmoniques de rangs 3 à 11 impose les 5 équations

$$\cos(q\gamma_1) - \cos(q\gamma_2) + \cos(q\gamma_3) - \cos(q\gamma_4) + \cos(q\gamma_5) - \cos(q\gamma_6) = 0 ; q = 3, 5, 7, 9, 11$$

La valeur efficace V vérifie

$$V^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v_{\text{ch}}^2 dt$$

Chaque couple $(\gamma_{2p-1}, \gamma_{2p})$ où $p = 1, 2, 3$ donne 4 impulsions de hauteur $\pm E$ de durée $t_{2p} - t_{2p-1} = (\gamma_{2p} - \gamma_{2p-1})/\omega$ sur une période, v_{ch} étant nul sinon. Par conséquent

$$V^2 = \frac{4E^2}{\omega T} [(\gamma_2 - \gamma_1) + (\gamma_4 - \gamma_3) + (\gamma_6 - \gamma_5)] = \frac{2E^2}{\pi} [(\gamma_2 - \gamma_1) + (\gamma_4 - \gamma_3) + (\gamma_6 - \gamma_5)]$$

La condition $V = E/\sqrt{2}$ impose

$$(\gamma_2 - \gamma_1) + (\gamma_4 - \gamma_3) + (\gamma_6 - \gamma_5) = \frac{\pi}{4}$$

Le système d'équation vérifié par $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6)$ s'écrit finalement

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_1 - \gamma_2 + \gamma_3 - \gamma_4 + \gamma_5 - \gamma_6 = -\frac{\pi}{4} \\ \cos(3\gamma_1) - \cos(3\gamma_2) + \cos(3\gamma_3) - \cos(3\gamma_4) + \cos(3\gamma_5) - \cos(3\gamma_6) = 0 \\ \cos(5\gamma_1) - \cos(5\gamma_2) + \cos(5\gamma_3) - \cos(5\gamma_4) + \cos(5\gamma_5) - \cos(5\gamma_6) = 0 \\ \cos(7\gamma_1) - \cos(7\gamma_2) + \cos(7\gamma_3) - \cos(7\gamma_4) + \cos(7\gamma_5) - \cos(7\gamma_6) = 0 \\ \cos(9\gamma_1) - \cos(9\gamma_2) + \cos(9\gamma_3) - \cos(9\gamma_4) + \cos(9\gamma_5) - \cos(9\gamma_6) = 0 \\ \cos(11\gamma_1) - \cos(11\gamma_2) + \cos(11\gamma_3) - \cos(11\gamma_4) + \cos(11\gamma_5) - \cos(11\gamma_6) = 0 \end{array} \right.$$