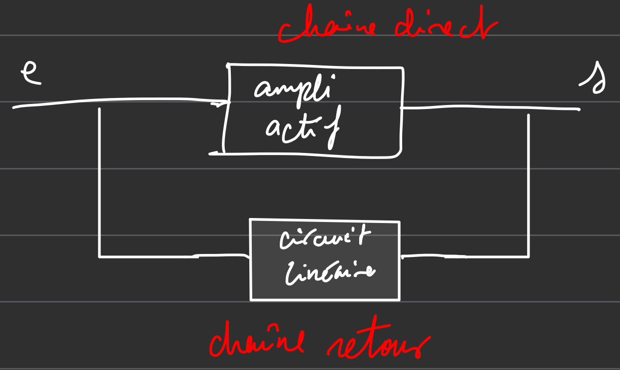
I / Oscillateurs quasi-⊙ = syst. bouclé auto-oscillant

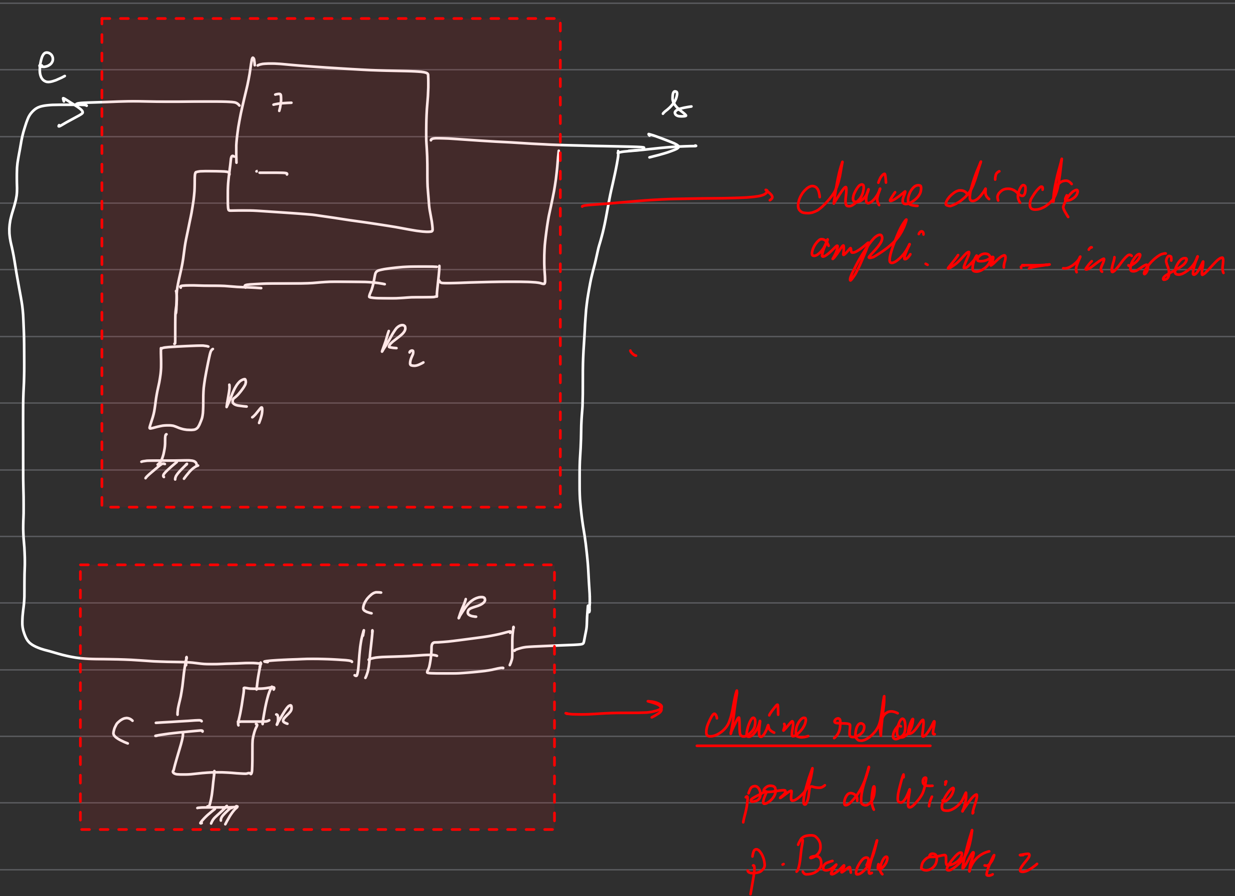
Structure général :



1) Principe de l'oscillateur à boucle de rétroaction = ici oscillateur à Pont de Wien :

Les oscillat° naissent sur du bruit ⇒ $e \approx 0$ à $t = 0$

→ **Oscillateur à Pont de Wien :**



→ Démarrage des oscilla° par instabilité du syst. bouclé

syst. instable → croissance exponentielle de l'ampli des oscilla°.

Amplitude faible en sortie de l'ALI et le comportement de la chaîne directe (ampli avec ALI) restent linéaire.

Le filtre P. Bande sélectionne la fréq. amplifiée dans sa bande passante avec f_0 sa fréquence naturelle.

→ Régime établi = fctnmt stable :

apparit° de non-linéarité → ici s'atteint à $\pm V_{sat}$ et satura° de l'ALI (comportement non-linéaire de la chaîne directe).

Les non-linéarités stabilise le syst, le signal devient périodique mais quasi-∿.

Il s'agit d'un oscillateur quasi-∿ (en présence de non-linéarités ⊕ ou ⊖ importantes)

Rq) On peut utiliser des composants non-linéaires pour limiter la croissance des oscillations sans atteindre la satura° de la sortie de l'ALI.

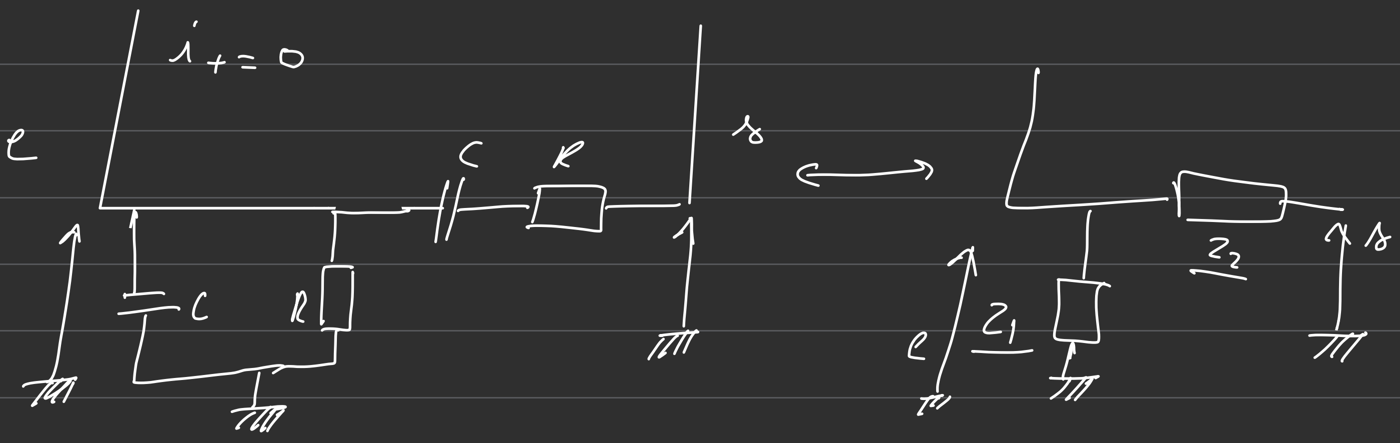
2) Mise en équation = démarrage des oscilla° sur instabilité :

→ Chaîne directe :

$$\boxed{s = Ae = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)e}$$

ampli non-inverseur

→ Chaîne retour :



Div de tension : (car $i_+ = 0$)

$$\underline{e} = \frac{\underline{Z_1}}{\underline{Z_2} + \underline{Z_1}}\,\underline{s}$$

$$\frac{1}{\underline{Z_1}} = \frac{1}{\underline{Z_C}} + \frac{1}{\underline{Z_R}} \quad , \quad \underline{Z_1} = \frac{R}{1 + jRC\omega}$$

$$\underline{Z_2} = \underline{Z_C} + \underline{Z_R} = \frac{1 + jRC\omega}{jC\omega}$$

$$\underline{e} = \frac{R/_{1+jRC\omega}}{\frac{R}{1+jRC\omega} + \frac{1+jRC\omega}{jC\omega}}\,\underline{s} = \frac{R}{R + \frac{(1+jRC\omega)^2}{jC\omega}}\,\underline{s} = \frac{R}{R + 2R - j/_{C\omega} + jR^2C\omega}\,\underline{s}$$

$$= \frac{1}{3 + j\left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)}\,\underline{s}$$

$$\underline{e} = \frac{1}{3 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}\,\underline{s}$$

$$\frac{e}{s} = \frac{1/3}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)} \qquad \frac{e}{s} = \underbrace{\frac{H_0}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}}_{\text{P. Bande d'ordre 2}}$$

avec $Q = 1/3$, $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

→ Stabilité :

Pour obtenir une forme canonique polynôme en ω au dénominateur et numérateur.

↳ on $\times$ par $j\omega/\omega_0$

$$\frac{e}{s} = \frac{j\omega/\omega_0 \times H_0}{1 + j\omega/\omega_0 - Q(\omega/\omega_0)^2}$$

↳ On divise par Q aussi

$$\frac{d^2e}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{de}{dt} + \omega_0^2 e = \frac{H_0\omega_0}{Q}\frac{ds}{dt}$$

$$\boxed{\frac{d^2e}{dt^2} + 3\omega_0\frac{de}{dt} + \omega_0^2 e = \omega_0\frac{ds}{dt}}$$

Pour le syst. bouclé :

$s = Ae$ → chaîne directe

Éq. de celle qui pilote $e(t)$;

$$\frac{d^2e}{dt^2} + 3\omega_0\frac{de}{dt} + \omega_0^2 e = \omega_0 A\frac{de}{dt}$$

$$\boxed{\frac{d^2e}{dt^2} + \omega_0(3-A)\frac{de}{dt} + \omega_0^2 e = 0}$$

Rq) en réel $\Rightarrow s = Ri + \frac{1}{C}\int i \, dt + e$

et $i = \frac{e}{R} + C\frac{de}{dt} \longrightarrow$ m̂ éq ≠ lle

Instabilité :

Le syst est instable ssi :

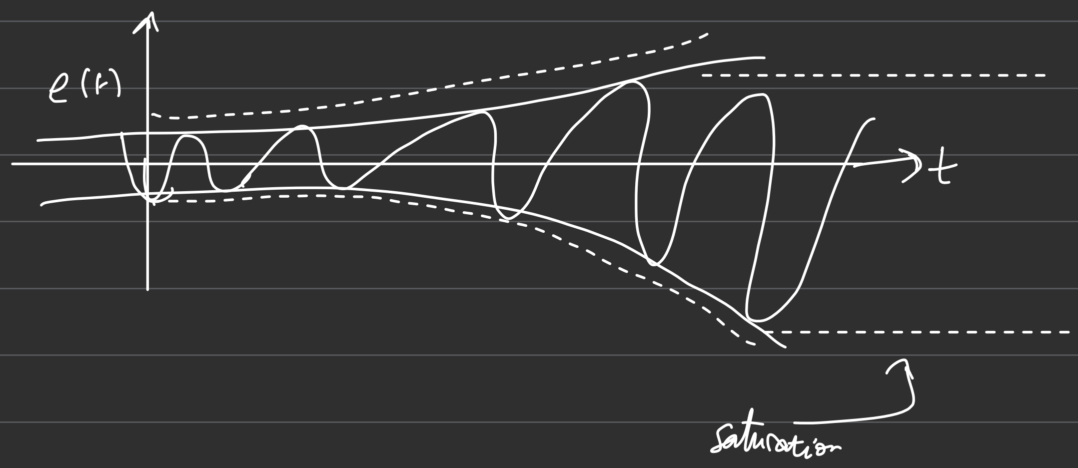
$$3 - A < 0 \Rightarrow A > 3$$

$$\boxed{3 - \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) < 0 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} > 2}$$

Type de solu° si $\sigma < 0$:

$$\frac{d^2e}{dt^2} + \sigma\frac{de}{dt} + \omega_0^2 e = 0$$

$$e(t) = Ae^{-\frac{\sigma t}{2}} \cos(\Omega t + \beta)$$



* si σ proche de 0 $\longrightarrow$ oscilla° quasi-sinusoïdale, tps long pour atteindre l'établi.
* sinon σ s'éloigne de 0 appari° de fortes non-linéarités $e(t)$ bcp ⊖ sinusoïdal.

Il y a saturation : qd $s(t)$ atteint $\pm V_{sat}$

soit $e_{max} = \frac{+V_{sat}}{A}$

Rq e) dans la zone de satura° :

$$\frac{ds}{dt} = 0 \quad \left(s = \pm V_{sat} \right)$$

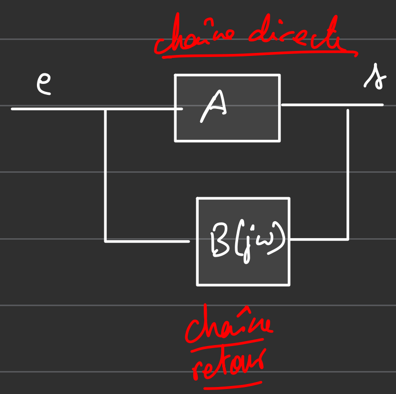
et éq≠lle de e(t) :

$$\frac{d^2e}{dt^2} + 3\omega_0 \frac{de}{dt} + \omega_0^2 e = 0$$

↳ régime apériodique ($Q = 1/3 < 1/2$)
donc évol° amortie.

3) Condit° pour l'entretien des oscillat° en régime établi : interprétat° en terme de rétroac° :

Cherchons une condi° pour avoir oscillation dans syst. bouclé



$$\begin{cases} \underline{s} = A\underline{e} \\ \underline{e} = \underline{B}\,\underline{s} \end{cases} \Longrightarrow \underline{e} = \underline{B}\,\underline{A}\,\underline{e}$$

$\underline{e}\left(1 - A\underline{B}(j\omega)\right) = 0$ ⟶ pour avoir oscilla° i.e $\underline{e} \neq 0$

donc $\boxed{A\underline{B}(j\omega) = 1}$

$|A\underline{B}| = 1$ et $\arg\left(A\underline{B}(j\omega)\right) = 0$

2 condi° :

- condi° sur la phase = accord de phase

↳ $\arg \underline{B}(j\omega) = 0$

↳ $\boxed{\omega = \omega_0}$ car $\varphi = 0$ pour le passe-bande à $\omega = \omega_0$

$\boxed{\text{Il n'existe d'oscilla° que pour } \omega = \omega_0\text{, par accord de phase}}$

- condi° sur le module ⟹ l'amplitude = accord de gain :

$$\underline{B}(j\omega_0) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} = H_0$$

$$|\underline{B}(j\omega_0)| = \frac{1}{3}$$

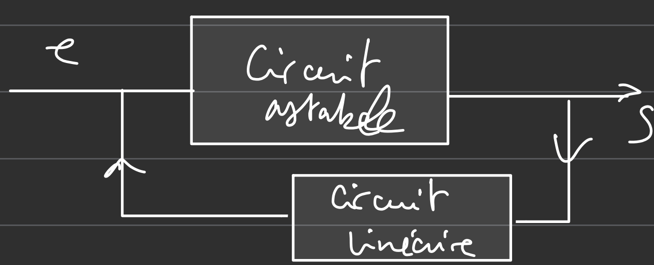
$$A \times \frac{1}{3} = 1 \implies \boxed{A = 3}$$

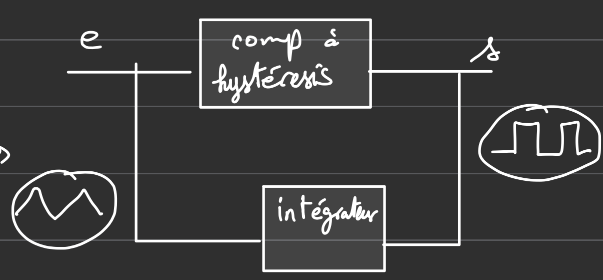
m̂ resultat

Rq) nécessité syst. du 2e ordre au moins pour avoir oscillations

II / Oscillateur de relaxation : avec utilisa° d'un syst. non-linéaire (astable)

1) Structure et principe de l'oscillateur.





a) Principe :

- chaîne directe → en f° non-linéaire avec satura° de l'ALI en permanence.

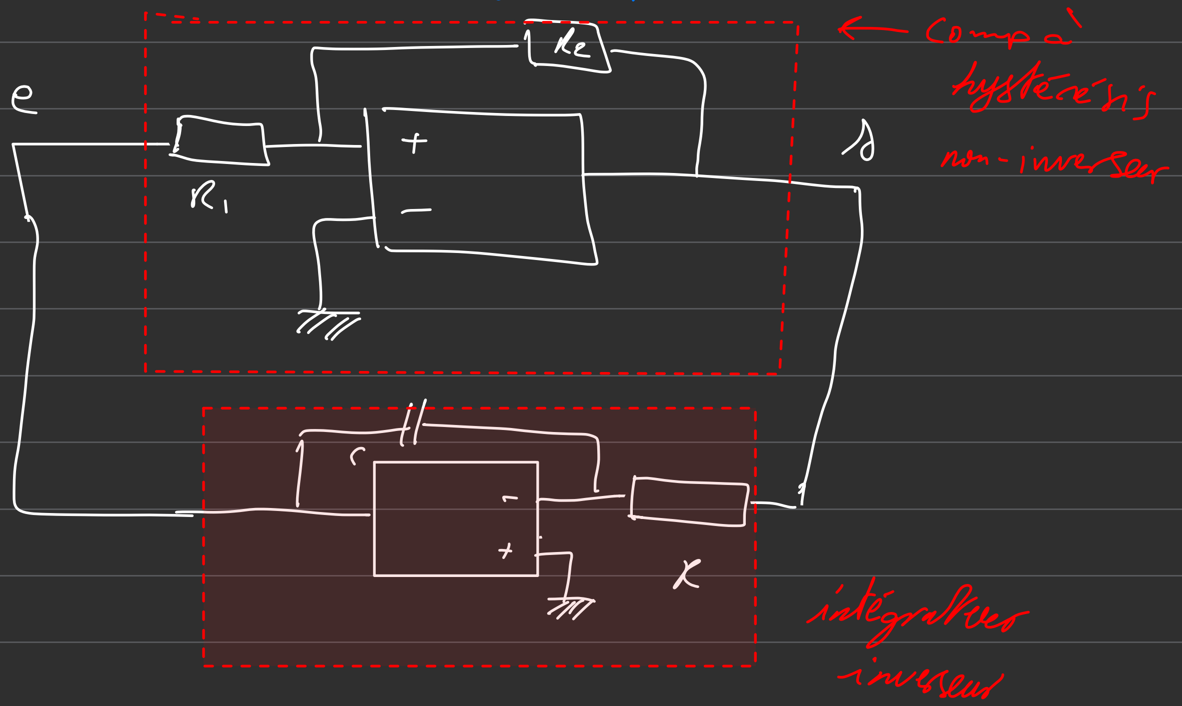
Dans la pratique $s = \pm V_{sat}$ et oscilla° entre 2 états instable
→ un oscillateur astable (pas de régime @ !)

Il existe des oscillations si :

- qd $s = +V_{sat}$, $e(t)$ doit évoluer pour provoquer le basculm^t $+V_{sat} \to -V_{sat}$

- qd $s = -V_{sat}$, évolu° de $e(t)$ pour basculm^t de $-V_{sat} \to +V_{sat}$

b) Ex de généra° de signaux ⊓⊔ et ⋀⋀ symétriques :



- Intégrateur pur inverseur
  ↳ régime linéaire car rétroaction V_-

$V_+ = V_- = 0$

et $i = i \implies \frac{s}{R} = -C\frac{de}{dt}$

$\frac{de}{dt} = -\frac{s}{RC} = \frac{-s}{\tau}$ $\quad (\tau = RC)$

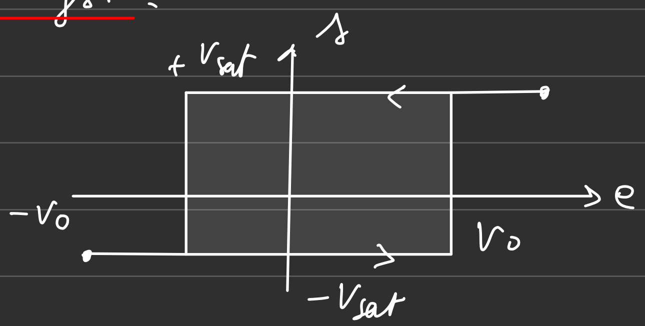
$$\boxed{de = -\frac{1}{\tau} s\, dt}$$

int par inverseur

$$\Updownarrow$$

$$\boxed{e(t) - e(t=0) = -\frac{1}{\tau}\int_{t=0}^{t} s(t)dt}$$

* Comp à hyst :



non inverseur
(sens trigo)

avec $V_0 = k V_{sat} = \boxed{\frac{R_1}{R_2} V_{sat}}$

- CI : Supposons qu'en $t=0$, la sortie de l'ALI bascule de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$

D'après la caractéristique à $t = 0^+ \implies e(t) = +V_0$

Rq) démo :

e est la tension aux bornes de C donc elle est continue :

$e(0^-) = e(0^+)$

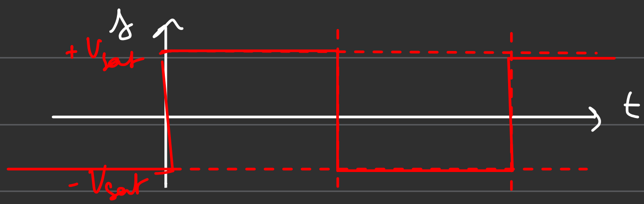
On sait que $s(0^-) = -V_{sat}$

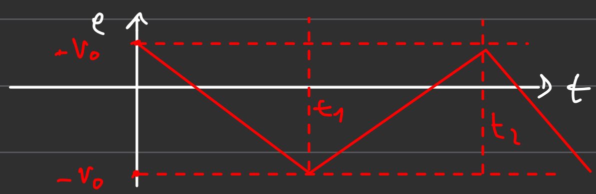
(pour qu'il y ait basculem^t : $\varepsilon(0^-) = 0$)

$i'=i' \iff \dfrac{e(0^-)}{R_1} = \dfrac{-s(0^-)}{R_2} = \dfrac{+V_{sat}}{R_2}$

$$e(0^-) = \frac{R_1}{R_2} V_{sat}$$

et $e(0^+) = e(0^-) = \dfrac{R_1}{R_2} V_{sat} = k\,V_{sat} = +V_0$





• Pour $t > 0 \Rightarrow$ saturaᵒ hte avec $s = +V_{sat}$ et $e(t=0) = +V_0$

on a $\varepsilon > 0$ et $\varepsilon = V^+ - V_- = V^+$

$$= \frac{e}{R_1} + \frac{V_{sat}}{R_2}$$

donc $\varepsilon > 0$ car $e = +V_0$

Ensuite $\varepsilon(t) = \dfrac{e(t)}{R_1} + \dfrac{V_{sat}}{R_2}$ et $e(t) \searrow$ linéairemᵗ au cours du tps.

Qd $e(t)$ atteint $-V_0$, $\varepsilon > 0$ n'est plus vérifié $\longrightarrow$ basculemᵗ en $t = t_1$

• Pour $t > t_1$:

saturaᵒ basse $\varepsilon < 0$: $\varepsilon = \dfrac{e(t)}{R_1} - \dfrac{V_{sat}}{R_2}$

$e(t) \nearrow$ linéairement donc $\varepsilon(t) \nearrow$ aussi jusqu'au basculemᵗ en t_2.

Pour les périodes de croissance et décroissance de $e(t)$, m̂ pente $\frac{1}{\tau}$ $\Longrightarrow$ évolu° symétrique, ensuite évolu° périodique

c) Déterminaᵒ de la période d'oscillaᵒ :

- pour $t > 0$: $s = +V_{sat}$

$$e(t) - e(t=0) = -\frac{1}{\tau}\int_{t=0}^{t} V_{sat}\, dt$$

$$e(t) = V_0 - \frac{V_{sat}}{\tau} t$$

- basculemᵗ à $t = t_1$: alors $e(t_1) = -V_0$

$$-V_0 = V_0 - \frac{V_{sat}}{\tau} t_1 \iff t_1 = \frac{2 V_0 \tau}{V_{sat}} = \frac{2k \cancel{V_{sat}} \tau}{\cancel{V_{sat}}}$$

$$\iff t_1 = \frac{2R_1}{R_2} RC$$

- pour $t > t_1$: $s = -V_{sat}$

$$e(t) - e(t_1) = -\frac{1}{\tau}\int_{t_1}^{t} -V_{sat}\, dt$$

$$e(t) = -V_0 + \frac{V_{sat}}{\tau}(t - t_1)$$

Il y a basculemᵗ en t_2

$$e(t_2) = +V_0 = -V_0 + \frac{V_{sat}}{\tau}(t_2 - t_1)$$

$$t_2 - t_1 = \frac{2 V_0 \tau}{V_{sat}}$$

Évolution bien symétrique, Donc on a bien :

$$\boxed{T = 2t_1 = 4\frac{R_1}{R_2}RC}$$