A Ondes sismiques — Structure interne de la Terre

Les ondes sismiques peuvent être induites de façon naturelle suite à un tremblement de terre ou de façon artificielle à l'aide de charges explosives disposées sous terre. Leurs domaines d'investigations sont nombreux : localisation d'un épicentre de tremblement de terre, prospection pétrolière, mesure d'épaisseur de croûte terrestre (continentale, océanique) voire même sonder la Terre encore plus en profondeur et ce jusqu'au noyau… sorte d'échographie de l'intérieur de la planète !

Dans ce qui suit, on étudie exclusivement les ondes sismiques de type P présentées dans le document 1.

I. Equation d'onde satisfaite par les ondes sismiques P

L'étude sera réalisée à une dimension, sur une poutre solide, homogène, d'axe Ox, de section S constante et de masse volumique μ constante dont la déformation est expliquée dans le document 2.

1) En termes de dimension, à quelle grandeur peut-on assimiler le module d'Young E ?

Bilan des forces agissant sur une tranche de poutre et équation d'onde

Considérons au repos le système constitué d'une tranche de poutre comprise entre les abscisses x_1 et x_2. En présence de l'onde P, la section en x_1 se déplace de la quantité $\vec{\Psi}_{x_1} = \Psi(x_1,t)\,\vec{u}_x$ et celle en x_2 de la quantité $\vec{\Psi}_{x_2} = \Psi(x_2,t)\,\vec{u}_x$.

2) On souhaite exprimer la force $\vec{F}_d(x_2,t)$ que la poutre à droite de la tranche $\{x_1,x_2\}$ exerce sur la section S située en x_2.

Pour ce faire, on évalue l'allongement relatif d'une tranche infinitésimale de sections initialement comprises entre $x_2 - \mathrm{d}x$ et x_2. En effet, à la lecture de la figure illustrant l'onde P (voir document 1), les zones contenues dans la tranche comprise entre x_1 et x_2 peuvent ne pas subir la même déformation puisque certaines peuvent y être comprimées quand d'autres y sont dilatées. En raisonnant sur une tranche infinitésimale, on aura soit une compression, soit un étirement.

On peut observer ci-dessous l'effet de l'onde sur la poutre. Avant son passage, la tranche considérée est située entre les pointillés et après son passage entre les traits pleins. La section initialement située en $x_2 - \mathrm{d}x$ s'est déplacée de la quantité $\vec{\Psi}_{x_2-\mathrm{d}x} = \Psi(x_2 - \mathrm{d}x,t)\,\vec{u}_x$ et celle en x_2 de la quantité $\vec{\Psi}_{x_2} = \Psi(x_2,t)\,\vec{u}_x$.

2.a) Déterminer la longueur au repos (traits pointillés) de la tranche infinitésimale puis sa longueur due au passage de l'onde P (traits pleins). En déduire son allongement relatif, défini dans le document 2.

2.b) Montrer, en utilisant la relation (R) du document 2, que $\vec{F}_d(x_2,t) = ES\left(\dfrac{\partial \Psi}{\partial x}\right)_{x_2}\vec{u}_x$ où la dérivée partielle de Ψ par rapport à x est évaluée en x_2.

3) Justifier simplement que la force exercée sur la partie gauche de la poutre, située à l'abscisse x_1, s'écrit : $\vec{F}_g(x_1,t) = -ES\left(\dfrac{\partial \Psi}{\partial x}\right)_{x_1}\vec{u}_x$, où la dérivée partielle de Ψ selon x est évaluée en x_1.

4) On suppose que les seules forces agissant sur la tranche initialement comprise entre les abscisses x_1 et x_2 sont celles définies précédemment.

Montrer, à la limite où x_1 et x_2 sont proches et ce au point que $x_2 = x_1 + \mathrm{d}x$, que le mouvement de la tranche satisfait à :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \qquad \text{(Eq)}$$

où l'on déterminera la grandeur c en fonction de E et μ.

Remarque : on pourra préalablement poser $\left(\dfrac{\partial \Psi}{\partial x}\right) = f(x,t)$.

5) 5.a) Comment nomme-t-on l'équation (Eq) ?

5.b) Justifier, à partir de la seule lecture de l'équation (Eq), la dimension de c.

5.c) Interpréter simplement le comportement de c selon que μ augmente à E constant ou bien que E augmente à μ constant.

5.d) Pour une poutre en granite, principal constituant de la croûte terrestre, on a mesuré une densité moyenne $d = 2{,}4$ et un module d'Young de l'ordre de 60×10^9 SI. En déduire une valeur approximative de c (en km/s) qui est ici définie dans le cas unidimensionnel pour les ondes P.

II. Fréquences propres de vibration d'une poutre — Cas de la Terre

On considère une poutre de longueur L dont les extrémités, situées en $x = 0$ et $x = L$, sont libres et on néglige l'influence de la pression atmosphérique.

6) Compte tenu des conditions aux limites, que peut-on dire des forces $\vec{F}_g(0,t)$ et $\vec{F}_d(L,t)$?

En déduire $\left(\dfrac{\partial \Psi}{\partial x}\right)_L$ ainsi que $\left(\dfrac{\partial \Psi}{\partial x}\right)_0$.

7) Dans le cas d'une poutre homogène, on propose pour solution de l'équation (Eq) :

$$\underline{\Psi}(x,t) = \underline{\Psi}_1(x,t) + \underline{\Psi}_2(x,t) \text{ avec } \underline{\Psi}_1(x,t) = A\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kx)} \text{ où } A \text{ est réelle}$$
$$\text{et } \underline{\Psi}_2(x,t) = B\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t + kx)} \text{ où } B \text{ est réelle.}$$

7.a) Montrer que $\underline{\Psi}_1(x,t) = A\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kx)}$ et $\underline{\Psi}_2(x,t) = B\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t + kx)}$ sont solutions de l'équation (Eq). En déduire que k est une grandeur réelle, qui sera déterminée et choisie positive par la suite.

7.b) Déterminer, en le justifiant, le sens de propagation de l'onde caractérisée par $\underline{\Psi}_1(x,t)$.

7.c) Qu'appelle-t-on vitesse de phase v_φ ? Donner son expression générale et montrer qu'elle ne dépend pas de la pulsation dans le cas des ondes P.

7.d) A-t-on le droit de sommer les solutions de l'équation (Eq) ? Justifier.

7.e) Justifier simplement l'utilisation des ondes $\underline{\Psi}_1(x,t)$ et $\underline{\Psi}_2(x,t)$ dans la formulation de $\underline{\Psi}(x,t)$.

7.f) Montrer que $\underline{\Psi}_1(x,t)$ ou $\underline{\Psi}_2(x,t)$ admet une périodicité spatiale notée λ que l'on déterminera en fonction de k. Comment appelle-t-on λ ?

8) Montrer, compte tenu des conditions aux limites énoncées en introduction du A.II que, en notation réelle, $\Psi(x,t) = 2A\cos(\omega t)\cos(kx)$ où $kL = n\pi$ avec n entier naturel non nul et A une constante.

Comment nomme-t-on l'expression obtenue pour $\Psi(x,t)$?

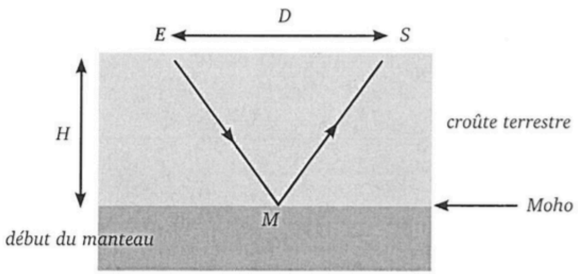
9) Déterminer la plus basse fréquence (ou fréquence fondamentale) de vibration de la poutre. Représenter $\Psi(x,t) = 2A\cos(\omega t)\cos(kx)$ correspondant à la fréquence fondamentale en fonction de x à différents instants (on supposera $A > 0$).
Où sont disposés les nœuds et les ventres de vibration ?

10) A partir des questions précédentes, donner en justifiant la démarche, l'expression la plus générale de l'onde pouvant se propager sur la poutre ainsi que les différentes fréquences qui la composent.

11) Un séisme violent peut mettre la planète toute entière en vibration. Bien que la géométrie de la Terre diffère de celle d'une poutre, donner en extrapolant le résultat de la question A.II.9, une estimation littérale de la fréquence fondamentale de vibration de la Terre. On la modélise par une sphère homogène de rayon $R_T = 6{,}4 \times 10^3$ km, de masse volumique μ et de module d'Young E constants.
En pratique, on peut enregistrer une période de l'ordre de 10^3 s, voire davantage, et ce même plusieurs semaines après le séisme. En utilisant la valeur de c trouvée à la question A.I.5.b, conclure quant à la validité de la transposition du modèle à la Terre.

III. Mesure d'épaisseur de la croûte terrestre continentale

Suite à un séisme observé le 8 octobre 1909 en Croatie, Andrija Mohorovičić constata sur les sismogrammes enregistrés à la station d'observation l'apparition de deux ondes décalées dans le temps, tel un écho. Il en a conclu que l'onde P produite au moment du séisme et se propageant dans toutes les directions à l'intérieur de la croûte terrestre depuis le foyer sismique a emprunté deux trajets différents pour parvenir jusqu'à la station : l'un direct, depuis le foyer sismique jusqu'au sismographe (onde P_d, « d » pour direct) et un second, plus long, après réflexion sur une discontinuité (onde P_m, « m » pour indiquer la réflexion de l'onde P sur le manteau). En hommage à M. Mohorovičić, la surface de séparation entre la croûte terrestre et le manteau s'appelle le « Moho ».
Depuis, on a répété ces mesures en enfouissant sous terre des charges explosives de forte puissance. A l'échelle de la croûte terrestre, le foyer sismique est alors pratiquement confondu avec l'épicentre, situé par définition sur la surface terrestre à la verticale du foyer sismique.
La distance entre l'épicentre (E) et la station (S) étant faible devant le rayon terrestre, on pourra modéliser la croûte et le manteau par des tranches planes (figure ci-dessous), chaque milieu étant ici supposé homogène.



12) Etude de la réflexion sismique

On choisit pour origine des temps l'instant de la détonation des charges explosives. Soient t_1 et t_2 les instants au bout desquels on capte l'onde P_d puis l'onde P_m en S. Soient D la distance séparant l'épicentre de la station et H l'épaisseur de la croûte terrestre. On suppose que les onde sismiques obéissent aux lois de la réflexion de Snell–Descartes de l'optique.

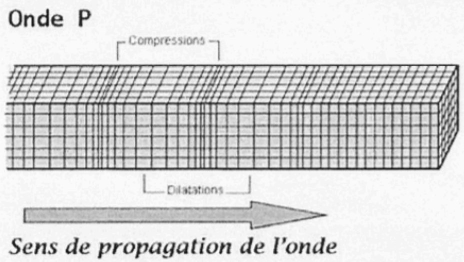
12.a) En déduire l'expression littérale des instants t_1 et t_2 en fonction de la célérité c_1 de l'onde P dans la croûte terrestre, de son épaisseur H ainsi que de D.
En déduire l'expression littérale de H en fonction de t_1 et t_2.

12.b) Quel est l'ordre de grandeur mesuré de H ?

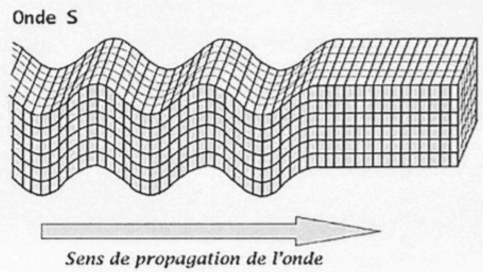
Document 1 : généralités autour de l'onde sismique

Le passage d'une onde sismique à l'intérieur d'un milieu solide peut y induire localement deux types de déformations :

- une compression ou un étirement (déformation du milieu qui se fait parallèlement au sens de propagation de l'onde) provoqué par une onde sismique qualifiée d'onde P (onde longitudinale) ;



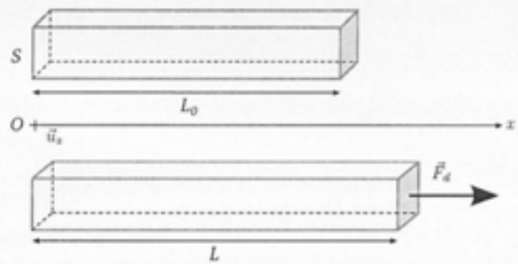
- un cisaillement (déformation du milieu se faisant perpendiculaire au sens de propagation de l'onde) provoqué par une onde sismique de type S (onde transversale).



Remarque. – Dans un milieu liquide, on ne peut constater que la propagation de l'onde P. En effet, un liquide ne présente aucune résistance au cisaillement, contrairement à la compression et de ce fait ne permet pas la propagation de l'onde sismique S.

Document 2 : propriété élastique d'un solide soumis à de petites déformations longitudinales

Soit une poutre, de longueur au repos L_0, fixée en son extrémité gauche. On décide de comprimer ou d'étirer la poutre (figure ci-dessous) en l'amenant jusqu'à une longueur L :



L'expérience montre alors que, pour de petites déformations, il faut appliquer sur la section S située à droite une force $\vec{F}_d$ telle que :

$$\vec{F}_d = ES\frac{L-L_0}{L_0}\vec{u}_x \qquad \text{(R)}$$

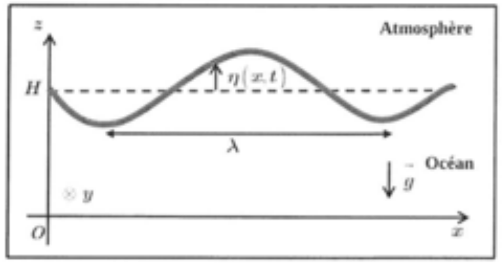
où $\dfrac{L-L_0}{L_0}$ est l'allongement relatif de la poutre et E est une constante positive appelée le module d'Young. La relation (R) est connue sous le nom de loi de Hooke.

Fin du problème A

B Les tsunamis

I. Propagation du tsunami en pleine mer

En pleine mer, le tsunami se comporte comme la houle mais seulement en surface, car un tsunami provoque une oscillation de l'eau aussi bien en surface qu'en profondeur. Ce fait est lié à la grande longueur d'onde du tsunami, typiquement quelques centaines de kilomètres, qui est très supérieure à la profondeur de l'océan (une dizaine de kilomètres tout au plus). Il en résulte que la quantité d'eau mise en mouvement est bien supérieure à ce que la houle produit, si bien que le tsunami transporte beaucoup plus d'énergie que la houle.



On considère qu'il n'existe aucun courant permanent dans l'eau et que le déplacement des ondes se fait dans un océan de profondeur constante H (le fond est plat). La pression atmosphérique est P_0.

Le but de cette partie est d'obtenir les équations linéarisées liées au passage de l'onde. On note $\vec{v}$ le champ des vitesses, ρ celui de masse volumique, p celui de pression et $\vec{g}$ celui de pesanteur supposé constant.

On repère l'altitude de la surface libre par $\eta(x,t)$ en un point d'abscisse x. Le problème sera traité en ne considérant aucune propagation et aucune dépendance selon y.

L'écoulement supposé parfait satisfait l'équation d'Euler :

$$\rho\left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \left(\vec{v}\cdot\overrightarrow{\text{grad}}\right)(\vec{v})\right] = -\overrightarrow{\text{grad}}(p) + \rho\vec{g}$$

L'eau de l'océan Pacifique sera considérée comme un fluide incompressible et l'écoulement sera supposé irrotationnel.

1) Soit $\eta_{\max}$ l'amplitude maximale de l'altitude de la surface libre en haute mer. Sachant que la vitesse d'une particule de fluide en surface est essentiellement verticale, quel est l'ordre de grandeur du terme $\left\|\dfrac{\partial \vec{v}}{\partial t}\right\|$ en fonction de $\eta_{\max}$ et de V vitesse caractéristique d'une particule ?

La variation de la vitesse s'effectue aussi essentiellement spatialement sur la longueur caractéristique λ. Exprimer l'ordre de grandeur du terme convectif $\left\|\left(\vec{v}\cdot\overrightarrow{\text{grad}}\right)(\vec{v})\right\|$ en fonction de V et λ.

Déduire des informations en haute mer données dans le document 3, le terme dominant de l'accélération particulaire.

On suppose que le champ des vitesses est de la forme $\vec{v}(x,z,t) = v_x(x,z,t)\vec{u}_x + v_z(x,z,t)\vec{u}_z$. Compte tenu des dimensions du système, la norme de la vitesse $v(x,z,t)$ et l'altitude $\eta(x,t)$ seront considérées comme des infiniment petits du premier ordre.

2) On suppose que le champ de pression dans le fluide correspond à celui du régime stationnaire. Montrer alors que ce champ de pression statique s'écrit :

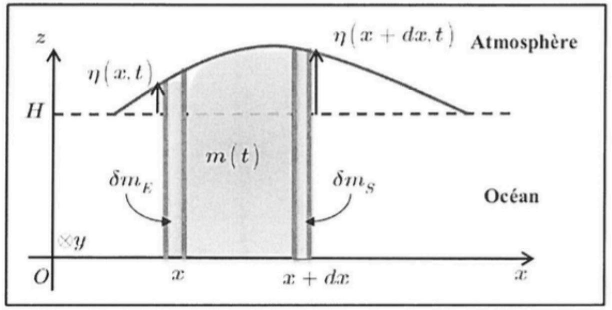
$$p(x,z,t) = P_0 + \rho g\left[H + \eta(x,t) - z\right]$$

3) En déduire la relation (B1) liant les dérivées partielles de v_x et de η :

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = -g\frac{\partial \eta}{\partial x} \qquad \text{(B1)}$$

4) Bilan de masse

Soit le système (S) ouvert et fixe, de longueur $\mathrm{d}x$, de largeur L suivant y et de hauteur $H+\eta(x,t)$ en x et $H+\eta(x+\mathrm{d}x,t)$ en $x+\mathrm{d}x$, contenant la masse $m(t)$ de fluide à l'instant t. Ce système, traversé par le fluide voit, durant l'intervalle de temps $\mathrm{d}t$, entrer une masse δm_E en x et sortir une masse δm_S en $x+\mathrm{d}x$.



4.a) Exprimer la quantité entrante δm_E en fonction de ρ, L, H, $\eta(x,t)$, $v_x(x,t)$ et de $\mathrm{d}t$.

4.b) De la même façon, exprimer la quantité sortante δm_S en fonction de ρ, L, H, $\eta(x+\mathrm{d}x,t)$, $v_x(x+\mathrm{d}x,t)$ et de $\mathrm{d}t$.

4.c) En déduire que la variation de la masse du système (S) s'écrit au premier ordre :

$$\mathrm{d}m = \delta m_E - \delta m_S \simeq -\rho L H \frac{\partial v_x}{\partial x}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}t$$

Indication : le produit de deux infiniment petits d'ordre 1 (par exemple ηv_x) est d'ordre 2.

4.d) En considérant que le volume occupé par (S) est approximativement parallélépipédique, évaluer la masse $\delta m(t)$ qu'il contient à l'instant t puis $\delta m(t+dt)$ à l'instant $t+\mathrm{d}t$ et en déduire une nouvelle expression de $\mathrm{d}m = \delta m(t+\mathrm{d}t) - \delta m(t)$.

4.e) En déduire la relation (B2) liant les dérivées partielles de v_x et de η :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -H\frac{\partial v_x}{\partial x} \qquad \text{(B2)}$$

5) Etablissement de l'équation d'onde

5.a) Montrer, à l'aide des relations (B1) et (B2), que v_x et η obéissent à la même équation aux dérivées partielles :

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 v_x}{\partial t^2} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = 0$$

On exprimera c en fonction de g et H.

L'onde associée à η est-elle longitudinale ou transversale ? Et pour v_x ?

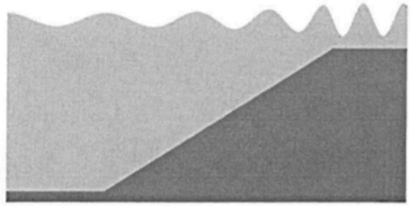
5.b) Que représente c ?

Calculer en km/h la vitesse des vagues d'un tsunami de l'océan pacifique de profondeur moyenne $H = 4{,}0 \times 10^3$ m. On prendra $g = 10\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Calculer la longueur d'onde des vagues en haute mer pour une période $T = 40$ min.

Comparer avec les valeurs données dans le document 3.

5.c) On constate que lorsqu'un tsunami approche d'une côte, la longueur d'onde ainsi que la vitesse des vagues diminuent. Expliquer ce phénomène en considérant que l'expression de c trouvée précédemment reste valable à l'approche des côtes.



Proposer une explication sur le déferlement de la vague à l'arrivée sur la côte, c'est-à-dire l'effondrement du haut de la vague vers l'avant comme le montre la photo ci-contre.

6) On adopte le modèle de l'écoulement incompressible et irrotationnel, associé à un potentiel des vitesses ϕ que l'on cherche sous forme d'une onde progressive :

$$\phi(x,z,t) = f(z)\cos(\omega t - kx) \quad \text{avec } k = \frac{\omega}{c}$$

6.a) Justifier la relation $\vec{v} = \overrightarrow{\mathrm{grad}}(\phi)$ et établir l'équation différentielle satisfaite par le potentiel des vitesses.

Rappel : $\mathrm{div}\left[\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\phi)\right] = \Delta(\phi)$.

6.b) En déduire que la fonction $f(z)$ obéit à l'équation différentielle :

$$\frac{\mathrm{d}^2 f(z)}{\mathrm{d}z^2} - k^2 f(z) = 0$$

6.c) Justifier, sur le fond en $z = 0$, la condition aux limites suivante : $\left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)(z=0) = 0$.

Déterminer alors complètement la fonction $f(z)$ à une constante multiplicative A près.

On pourra introduire la fonction $\cosh(kz) = \frac{1}{2}\left(e^{kz} + e^{-kz}\right)$.

6.d) Justifier, à la surface, la condition aux limites : $\left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)(z=H) = \frac{\partial \eta}{\partial t}$.

6.e) En déduire l'équation de la surface libre : $\eta(x,t) = \eta_0 \sinh(kH)\sin(\omega t - kx)$.

On exprimera η_0 en fonction de k, ω et A.

On rappelle que la fonction sinus hyperbolique s'écrit $\sinh(kz) = \frac{1}{2}\left(e^{kz} - e^{-kz}\right)$.

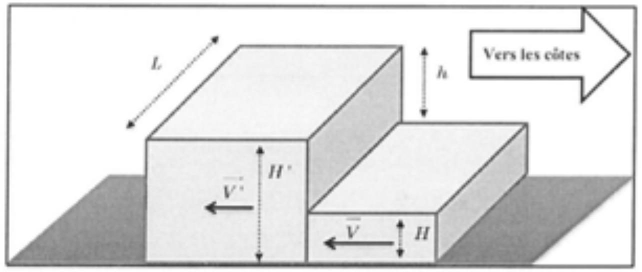
6.f) En déduire l'amplitude de la vague de tsunami sous la forme $\eta(x,t) = a(H)\sin(\omega t - kx)$.

En étudiant la fonction $a(H)$, interpréter la forte augmentation de l'amplitude des vagues juste avant le déferlement de celles-ci sur le littoral.

II. Déferlement du tsunami sur les côtes

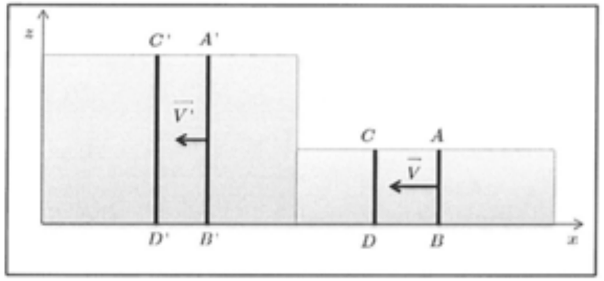
Lorsque le tsunami s'approche des côtes, son amplitude devient non négligeable par rapport à la profondeur de l'eau, une partie de la vitesse d'oscillation de l'eau se transforme en un mouvement horizontal global, appelé courant de Stokes. Sur les côtes, c'est davantage ce mouvement horizontal et rapide (de l'ordre de plusieurs dizaines de kilomètres par heure) qui est plus la cause des dégâts que celle due à l'élévation du niveau de l'eau.

L'examen du document 3 suggère que l'on peut modéliser le tsunami par une marche de hauteur h et de largeur L, s'approchant des côtes à la vitesse V. On note H la profondeur de l'océan avant la vague et $H' = H + h$ sa hauteur lors du passage de la vague.



On se place dans le référentiel lié à la vague dans lequel l'eau se déplace à la vitesse $\vec{V}$ en amont et $\vec{V'}$ en aval. Dans ce référentiel, la vague est immobile, ce qui permet de supposer l'écoulement stationnaire. L'écoulement est en outre supposé parfait, incompressible, homogène et irrotationnel.

7) Aux instants t et $t+\mathrm{d}t$, on considère le même système ouvert noté (S), contenu entre les points $(A'B'DC)$ de la représentation ci-dessous.
Définir un système fermé (S^*) à l'instant t puis à l'instant $t+\mathrm{d}t$ à l'aide des points du schéma.



8) A l'aide d'un bilan de masse sur (S^*) entre les instants t et $t+\mathrm{d}t$, montrer que : $HV = H'V'$.

9) Par un bilan de quantité de mouvement entre les instants t et $t+\mathrm{d}t$, montrer que la dérivée particulaire de la quantité de mouvement du système fermé $\vec{P^*}$ s'écrit : $\dfrac{\mathrm{D}\vec{P^*}}{\mathrm{D}t} = D_m\left(\vec{V'} - \vec{V}\right)$, où l'on exprimera le débit massique D_m en fonction de ρ, H, L et V.

10) En admettant que la pression dans le fluide en amont vaut $p(z,t) = P_0 + \rho g\,(H - z)$, établir l'expression de la résultante F_{px} selon l'axe Ox des forces de pression s'exerçant sur le système (S^*) à l'instant t.
Indications : ne pas oublier la force pressante exercée par l'atmosphère, de pression P_0, sur la surface Lh et prendre garde au fait que les pressions amont et aval sont différentes.

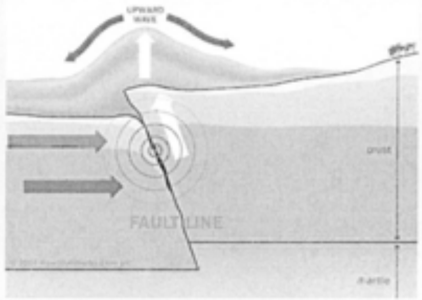
11)11.a) Déduire des deux questions précédentes la relation : $HV(V - V') = \frac{1}{2}g\,(H'^2 - H^2)$.

11.b) En haute mer, on peut considérer que la hauteur de la vague est faible devant la profondeur de l'océan, c'est-à-dire que $h \ll H$. En déduire la vitesse de la vague et comparer son expression à la célérité de l'onde obtenue à la question B.I.5.a.

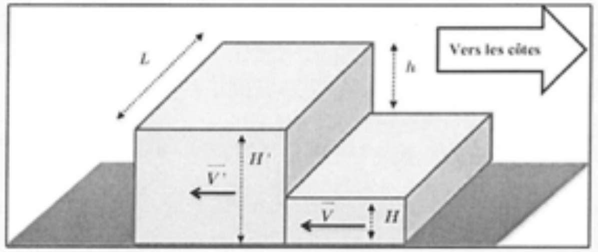
12) A l'aide de la formule du document 3, évaluer numériquement la puissance d'une vague de tsunami s'abattant sur un bâtiment de 40 mètres de largeur.
On donne $H = 10\,\mathrm{m}$, $H' = 20\,\mathrm{m}$, $V = 10\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $\rho = 1{,}0 \times 10^3\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ et $g = 10\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Document 3 : les tsunamis

Les tsunamis (du japonais *« tsu nami »* vague sur un port), sont des ondes marines qui provoquent de gigantesques murs d'eau dévastateurs. Bien que l'on tende vers une modélisation mathématique globale du phénomène, leur prédiction est à ce jour difficilement réalisable.
On en compte en moyenne un par an. Le dernier tsunami meurtrier remonte au 26 octobre 2010. Il frappa les îles Mentawai en Indonésie, tuant plus de 700 personnes. Cette vague est en fait une onde de gravité due à un séisme, un glissement brusque du fond marin, ou à une éruption volcanique. Le déplacement rapide du plancher océanique génère des vagues rapides (de 700 à 800 km/h), de grande longueur d'onde (400 à 500 km), et dont la hauteur croit quand la profondeur d'eau diminue.
Les vagues successives du tsunami ne sont pratiquement pas visibles en mer du fait de leur grande longueur d'onde. D'autre part, leur amplitude en haute mer ne dépasse pas 1 mètre. Par contre, à l'abord des côtes, la remontée du fond et les réflexions-réfractions sur le rivage font diminuer la longueur d'onde de la vague ainsi que sa période mais l'amplitude augmente et peut atteindre jusqu'à 30 mètres. La vague finit par déferler. Elle s'abat sur les côtes entraînant parfois de lourdes pertes humaines et matérielles.



Si l'on assimile le tsunami à un front d'eau de hauteur H' et de largeur L surplombant un écoulement de hauteur H se déplaçant à la vitesse V, on peut montrer qu'une partie de la puissance développée lors de son déferlement vaut en valeur absolue
$$\mathscr{P} = \frac{\rho g L V (H' - H)^3}{4H'}.$$



Fin du problème B

Fin de l'énoncé