

Chap 18: Modulat° / Démodulat°

→ Nécessité de la modulat° :

- Éviter le mélange des signaux utiles
- Éviter les perturbat° industrielles de puissance à 50Hz
- Limitat° de la variat° de freq relative $\Delta f/f$ en \rightarrow la freq f moyenne \rightarrow limiter la dispersion f_{max}
- Ondes hertziennes / transmiss° via antenne de $P_{gr} \sim \lambda$ ($\lambda/4$ au min), avec $\lambda = \frac{c}{f}$. Si basse freq, $\lambda \approx km$
 \rightarrow modulat° en \rightarrow la freq pr avoir des antennes de taille réaliste.

mlt) le message utile à transmettre

- \rightarrow modulat° à l'émission
 - \rightarrow démodulat° à la récept°
- avec des
- opérateurs nn-linéaires

I. Modulation

(extension et enrichissement du spectre!)

1° - Les différents types de modulation

* Signal porteur ° porteuse (signal modulé)

$p(t) = U_p \cos(\omega_p t + \varphi)$, bobiné avec un oscillateur très stable
 \rightarrow freq élevée

* Signal modulé ° le message mlt)

On fait varier l'amp ou la phase \rightarrow déphasage φ du message.

- modulat° d'une amp° : l'amp varie avec le message

- modulat° angulaire

* Modulat° de freq° : la freq instantanée $f(t)$ du signal varie linéairement avec le message

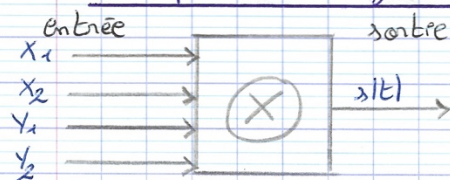
* Modulat° de phase : φ varie linéairement avec le message.

2° Modulat° d'amp°

a) Réalisat° pratique : utilisat° d'un multiplieur

→ Def de la AM : Signal modulé en amplitude : produit d'un signal mlt) message codant l'informat° de freq voisine de ω_m par une porteuse de freq unique (\approx pure) avec $\omega_p \gg \omega_m$ et ω_{max} du message.

→ Multipliat° de signaux :



Générateur
non-linéaire

$$s = R(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)$$

$$\begin{cases} x_1 = m(t) \\ x_2 = A_0 \Rightarrow \text{offset sur le message} \\ y_1 = p(t) \\ y_2 = 0 \text{ (la porteuse)} \end{cases}$$

Rq° : Amp° de sortie limitée par la tension d'alimentat°, typiquement $U_{max} \approx 10V$ ce qui limite $R \approx 0.1V^{-1}$.

• Limitat° de la BP $\rightarrow 100kHz$ au labo, des télécom mélangeur $f > 10GHz$.

Considérons d'abord un message avec une seule freq

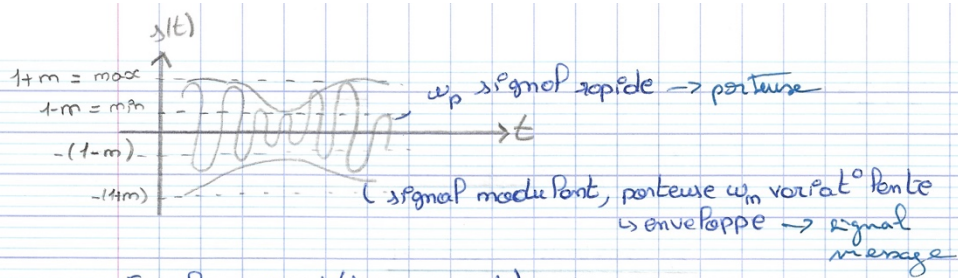
$$m(t) = U_m \cos \omega_m t$$

$$\begin{aligned} s(t) &= R(U_m \cos \omega_m t + A_0) U_p \cos \omega_p t \\ &= \underbrace{R U_p A_0}_{U_0} \left(1 + \underbrace{\frac{U_m}{A_0}}_m \cos \omega_m t \right) \cos \omega_p t \end{aligned}$$

$$s(t) = U_0 (1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_p t$$

amplitude modulée par le message du signal

Signal modulé en amp° "forme canonique"

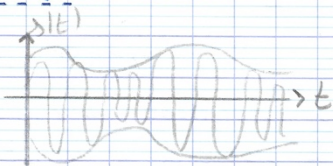


Enveloppe : $\pm(1+m \cos \omega_m t)$

Max : $\pm(1+m)$, min : $\pm(1-m)$

b) Profondeur / taux de modulatioⁿ : m

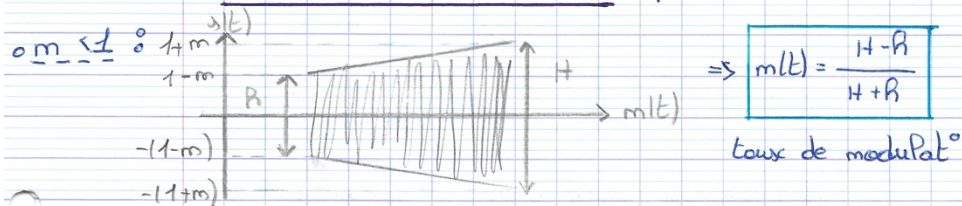
$0 < m < 1$: Modulatioⁿ



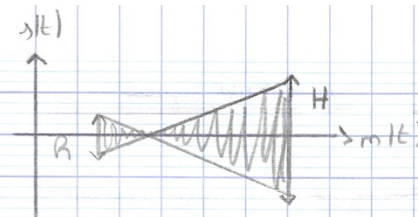
$0 < m < 1$: Surmodulatioⁿ



\Rightarrow Méthode de mesure de m : représentatioⁿ X-Y (Lissajous)



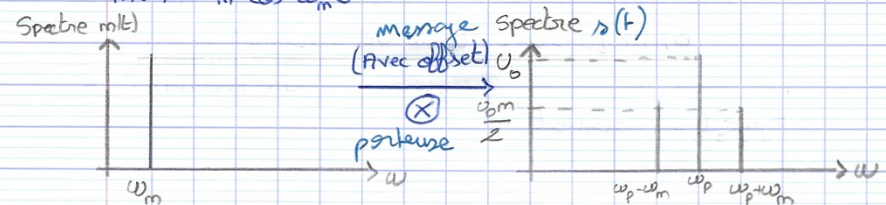
$0 < m < 1$:



c) Contenu spectral

$$s(t) = U_0 (1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_p t$$

$$m(t) = U_m \cos \omega_m t$$



Translatioⁿ du spectre par multipliatioⁿ des signaux \rightarrow les fréq^s st mtr très élevées et proches de ω_p la porteuse.

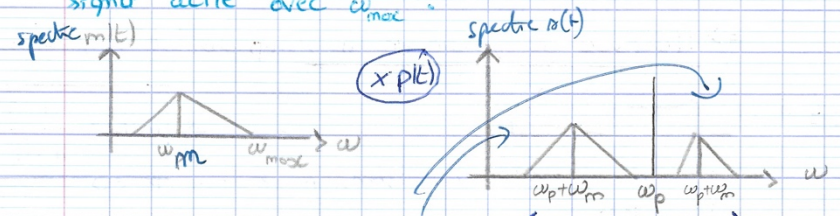
extension avec calculs :

$$s(t) = U_0 (1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_p t$$

$$= U_0 \cos \omega_p t + \frac{U_0 m}{2} [\cos (\omega_p - \omega_m) t + \cos (\omega_p + \omega_m) t]$$

$$(\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos (a-b) + \cos (a+b)])$$

Considérons une bande de fréq^s à transmettre porte signal utile avec ω_{max} .



Rq : encombrement double bande, on peut faire simple bande si limiter l'encombrement du canal de transmission.

3° Modulation de fréquence FM

↳ Modulat° de la freq instantanée de la porteuse avec le message $m(t)$

$$s(t) = A \cos(2\pi f(t) + \phi_0), \text{ avec } f(t) = f_p + K m(t) \quad (K > 0)$$

porteuse \leftarrow \rightarrow var fin avec $m(t)$

Ds la pratique $|K m(t)| \ll f_p$ on s'éloigne peu de la freq de la porteuse.

→ intérêt : l'ampl et de la puiss transportée ne varient pas avec le message

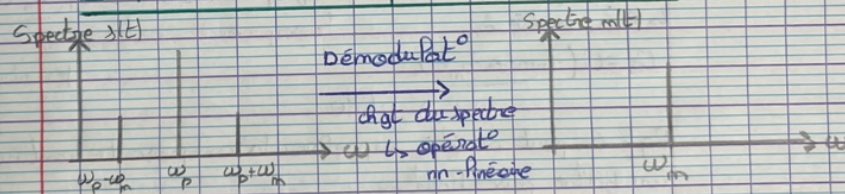
→ inconvénient : étendue spectrale large et encombrement de la Bande Passante

↳ pas limiter on utilise une B_p encore \oplus élevée

Rq° Modulat° de phase \oplus généralement $\hookrightarrow f(t)$ (la freq instantanée) $f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt}$ ($\varphi = 2\pi f t + \phi_0$)

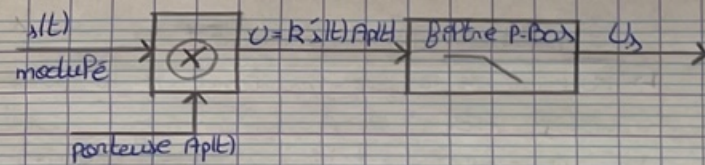
II. Démodulat°

1° Nécessité d'une opérati° non-linéaire



2° Démodulat° par détect° synchrone

Def° Le signal modulé est multiplié par un signal $(A = \text{cte})$
 $A p(t) = A A_p \cos \omega_p t$ synchrone avec la porteuse, c-à-d m freq et m phase, puis soumis à l'act° d'un filtre passe

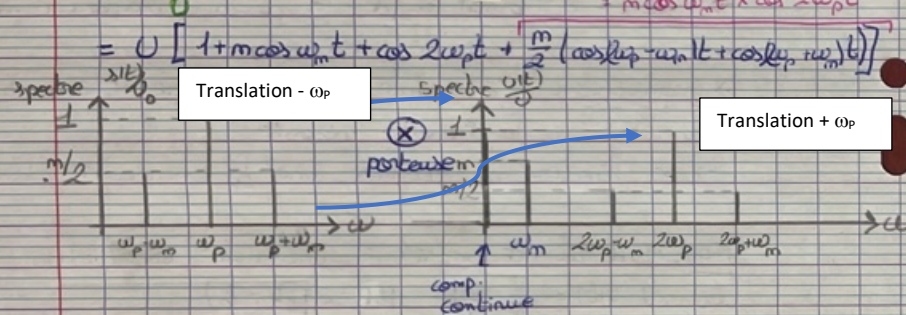


$$x(t) = U_0 [1 + m \cos \omega_m t] \cos \omega_p t$$

$$U(t) = R \cdot x(t) \cdot A_p(t) = U_0 R A [1 + m \cos \omega_m t] \cos^2 \omega_p t$$

$$= \frac{U_0 R A}{2} [1 + m \cos \omega_m t] [1 + \cos 2\omega_p t]$$

$$= \frac{U_0 R A}{2} [1 + m \cos \omega_m t + \cos 2\omega_p t + m \cos \omega_m t \cos 2\omega_p t]$$

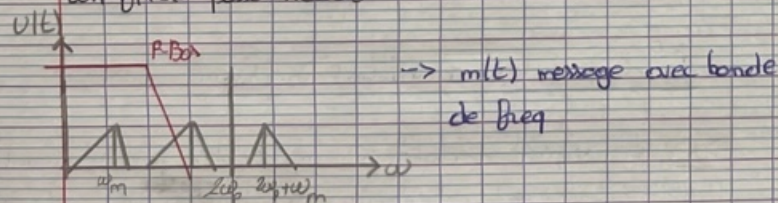


$x \cos \omega_p t$ réelle \Rightarrow spectre addit° et soustrait° par ω_p

On utilise un passe-bas de freq de coupure tq $\omega_m < \omega_c \ll 2\omega_p$

\hookrightarrow A la sortie : $U_s = U [1 + m \cos \omega_m t]$
 message utile
 Pour passer le message à ω_m ^{supp}
 les autres composantes

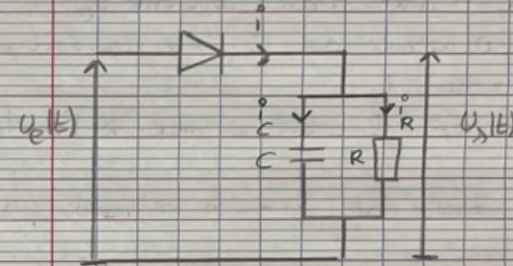
Rq : On peut ensuite supprimer la composante continue avec un filtre passe-haut.



Rq : Il faut récupérer la porteuse du signal modulé en utilisant une boucle à verrouillage de phase (PLL en anglais)

3° Démonstrer par détecteur de crête / d'enveloppe

But : Suivre les variations lentes uniquement du signal message avec des blocages. On veut filtrer les variations rapides de la porteuse.



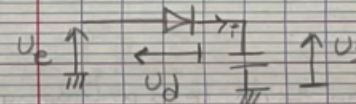
$$U_e(t) = U_0 (1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_p t$$

Caractéristique de la diode :

$$\begin{cases} i = 0 & \text{si } U_d < 0 \\ U_d = 0 & \text{si } i > 0 \end{cases}$$

Diagramme i vs U_d

Supposons d'abord un premier cas $R \rightarrow +\infty$.

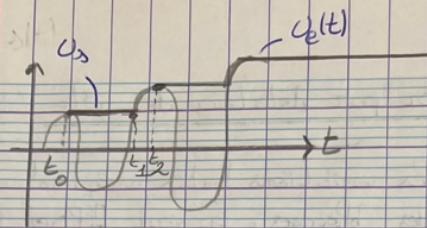


\rightarrow Hypothèse : Diode passante

$$\begin{cases} U_d = 0 \\ i > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_e = U_s \\ i = C \frac{dU_s}{dt} = C \frac{dU_e}{dt} \end{cases} \text{ avec } i > 0, U_e(t) \nearrow \text{au cours du temps}$$

\rightarrow Hypothèse : Diode bloquée

$$\begin{cases} i = 0 \\ U_d < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i = C \frac{dU_s}{dt} = 0 \Rightarrow U_s = \text{cte} \\ U_e = U_s + U_d \Rightarrow U_e < U_s \end{cases}$$



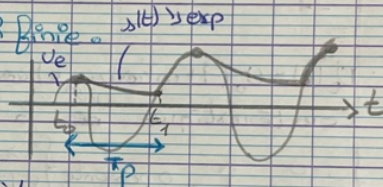
Blocage à t_0 (car u_e devient \downarrow), alors
 $u_s(t_0) = u_e(t_0) \rightarrow$ diode bloquée tant que $u_e < u_s \rightarrow \phi > t_1$
 A partir de t_1 , D passe avec $u_s = u_e$ et u_e doit \uparrow
 \hookrightarrow IP y aura blocage en t_2
 ⚠ Pb : blocage définitif arrivé au max de l'enveloppe

Le détecteur "absolu" avec R \rightarrow +cs ne marche pas.

Envisageons un CR finie.

$$i = i_c + i_R$$

$$i = C \frac{du_e}{dt} + \frac{u_s}{R}$$



\rightarrow Hypothèse de blocage à t_0
 $\begin{cases} i = 0 \\ u_e < 0 \end{cases} \Rightarrow 0 = C \frac{du_e}{dt} + \frac{u_s}{R} \Rightarrow u_s = u_e(t=0)e^{-t/\tau}, \tau = RC$
 $\hookrightarrow u_s \downarrow$ avec le CR
 En t_1 , $u_e = u_s \Rightarrow$ syst devient passante et $i > 0 \Rightarrow$
 $C \frac{du}{dt} + \frac{u_s}{R} > 0 \quad (\forall t)$

On veut passer les variations rapides de la porteuse (qui font
 $\hookrightarrow u_s(t)$ perd les phases bloquées) \rightarrow il faut $\tau = RC \gg T_p$
 Le condensateur se décharge peu pendant les phases bloquées
 et $u_s \downarrow$ peu. Cependant le condensateur doit se
 décharger suffisamment vite pour suivre les variations lentes
 de l'enveloppe.

$u_e = U_0 (1 + m \cos \omega_m t)$
 Grossièrement $T_p \ll \tau < T_m$, $T_m =$ période signal modulant

Conditi° à exploiter ds le cas passant en suivre le
 signal d'entrée :

$$\begin{cases} u_e = u_s \quad \forall t \\ \frac{du_s}{dt} + \frac{u_s}{\tau} \geq 0 \end{cases} \quad u_s = U_0 (1 + m \cos \omega_m t)$$

$$-m \omega_m \sin \omega_m t + \frac{1 + m \cos \omega_m t}{\tau} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 + m (\cos \omega_m t - \omega_m \tau \sin \omega_m t) \geq 0$$

Idee : $\cos \omega_m t - \omega_m \tau \sin \omega_m t = ? \cos(\omega_m t + \phi)$

$$\hookrightarrow \cos \omega_m t - \omega_m \tau \sin \omega_m t = \sqrt{1 + (\omega_m \tau)^2} \left(\frac{\cos \omega_m t}{\sqrt{1 + (\omega_m \tau)^2}} - \frac{\omega_m \tau \sin \omega_m t}{\sqrt{1 + (\omega_m \tau)^2}} \right)$$

$$\cos \phi = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_m \tau)^2}}, \quad \sin \phi = \frac{\omega_m \tau}{\sqrt{1 + (\omega_m \tau)^2}}, \quad \cos^2 \phi + \sin^2 \phi = 1$$

$$\text{dc } \cos \omega_m t - \omega_m \tau \sin \omega_m t = \sqrt{1 + (\omega_m \tau)^2} (\cos \phi \cos \omega_m t - \sin \phi \sin \omega_m t) \\ = \sqrt{1 + (\omega_m \tau)^2} \cos(\omega_m t + \phi)$$

La conditi° devient :

$$1 + m \sqrt{1 + (\omega_m \tau)^2} \cos(\omega_m t + \phi) \geq 0 \text{ vérifiée si } m \sqrt{1 + (\omega_m \tau)^2} \leq 1.$$

$$\hookrightarrow \tau \leq \frac{\sqrt{1 - m^2}}{m} \frac{T_m}{2\pi} = \tau_{\max}$$

Rq : Ap détecteur de crête, reste oscillations résiduelles

\hookrightarrow Filtrage passe-bas

IP \exists offset \rightarrow passe-haut pour le supprimer.

