Physique - ICNA - 2016

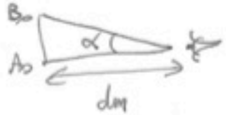
Q.1. Pouvoir résolut œil $1' = 1/60° = 0,017°$ → 1 mm pour 1 objet à 3 m!

d_m punctum proximum (PP) : distance minimum d'accomodat → $d_m \simeq 25$ cm

Q.2 - Grossissement standard

↳ A_2B_2 à l'∞ (oeil n'accommode pas)

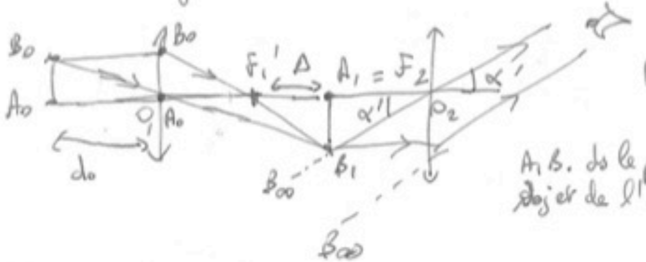
↳ l'oeil regarde l'objet A_0B_0 à la distance minimale de vision distincte d_m



$\tan\alpha \simeq \alpha = \dfrac{A_0B_0}{d_m}$

↳ angle sous lequel on voit l'objet au pp. à l'oeil nu

α' angle sous lequel on voit l'objet à travers l'instrument



$\tan\alpha' \simeq \alpha' = \dfrac{A_1B_1}{f_2'}$

A_1B_1 ds le plan focal objet de l'oculaire pour image à l'∞

$$\boxed{G} = \boxed{\frac{\alpha'}{\alpha}} = \frac{\frac{A_1B_1}{f'_2}}{\frac{A_0B_0}{d_m}} = \boxed{\frac{d_m}{f_2'}\frac{A_1B_1}{A_0B_0}}$$

Réponse A)

avec d'autre part, $\dfrac{A_0B_0}{f_1'} = \dfrac{A_1B_1}{\Delta} \rightarrow \dfrac{A_1B_1}{A_0B_0} = \dfrac{\Delta}{f_1'}$

$$\boxed{G = \frac{d_m\,\Delta}{f_2' f_1'}}$$

Rq). grandissement de l'objectif $Gt_1 = \dfrac{A_1B_1}{AB} = \dfrac{\Delta}{f_1'}$

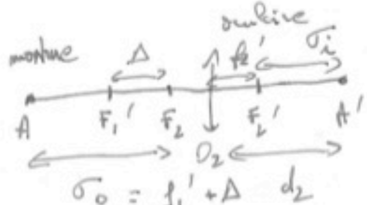
- grossissement de l'oculaire

$$G_2 = \frac{\frac{A_1B_1}{f_2'}}{\frac{A_1B_1}{d_m}} = \frac{\alpha'}{\alpha_1} = \frac{d_m}{f_2}$$

$$G = Gt_1 \times G_2$$

Q-3 $\boxed{G} = \dfrac{\overset{5}{\cancel{25\,\text{cm}}} \times 16\ \text{cm}}{\cancel{8\,\text{cm}} \times 0,5\ \text{cm}} = \dfrac{80}{0,5} = \boxed{160}$ Réponse C)

Q-4 -



$d_2 = f_2' + \sigma_i$

$(f_1' + \Delta)\,\sigma_i = + f_2'^2 \quad (\sigma_i > 0)$

$$\sigma_i = \frac{f_2'^2}{f_2' + \Delta} = \frac{(5\ \text{mm})^2}{(50 + 160)\ \text{mm}} = 0,12\ \text{mm}$$

$\sigma_i \simeq 0$! $\sigma_i \ll f_2'$

$d_2 = (5 + 0,12)$ mm

$d_2 \simeq 5,12$ mm $\simeq 5$ mm

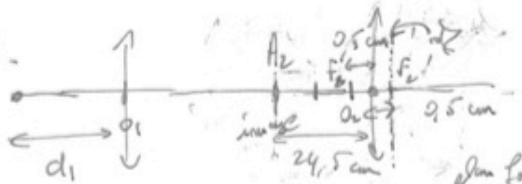
En effet comme $f_1' \gg f_2'$, la monture est quasiment à l'∞ de l'oculaire $|O_2A| \gg f_2'$ → image dans le plan focal image de l'oculaire

Q-5- $\frac{A_0B_0}{d_0} = \frac{A_1B_1}{\Delta + f_1'}$ et $\frac{A_0B_0}{f_1'} = \frac{A_1B_1}{\Delta}$

donc $d_0 = \frac{A_0B_0}{A_1B_1}(\Delta + f_1') = \frac{f_1'}{\Delta}(\Delta + f_1')$

$$\boxed{d_0 = f_1' + \frac{f_1'^2}{\Delta}}$$ réponse A)

Q6-



plan focal image oculaire

• oculaire : $\frac{1}{\overline{O_2A_2}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f_2'}$ $\qquad \overline{O_2A_2} = -24{,}5\text{ cm} = -(d_m - f_2')$

$$-\frac{1}{d_m - f_2'} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f_2'}$$

$$\frac{1}{\overline{O_2A_1}} = -\frac{1}{f_2'} - \frac{1}{d_m - f_2'} \to \overline{O_2A_1} = \frac{f_2'(d_m - f_2')}{-d_m + \cancel{f_2'} - \cancel{f_2'}}$$

$$= \frac{f_2'}{d_m}(f_2' - d_m)$$

• objectif :

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A_0}} = \frac{1}{f_1'}$$

$$\overline{O_1A_1} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_1} = f_1' + f_2' + \Delta + \overline{O_2A_1}$$

$$\frac{1}{-d_1} \to \left(\frac{1}{\overline{O_1A_0}}\right) = -\frac{1}{f_1'} + \frac{1}{\overline{O_1A_1}} \text{ avec}$$

$$-\frac{1}{d_1} = -\frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_1' + \cancel{f_2'} + \Delta + \frac{f_2'^2}{d_m} - \cancel{f_2'}} = -\frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_1' + \Delta + \frac{f_2'^2}{d_m}}$$

$$= \frac{\cancel{-f_1'} - \Delta - \frac{f_2'^2}{d_m} \cancel{+ f_1'}}{f_1'\left(f_1' + \Delta + \frac{f_2'^2}{d_m}\right)}$$

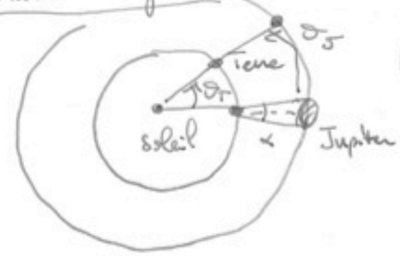
$$\boxed{d_1} = \frac{f_1'\left(f_1' + \Delta + f_2'^2/d_m\right)}{\Delta + \frac{f_2'}{d_m}} = \boxed{f_1' + \frac{f_1'^2}{\Delta + \frac{f_2'}{d_m}}}$$

↳ réponse C)

Lunette astronomique

1) Diamètre angulaire

1 -



$\tan \alpha_0 \simeq \boxed{\alpha_0 = \frac{d_J}{R_J - R_T}}$ $\qquad \alpha_0 \ll \pi$, $\alpha_0 \ll 1$

$\alpha_0 = 2,22 \cdot 10^{-4}$ rd $= 1,273 \cdot 10^{-2}$ °

1 degré ° = 3600 '' $\to$ $\boxed{\alpha_0 = 45,8''}$

2 - 3e loi de Keppler :

$$\frac{T^2}{R^3} = cste \to \frac{T_J^2}{R_J^3} = \frac{T_T^2}{R_T^3} \to \boxed{T_J = T_T\left(\frac{R_J}{R_T}\right)^{3/2}}$$

AN $\to$ $T_J = 4,33 \times 10^3$ jours

3 - Orbites circulaires $\to$ $\vec{L_O} = \vec{cste} = R\,\vec{e_r} \wedge m(R\dot\theta\,\vec{e_\theta})$
$= mR^2\dot\theta\,\vec{e_z} = \vec{cste}$

donc $\dot\theta = cste \to v = R\dot\theta = cste$

Sinon PFD $\to$ $m\vec a = m\left(-\frac{v^2}{R}\vec{e_r} + \frac{dv}{dt}\vec{e_\theta}\right) = F_r\,\vec{e_r}$

donc $\boxed{\frac{dv}{dt} = 0}$ en proj. sur $\vec{e_\theta}$.

Pour posit° d'opposit° $\theta_T = \theta_J$ $\qquad$ La Terre fera n tour de plus ! car + rapide !

Entre opposit° $\to$ $\Delta\theta_T - n\,2\pi = \Delta\theta_J$

entre 2 opp $\to$ $n = 1$

$$\Delta t \times \omega_T - \times 2\pi = \Delta t \times \omega_J$$

$$\Delta t \times \frac{\cancel{2\pi}}{T_T} - \cancel{2\pi} = \Delta t \times \frac{\cancel{2\pi}}{T_J}$$

$$\Delta t\left(\frac{1}{T_T} - \frac{1}{T_J}\right) = 1$$

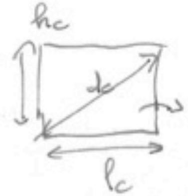
$$\boxed{\Delta t = \frac{T_T T_J}{T_J - T_T}} = \boxed{399 \text{ jours}}$$

2) Mise au point

$d_c = 4,48$ mm

$N_{pixels} = 307\,200$

1 - Caméra CCD



$\to S_c = 9,63$ mm²

$S_c = h_c l_c$ avec $h_c^2 + l_c^2 = d_c^2$

$S_c^2 = h_c^2 l_c^2 = (d_c^2 - l_c^2)\,l_c^2$

Posons $L_c = l_c^2 \to$ $S_c^2 = (d_c^2 - L_c)L_c$ $\qquad$ normal $d_c > h_c, l_c$ donc $d_c^4 > (h_c l_c)^2$

$L_c^2 - d_c^2 L_c + S_c^2 = 0$ $\to \Delta = d_c^4 - 4S_c^2 > 0$ solut° réelles

$L_c = \frac{d_c^2 \pm \sqrt{d_c^4 - 4S_c^2}}{2}$ $\qquad$ solut° > 0 $\to L_c = \frac{d_c^2 + \sqrt{d_c^4 - 4S_c^2}}{2}$

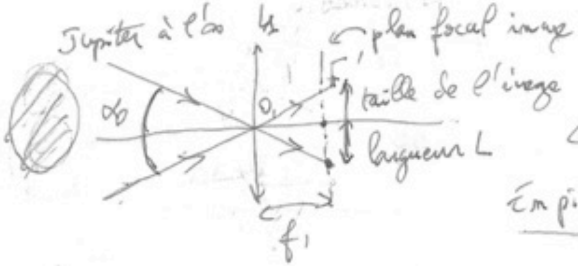
$$\boxed{l_c = \frac{d_c}{\sqrt{2}}\sqrt{1 + \sqrt{1 - \frac{4S_c^2}{d_c^4}}}} \to l_c = 3,59 \text{ mm}$$

$$\boxed{h_c = \frac{S_c}{l_c} = 2,69 \text{ mm}}$$

Pixel "carré" $\to$ $N\varepsilon_c^2 = S_c \to \boxed{\varepsilon_c = \sqrt{\frac{S_c}{N}} = 5,60\,\mu m}$

2 - Jupiter est située à une distance >> f_1' $\to$ sort à l'∞ !
($\simeq R_J$)

3 -



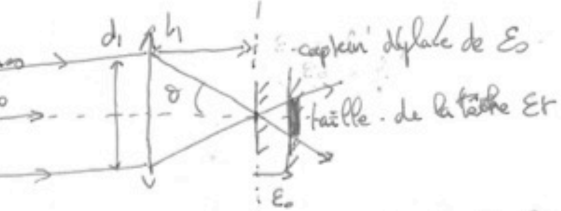
$\tan\alpha_0 \simeq \alpha_0 = \frac{L}{f_1'}$

$\to L = f_1'\alpha_0$

En pixel $\boxed{L = \frac{f_1'\alpha_0}{\varepsilon_c}}$

$L = 102$ pixels $\quad (0{,}57\,\text{mm})$

4 - rayon extrêmes issus de l'∞ correspondant $+\infty$ à un point de Jupiter sur l'axe



capteur ds le plan focal image | mise au point idéale

La phénomène est symétrique pour un déplacement opposé.

5 - Pour que la netteté soit maintenue, il faut que la taille de la tâche demeure inférieure à la largeur d'1 pixel, alors un point objet $\leftrightarrow$ un point image (stigmatisme respecté)

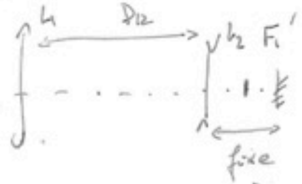
$$\boxed{\varepsilon_t < \varepsilon_c}$$

Ici $\tan\theta = \dfrac{d_1/2}{f_1} = \dfrac{\varepsilon_t/2}{\varepsilon_o} \rightarrow \boxed{\varepsilon_t = \dfrac{d_1}{f_1'}\varepsilon_o}$

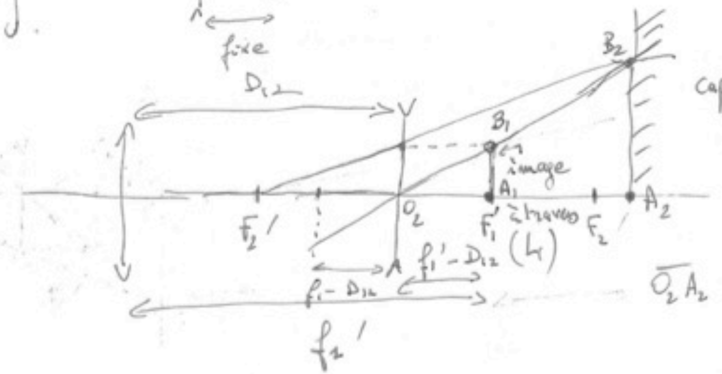
$$\varepsilon_t < \varepsilon_c \rightarrow \frac{d_1}{f_1'}\varepsilon_o < \varepsilon_c$$

$$\boxed{\varepsilon_o < \varepsilon_c \frac{f_1'}{d_1}} \quad \boxed{= 56\,\mu\text{m}}$$

3) Lentille de Barlow



objet virtuel $\rightarrow$ image réelle sur l'écran



$\overline{O_2A_2}$ = distance lentille L_2/capteur $= D_2c$

Il faut choisir f_2' / $\quad |f_2'| > f_1' - D_{12}$

$A_0B_0\ \infty$ de Jupiter $\xrightarrow{(L_1)}$ A_1B_1 ds le plan focal image de (L_1) $\longrightarrow$ A_2B_2 agrandi sur le capteur

2 relat à disposition : $\rightarrow \dfrac{1}{\overline{O_2A_2}} - \dfrac{1}{\overline{O_2A_1}} = \dfrac{1}{f_2'}$

$$\boxed{\frac{1}{D_2c} - \frac{1}{f_1' - D_{12}} = \frac{1}{f_2'}}$$

$\rightarrow$ Grandissement recherché : $\boxed{\gamma = 3}$

$$\gamma = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{O_2A_2}{O_2A_1} = \frac{\overline{O_2A_2}}{f_1' - D_{12}} = \gamma$$

$\Rightarrow \overline{O_2A_2} = \boxed{\gamma(f_1' - D_{12}) = D_2c}$

$$\boxed{\frac{1}{D_2c} = \frac{1}{\gamma(f_1' - D_{12})}}$$

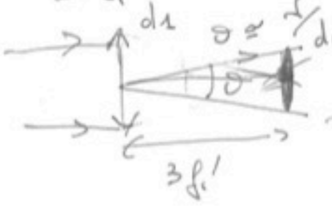
$$\frac{1}{D_{2c}} - \frac{\gamma}{D_{2c}} = \frac{1}{f_2'} \rightarrow \boxed{f_2' = \frac{D_{2c}}{1-\gamma}} = -\frac{200}{2} = \boxed{-100\text{ mm}}$$

$$-\gamma D_{12} + \gamma f_1' = D_{2c} \rightarrow \boxed{D_{12} = f_1' - \frac{D_{2c}}{\gamma} = 3{,}28\text{ m}}$$

2. $f_2 = f_1' \times 90$ ici on a multiplié la taille par 3 ce qui reviendrait à utiliser une focale unique f_1' ~~triple~~.

Ici on économise l'encombrement !

4 - Diffraction



$\theta \simeq \lambda / d_1$

$$\boxed{\varepsilon_{diff}} = \tan\theta \times 3 f_1' \simeq \boxed{\frac{\lambda}{d_1} \times 3 f_1'}$$

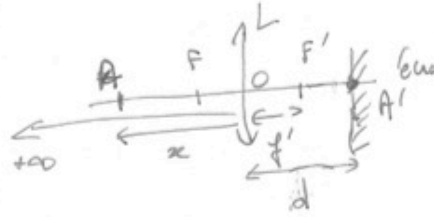
$\lambda_{moy} \simeq 600\text{ nm} \rightarrow \boxed{\varepsilon_d = 20\,\mu m}$

$\boxed{\varepsilon_d > \varepsilon_c}$ → la diffraction limite la netteté.

ε_c : 5,6 µm

Étude d'un appareil photographique

a) Mise au point de l'objectif



- pour $x \to +\infty$ $d_{min} \simeq f' = 50$ mm
  objet à l'∞ → image ds le plan focal image.
- pour $x = 60$ cm → $d = d_{max}$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

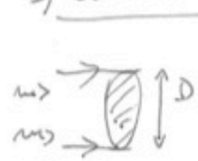
$$\frac{1}{d_{max}} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f'} \rightarrow \boxed{d_{max} = \frac{f' x}{x - f'}}$$

AN → $d_{max} = 5{,}45$ cm

Rqe) On appelle tirage

$d_{max} - d_{min} \simeq 5$ cm

b) Ouverture et temps de pose



I cst

$$dE_{collectée} = P_{surf} \times S\,dt \quad \text{avec } P_{surf} \simeq \text{flux du vecteur de Poynting} \propto \text{intensité lumineuse } I$$

$$= I \times \frac{\pi D^2}{4} dt$$

Rqe) si un certain angle du faisceau → facteur $\cos\theta$ à prendre en compte.....

À I cst → $E_{collectée} = I \times \frac{\pi D^2}{4} T_e$ avec T_e le temps d'exposition (ou d'intégration)

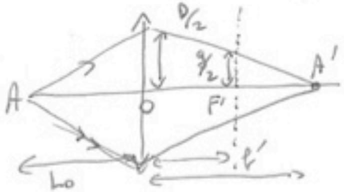
donc $\boxed{E_{collectée} \propto D^2 T_e \propto f'^2 \frac{T_e}{N^2}}$ avec N nombre d'ouverture $= \frac{f'}{D}$

Suite géo. des temps d'expo. de raison ≃ 2 → T_e

donc suite de raison $\sqrt{2}$ pour N (et maintenir $E_{collectée}$ fixe).

c) Ouverture et distance hyperfocale liée au grain

i)



$$\frac{D}{f'} = \frac{1}{N}$$

$$(\overline{OA'} > 0)$$

Théorème de Thalès $\Rightarrow \dfrac{g/2}{D/2} = \dfrac{A'F'}{\overline{OA'}} \Rightarrow \dfrac{g}{D} = \dfrac{\overline{OA'} - f'}{\overline{OA'}} = 1 - \dfrac{f'}{\overline{OA'}}$

Exprimons $\overline{OA'}$ en f° de $\overline{OA} = -L_o$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'} = -\frac{1}{L_o} + \frac{1}{f'} = \frac{L_o - f'}{L_o f'}$$

donc $\dfrac{g}{D} = 1 - \cancel{f'}\left(\dfrac{L_o - f'}{L_o \cancel{f'}}\right) = \cancel{1} - \cancel{1} + f'/L_o$

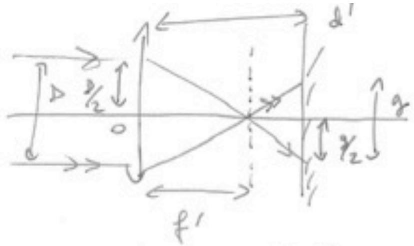
$$\boxed{L_o} = \frac{D f'}{g} = \boxed{\frac{f'^2}{g}\,\frac{1}{N}} \qquad \boxed{N = \frac{f'}{D}} \;!!$$

- Pour $N = 2,8 \rightarrow L_o = 44,6$ m
- Pour $N = 16 \rightarrow L_o = 7,81$ m

ii) Plus L_o est faible, plus la profondeur de champ $\in \left]+\infty ; L_o\right]$ est grande (zone d' image nette) donc $P_r \nearrow$ qd $N \nearrow \rightarrow$ objectif fermé !! ⚠ (+) diamètre petit.
$P_r \searrow$ qd $f' \nearrow$

d) Amélioration de la profondeur de netteté

i)



Thalès $\Rightarrow \dfrac{g}{D} = \dfrac{d' - f'}{f'} = \dfrac{d'}{f'} - 1$

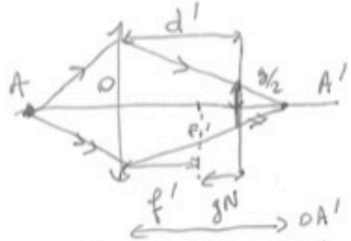
$$\rightarrow \frac{d'}{f'} = \frac{g}{D} + 1 \rightarrow d' = g\frac{f'}{D} + f'$$

$$\rightarrow \boxed{d' = f' + gN}$$

- Pour $N = 2,8 \rightarrow d' = 50,06$ mm $\rightarrow$ déplacement de 0,06 mm
- Pour $N = 16 \rightarrow d' = 50,32$ mm $\rightarrow$ déplacement de 0,32 mm

La netteté est encore assurée.

ii)



Thalès : $\dfrac{g}{D} = \dfrac{\overline{OA'} - (f' + gN)}{\overline{OA'}} = 1 - \dfrac{f' + gN}{\overline{OA'}}$

Conjugaison avec $\overline{OA} = -L_1 \rightarrow \dfrac{1}{\overline{OA'}} = \dfrac{L_1 - f'}{L_1 f'}$

$$\frac{g}{D} = 1 - (f' + gN) \times \left(\frac{L_1 - f'}{L_1 f'}\right)$$

$$\frac{g}{D} = 1 - \left(\frac{f' + gN}{f'}\right)\left(1 - \frac{f'}{L_1}\right)$$

$$\left(1-\frac{g}{D}\right)\frac{f'}{(f'+gN)} = 1-\frac{f'}{L_1} \rightarrow \left(1-\frac{g}{D}\right)\left(\frac{f'}{f'+gN}\right)-1 = -\frac{f'}{L_1}$$

$$L_1 = \frac{-f'}{\left(1-\frac{g}{D}\right)\left(\frac{f'}{f'+gN}\right)-1} = \frac{-f}{\left(1-\frac{g}{D}\right)\left(\frac{1}{1+\frac{gN}{f'}}\right)-1}$$

$\downarrow$ DL

Avec $\frac{gN}{f'} \ll 1 \rightarrow L_1 \simeq \frac{-f}{\left(1-\frac{g}{D}\right)\left(1-\frac{gN}{f'}\right)-1}$

et $\frac{gN}{f'} = \frac{gf'}{Df'} = \frac{g}{D} \rightarrow L_1 \simeq \frac{-f}{\cancel{1}-\frac{g}{D}-\frac{gN}{f'}\cancel{-1}}$

↳ on néglige l'ordre 2.

$$\boxed{L_1 \simeq \frac{f'}{+2\frac{g}{D}} = \frac{1}{2}L_0} \qquad L_0 = \frac{Df'}{g}$$

L'hyperfocale est divisée par 2 !

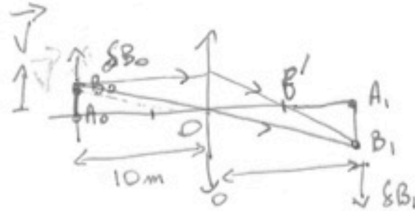
N = 16 → on voit net entre ∞ et 4,0 m → sans mise au point !!
↳ appareil très fermé ! (→ besoin de luminosité !) C'est le cas des appareils jetables !

Par contre tte image d'un objet proche sera floue !
Pour une photo, le grain de la pellicule rend le stigmatisme approché convenable. (si stigmatisme rigoureux image nette uniquement ds un plan)

e) Cycliste à 10 m avec $V = 40\ km.h^{-1}$
Temps de pose 8,0 ms

Pdt une durée T_e, le cycliste parcourt $V\,T_e \Rightarrow \delta B_0 = V T_e$
Le déplacement du point image est $\gamma V T_e$ avec γ grandissement

$$\delta B_1 = \gamma V T_e$$



Il faut que $|\delta B_1| < g$ pour avoir une image nette

(Rque) $\overline{OA_1} = 50{,}25$ mm

$$\gamma = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{A_0B_0}} = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA_0}} \text{ avec } \frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA_0}} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{\overline{OA_0}} + \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{f'+\overline{OA_0}}{f'\overline{OA_0}}$$

$$\gamma = \frac{f'\cancel{\overline{OA_0}}}{f'+\overline{OA_0}}\frac{1}{\cancel{\overline{OA_0}}} = \frac{f'}{f'+\overline{OA_0}} = +\frac{50\ mm}{50\ mm - 10\ m} = -\frac{5\cancel{0}.10^{-3}}{1\cancel{0}} = -5.10^{-3}$$

donc $\delta B_1 = -5\times10^{-3} \times \underbrace{11{,}1\ m.s^{-1}}_{40\ km/h} \times 8.10^{-3}$

$\boxed{\delta B_1 \simeq -440\ \mu m}$ >> grain

Objet flou !

Avec un autofocus, il faudrait que le déplacement demeure inférieur à $g/2 = 10\ \mu m$. Mais il sera difficile de gagner ×40 !!? Il faudrait se reculer ou avoir un temps de pose + court.

la vitesse est rapide !

De plus, sans mise au point pour le jetable,
il faut évaluer la taille de la tâche d'un point → tâche image

$$r = D\left(1 - \frac{d'}{\overline{OA_1}}\right)$$

et voir si le déplacement est bien inférieur à $\frac{g}{2} - r$

pour que la tache ne déborde pas sur un autre grain lors de sa translation.