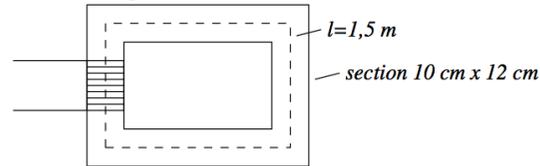
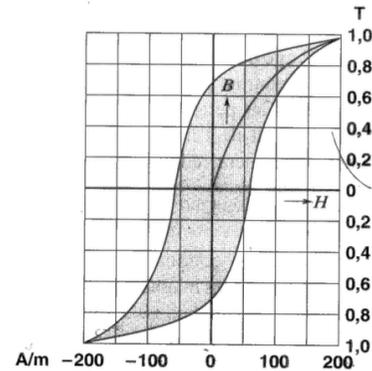


CP031. Puissance dissipée par hystérésis (*)

On applique une tension alternative de fréquence $f = 60$ Hz aux bornes de l'enroulement d'un acier pour relais.



Cet acier possède le cycle d'hystérésis suivant :



Calculer la puissance approximative moyenne dissipée par hystérésis.

Réponse : $P \approx 2,4 \times 10^2 \text{ W}$

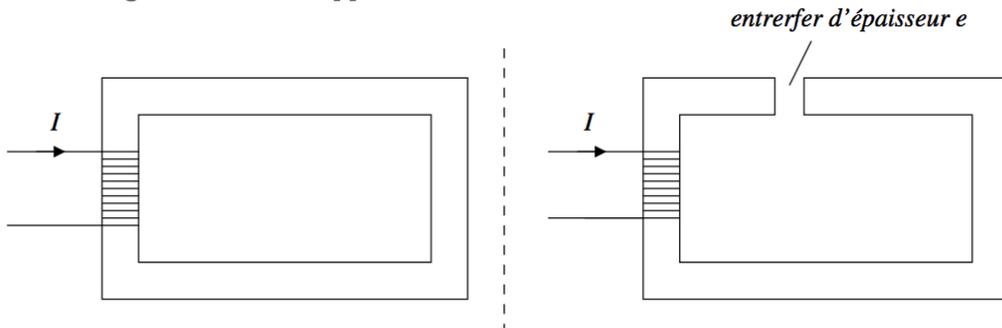
CP089. Notion de réluctance et désaturation d'un matériau magnétique (**)

On considère un matériau magnétique linéaire, homogène et isotrope de section S constante sur lequel on a bobiné N spires parcourues par un courant d'intensité I (schéma de gauche). On note $\mu = \mu_0 \mu_r$ la perméabilité magnétique du matériau. La longueur moyenne du matériau est notée ℓ .

1. Montrer que le flux magnétique Φ à travers la section droite du matériau, l'intensité du courant I et le nombre de spires sont liés par la « relation d'Hopkinson » :

$$NI = \mathcal{R}\Phi \quad \text{avec} \quad \mathcal{R} = \frac{\ell}{\mu S}$$

La grandeur \mathcal{R} est appelé « réluctance ».



2. Réaliser une analogie avec la résistance électrique en comparant la loi d'Ohm et la relation d'Hopkinson et donner le sens physique de la réluctance d'un circuit.

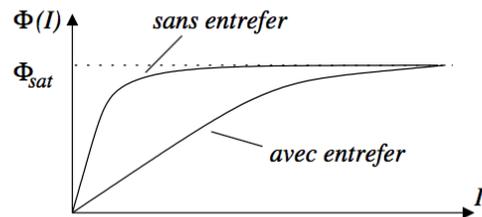
On considère maintenant que le circuit suivant possède un entrefer e , la longueur totale ℓ de la partie magnétique étant inchangée (schéma de droite).

3. Montrer que la relation d'Hopkinson prend la forme :

$$NI = \Phi \times \left(\frac{e}{\mu_0 S} + \frac{\ell}{\mu_0 \mu_r S} \right)$$

Que peut-on dire de l'association des réluctances en série ?

4. La figure suivante présente l'allure du flux au sein du matériau en fonction de l'intensité avec et sans entrefer.



Justifier l'allure des courbes et montrer que la présence de l'entrefer permet de repousser la saturation du circuit magnétique à un courant d'intensité plus élevée.

5. Exprimer l'inductance L en fonction du nombre de spires et de la réluctance et montrer que la présence de l'entrefer diminue la valeur de l'inductance du système.
6. Application : on considère tout d'abord le premier circuit avec $S = 18,8 \text{ cm}^2$,

$\mu = 1000 \times 4\pi \times 10^{-7} \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$, un courant d'intensité efficace 10 A, une fréquence d'excitation de 50 Hz et $N = 100$ spires.

Sachant qu'on souhaite une inductance $L = 20 \text{ mH}$, déterminer la longueur du matériau. Montrer qu'on se trouve alors à la limite de la saturation magnétique fixée à 1,5 T.

7. Est-il possible de faire passer un courant d'intensité efficace 20 A dans le bobinage ?
8. On ajoute un entrefer d'épaisseur $e = 3,0 \text{ mm}$, montrer que la saturation disparaît et déterminer la nouvelle valeur de l'inductance.

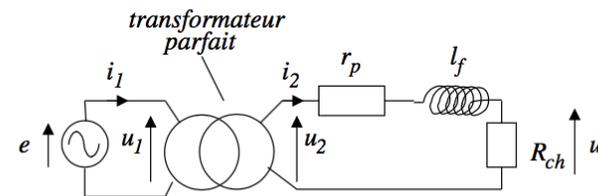
Réponses : 5 : $L = \frac{N^2}{\mathcal{R}}$; 6 : $\ell = 1,2 \text{ m}$; 8 : $L = 5,7 \text{ mH}$

Transformateurs et applications

CP002. Adaptation à l'aide d'un transformateur (**).

Dans cet exercice, on prend en compte la résistance des enroulements et la canalisation non parfaite des lignes de champ d'un transformateur en introduisant une résistance r_p et une inductance de fuite l_f au secondaire.

On considère que la perméabilité du noyau tend toujours vers l'infini. On appelle m le rapport de transformation. E désigne l'amplitude la tension du GBF.



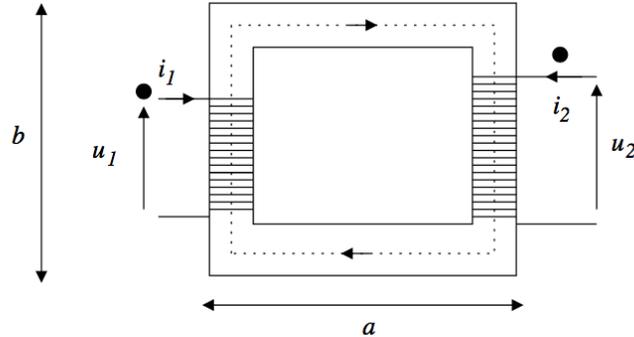
1. Rappeler la relation entre u_1 et u_2 ; en déduire l'expression de l'amplitude complexe \underline{U} de la tension au niveau de la charge en fonction de ω , E , r_p , l_f et m .
2. Déterminer ρ le rendement du transformateur réel (rapport de la puissance moyenne fournie à la résistance R_{ch} sur la puissance moyenne absorbée au primaire).
3. On place un condensateur de capacité C en série avec la charge, donner l'expression de C pour que l'amplitude de la tension U soit maximale aux bornes de cette dernière ?

Réponses : 1 : $u_2 = m u_1$, $\underline{U} = \frac{m R_{ch} E}{R_{ch} + r_p + j l_f \omega}$; 2 : $\rho = \frac{R_{ch}}{R_{ch} + r_p}$; 3 : $C = \frac{1}{l_f \omega^2}$.

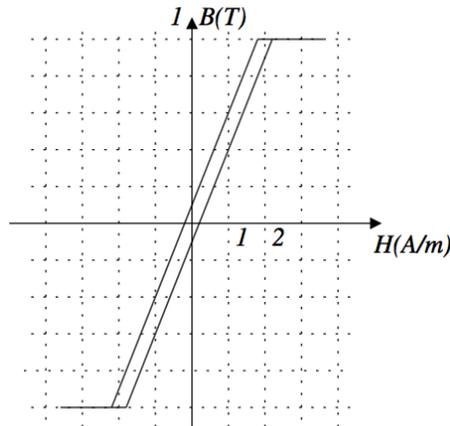
CP064. Validité du modèle linéaire d'un transformateur

On considère un cadre ferromagnétique de faible section S , de côtés moyens a et b , que l'on assimile à un tore de même périmètre. Deux bobinages de nombre de spires respectifs N_1 et N_2 parcourus par les courants i_1 et i_2 sont enroulés sur le tore.

On néglige les résistances des bobinages, les fuites magnétiques et les effets d'angle (la section S est supposée uniforme le long du cadre). Le matériau ferromagnétique est d'abord supposé linéaire.



1. Montrer que l'induction magnétique \vec{B} et l'excitation magnétique \vec{H} sont uniformes le long du cadre. Exprimer \vec{H} , puis \vec{B} (on note μ_r la perméabilité relative **finie** du noyau).
2. Déterminer les inductances L_1 et L_2 du primaire et du secondaire, ainsi que leur inductance mutuelle M . Donner la relation entre les tensions u_2 (aux bornes du secondaire) et u_1 (aux bornes du primaire).
3. On donne la courbe du cycle d'hystérésis à saturation du matériau ferromagnétique utilisé :



En déduire la valeur approximative de μ_r , du champ magnétique à saturation, du champ magnétique rémanent, de l'excitation coercitive.

On donne $N_1 = 500$ et $a + b = 10$ cm. Quel courant $i_{1,max}$ ne doit-on pas dépasser au primaire si le secondaire est utilisé à vide ?

4. Le secondaire du transformateur est chargé par une résistance R . Déterminer en régime sinusoïdal forcé la relation entre i_2 et i_1 .
On donne les valeurs numériques suivantes : $N_2 = 1000$; $R = 50 \Omega$; $f = 50$ Hz et $S = 5,0$ cm². Que devient la relation précédente ? Commenter.
5. Donner alors la relation simplifiée entre B et i_1 . En déduire la nouvelle valeur maximale en amplitude du courant au primaire $I_{1,max}$. Conclure.

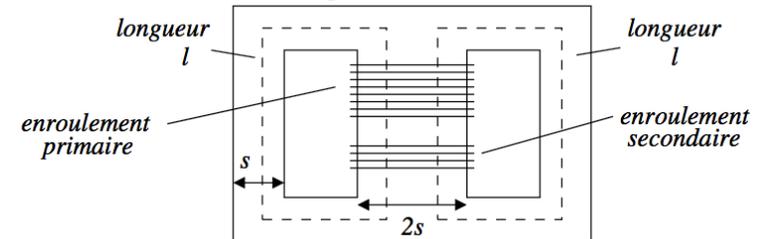
Réponses : 1 : $H = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{2(a+b)}$, $B = \frac{\mu_0 \mu_r (N_1 i_1 + N_2 i_2)}{2(a+b)}$; 2 : $L_1 = \frac{\mu_0 \mu_r N_1^2 S}{2(a+b)}$,
 $L_2 = \frac{\mu_0 \mu_r N_2^2 S}{2(a+b)}$, $M = \frac{\mu_0 \mu_r N_1 N_2 S}{2(a+b)}$, $\frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1}$; 3 : $\mu_r = 4,0 \times 10^5$, $B_{sat} = 1,0$ T, $B_r = 0,1$ T,
 $H_c = 0,2$ A/m, $i_{max} = 0,8$ mA ; 4 : $i_2 = \frac{-N_1 i_1}{N_2 + \frac{2(a+b)R}{\mu_0 \mu_r \omega N_2 S}}$; 5 : $I_{1,max} = \frac{\omega N_2^2 B_{sat} S}{N_1 R} = 6,3$ A

Pour aller plus loin

CP070. Transformateur réel (***)

On étudie un transformateur monophasé 220 V/110 V de puissance apparente 500 VA.

Ce transformateur est alimenté au primaire en 220 V sous 50 Hz.



Pour réaliser ce transformateur, on utilise le circuit magnétique représenté ci-dessus.

On admet que la section du tube d'induction est $s = 8,0$ cm² et que la longueur de la ligne de champ magnétique moyenne (en pointillé sur la figure) est $l = 25$ cm.

Les tôles utilisées, non saturées, ont les caractéristiques suivantes : perméabilité relative $\mu_r = 3,1 \times 10^3$, masse volumique $7,2 \times 10^3$ kg · m⁻³.

1. Sachant que le primaire est alimenté par une tension de 220 V de fréquence 50 Hz, déterminer le nombre N_1 de spires du primaire pour que, dans le fer,

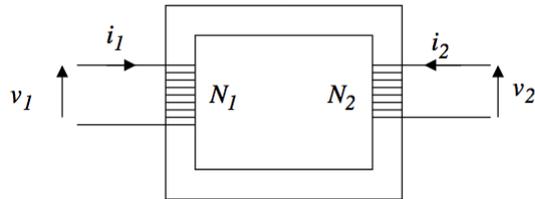
le champ magnétique soit de un tesla. En déduire N_2 . Combien faudrait-il de spires si la fréquence valait 400 Hz ?

2. Modèle du transformateur réel :

On cherche maintenant à représenter un modèle linéaire de ce transformateur réel tenant compte du caractère fini de la perméabilité relative μ_r .

On considère le schéma suivant pour le transformateur : on appelle N_1 le nombre de spires au primaire, N_2 le nombre de spires au secondaire, μ_r la perméabilité magnétique relative du milieu (non infinie!), Φ le flux magnétique à travers la section droite S du noyau. On appelle l la longueur moyenne d'une ligne de champ dans le fer.

On ne tient pas compte des pertes par effet Joule et des pertes fer.



(a) En se plaçant en régime forcé à la pulsation ω , montrer que :

$$v_1 = j\omega N_1 \Phi \quad ; \quad v_2 = j\omega N_2 \Phi \quad ; \quad N_1 i_1 + N_2 i_2 = \mathcal{R} \Phi$$

avec $\mathcal{R} = \frac{l}{S\mu_0\mu_r}$ appelée réluctance du dispositif.

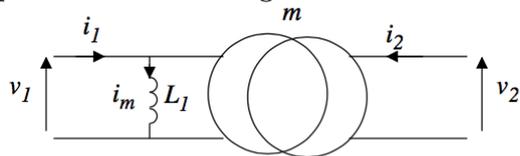
(b) Montrer que la dernière relation peut se réécrire :

$$i_1 - I_m = -\frac{N_2}{N_1} i_2$$

avec $I_m = \frac{v_1}{j\omega L_1}$ le courant magnétisant, et L_1 l'inductance propre du circuit primaire.

(c) Que vaudrait I_m pour $\mu_r \rightarrow +\infty$?

(d) Justifier alors le nouveau schéma proposé pour le transformateur pour tenir compte de ce courant magnétisant.



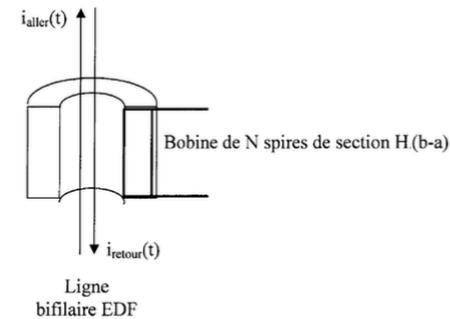
(e) Calculer la valeur efficace du courant magnétisant pour le transformateur réel étudié à la première question.

Réponses : 1 : $N_1 = \frac{V_{eff}\sqrt{2}}{2\pi f \times 2s \times B_0} \simeq 620$ spires, $N_2 = 310$; 2(e) : $I_m = 73$ mA

CP035. Disjoncteur différentiel (CCP, PSI, 2009, **)

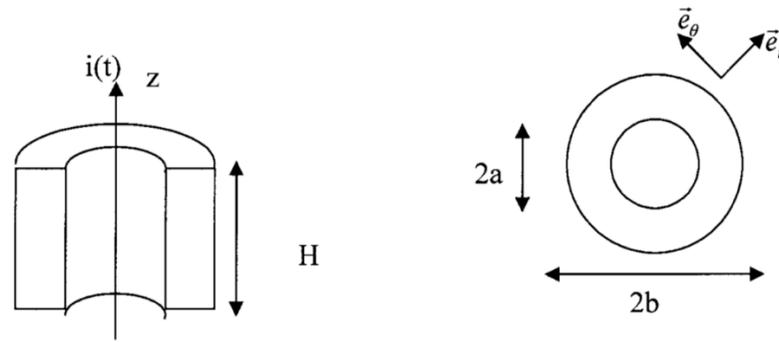
On considère le dispositif suivant qui comporte un circuit magnétique torique et un conducteur rectiligne supposé infini, parcouru par un courant $i(t)$, placé sur l'axe de révolution du tore. Le tore est à section rectangulaire de hauteur H , les côtés sont distants de a et b de l'axe de révolution; a et b sont donc les rayons intérieur et extérieur du tore. On a $b = 2a$ et $H = 1,0$ cm. Le matériau magnétique constituant le tore est supposé homogène, linéaire, de perméabilité magnétique relative $\mu_r = 10^6$.

On rappelle que $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H.m⁻¹



1. En justifiant soigneusement votre réponse, montrer qu'à l'intérieur du tore le champ magnétique est de la forme $\vec{B} = B(r, z)\vec{e}_\theta$.
2. Exprimer ce champ $B(r, z)$.
3. En déduire l'expression du flux Φ à travers une section droite du circuit magnétique.

Un disjoncteur différentiel se compose de deux circuits électriques couplés par le circuit magnétique précédent. La ligne électrique bifilaire EDF (230 V_{eff} , 50 Hz) qui assure le transport aller et retour du courant est placée au centre du circuit magnétique précédent. Une autre bobine, assimilable à un circuit ouvert, comporte N spires enroulées autour du circuit magnétique.



4. Un usager touche accidentellement un seul des deux fils de la ligne centrale bifilaire, par exemple le conducteur aller, en même temps que ses pieds sont reliés à la terre. Il y a alors un courant de fuite : tout le courant véhiculé par le conducteur aller ne repart pas par le conducteur retour. Pour qu'il n'y ait pas d'accident grave, l'intensité efficace du courant qui traverse l'utilisateur doit être inférieure à 30 mA_{eff} .
Expliquer en quoi ce dispositif permet-il de détecter une électrocution ?
5. La bobine précédente alimente un électroaimant qui coupe l'alimentation EDF sur seuil de tension : $V_{seuil} = 5 V_{eff}$.
Combien doit-elle comporter de spires pour une protection de 30 mA_{eff} (courant maximal admissible dans le corps de l'utilisateur) ?
6. En pratique, les matériaux magnétiques ne sont généralement pas linéaires, mais présentent un cycle d'hystérésis $B(H)$. Pourquoi les constructeurs de disjoncteurs différentiels recherchent-ils des matériaux magnétiques doux tel que $\frac{dB}{dH}$ en $H = 0$, soit maximum ?

Réponses :

$$2 : \vec{B} = \frac{\mu_0 \mu_r i(t)}{2\pi r} \vec{e}_\theta ; 3 : \Phi = \frac{\mu_0 \mu_r i(t)}{2\pi} H \ln \left(\frac{b}{a} \right) ; 5 : N = \frac{2\pi V_{seuil}}{\mu_0 \mu_r I_{lim} \omega H \ln(b/a)} \approx 4,0 \times 10^2$$