

Première partie : de la Terre à la Lune

La fusée lancée de Cap Canaveral en Floride, se met tout d'abord en orbite circulaire basse autour de la Terre. Elle est ensuite placée sur une orbite elliptique de transfert pour rejoindre finalement une orbite circulaire autour de la Lune. La durée d'une mission est typiquement d'une semaine.

Choix du référentiel

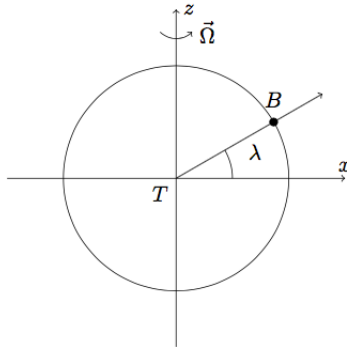
Q1. Définir les référentiels terrestre et géocentrique, notés respectivement $\mathcal{R}_T$ et $\mathcal{R}_G$.

Q2. Définir un référentiel galiléen.

Dans toute la suite, $\mathcal{R}_G$ sera le référentiel d'étude, considéré comme galiléen.

Influence de la base de lancement

La Terre, associée à une sphère de rayon $R_T = 6,38 \times 10^3$ km, est animée d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe Sud-Nord Tz , à la vitesse angulaire $\Omega = 7,29 \times 10^{-5}$ rad $\cdot$ s $^{-1}$.



Une fusée de masse m_F décolle du point B , sans vitesse initiale par rapport à la Terre, pour atteindre une orbite circulaire autour de la Terre avec la vitesse finale $v_0 = 8,0$ km $\cdot$ s $^{-1}$. par rapport à $\mathcal{R}_G$. Elle peut décoller de la base de Cap Canaveral ($\lambda_1 = 28,5^\circ$) ou de la base de Kourou ($\lambda_2 = 5,2^\circ$).

Q3. Déterminer l'économie relative réalisée, définie par $\frac{\Delta E_{c1} - \Delta E_{c2}}{\Delta E_{c1}}$, avec ΔE_{ci} la variation d'énergie cinétique lorsque la fusée passe de la base de lancement i à la trajectoire circulaire de vitesse v_0 . Commenter.

Q4. Quel(s) autre(s) avantage(s) présente la base de Kourou ?

Trajectoire du satellite

Q5. Énoncer le théorème de Gauss Gravitationnel.

Q6. En considérant la Terre comme une boule à symétrie sphérique de centre T , de masse totale m_T , déterminer le champ de gravitation $\vec{g}_T(M)$ en un point M extérieur à la Terre.

Q7. Justifier enfin que la force exercée par la Terre sur un satellite de masse m_F situé au point M soit donnée par

$$\vec{F} = -G \frac{m_F m_T}{r^3} \overrightarrow{TM}$$

où r est la distance TM et G la constante de gravitation universelle.

Un satellite de masse m_F est en orbite autour de la Terre à la distance r de son centre.

Q8. Citer les deux grandeurs mécaniques qui se conservent pour un tel mouvement.

Q9. Donner l'expression de l'énergie potentielle E_{p0} associée, en la choisissant nulle pour $r \rightarrow +\infty$.

Q10. Montrer que la trajectoire est plane. Quelle est sa nature ?

La trajectoire est maintenant considérée circulaire.

Q11. Exprimer la vitesse v_0 de la fusée, ainsi que son énergie cinétique E_{c0} , en fonction de G , m_F , m_T et r .

Q12. Exprimer le rapport $\frac{T_0^2}{r^3}$, où T_0 représente la période de révolution du satellite, en fonction de G et m_T . Quel est le nom de cette loi ?

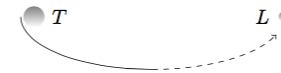
Dans la suite, on admettra que ce résultat se généralise aux orbites elliptiques en remplaçant r par a , demi-grand axe de l'ellipse.

Q13. Application numérique : calculer v_0 et T_0 pour une orbite circulaire basse ($r \approx R_T$). On donne $G \times m_T = 4,0 \times 10^{14}$ m $^3 \cdot$ s $^{-2}$.

Q14. Donner enfin l'expression de l'énergie mécanique de la fusée sous la forme $E_{m0} = -\frac{K}{2r}$, en précisant la valeur de K . Dans la suite, on admettra que ce résultat se généralise aux orbites elliptiques en remplaçant r par a , demi-grand axe de l'ellipse.

Orbite de transfert

La fusée Saturn V est d'abord placée en orbite circulaire autour de la Terre, dans un plan contenant l'axe Terre-Lune. Les moteurs du troisième étage sont alors allumés pendant une durée très courte : la vitesse de la fusée passe quasi instantanément de la vitesse v_0 à la vitesse v_1 , de telle sorte que la nouvelle trajectoire soit elliptique de grand axe $2a \approx d_{TL}$, où d_{TL} représente la distance Terre-Lune.



Q15. Exprimer l'énergie mécanique E_{m1} de la fusée lorsqu'elle suit cette nouvelle trajectoire.

Q16. En déduire l'expression de la vitesse v_1 . Application numérique.

Q17. Où est placée la Terre par rapport à cette ellipse ? À quel instant doit-on allumer les moteurs ?

Q18. Évaluer numériquement la durée t_1 du transfert Terre-Lune (parcours de la moitié de l'ellipse). On donne $d_{TL} = 3,8 \times 10^8$ m.

II.A.2) Orbite lunaire

Au voisinage de la Lune, de rayon R_L et de masse m_L , l'attraction de la Lune devient prépondérante et l'attraction de la Terre devient négligeable.

L'étude se fait désormais dans le référentiel lunocentrique, supposé galiléen.

Les paramètres du vol sont calculés pour qu'en cas de panne des moteurs, la fusée contourne la Lune pour revenir sur la Terre. (Ce fut le cas lors de la mission Apollo XIII). À l'approche de la Lune, les moteurs de la fusée sont rallumés, de façon à placer la fusée sur une orbite circulaire basse ($r \simeq R_L$) autour de la Lune.

a) Faut-il freiner ou accélérer ? Justifier qualitativement.

b) Déterminer numériquement v_2 , vitesse associée à une orbite circulaire basse autour de la Lune, avec $G \times m_L = 4,9 \times 10^{12}$ m $^3 \cdot$ s $^{-2}$ et $R_L = 1,74 \times 10^3$ km.

I - De la TerreA - Décollage1. Choix du référentiel :

- (a) Le référentiel géocentrique est le référentiel **en translation par rapport au référentiel héliocentrique et ayant pour origine le centre de la Terre**.
Le référentiel terrestre est le **référentiel lié au sol terrestre**, c'est à dire en rotation avec la Terre autour du référentiel géocentrique et ayant pour origine le centre de la Terre.
- (b) Un référentiel galiléen est un **référentiel dans lequel le principe d'inertie** (première loi de Newton) est vérifié.
- (c) $\mathcal{R}_G$ est galiléen en très bonne approximation ; on peut montrer que cela revient à négliger les termes de marées.

2. Influence de la base de lancement :

- (a) Le point B décrit une trajectoire circulaire à vitesse constante autour de l'axe de rotation terrestre sur un parallèle terrestre de rayon $r = R_T \cos \lambda$.
- (b) Le point B parcourt le cercle en un jour $T = 2\pi/\Omega$, c'est à dire pour la vitesse :

$$v_B = \frac{2\pi R_T \cos \lambda}{T} = R_T \cos(\lambda) \Omega$$

- (c) Application numérique :

$$v_B(\lambda_1) = 409 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{et} \quad v_B(\lambda_2) = 463 \text{ m.s}^{-1}$$

- (d) Dans le référentiel géocentrique, la fusée a initialement la vitesse v_B et atteint, une fois en orbite, la vitesse v_0 , ce qui représente une variation d'énergie cinétique :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m_F (v_0^2 - v_B^2)$$

- (e) Évaluons la variation relative d'énergie cinétique :

$$\frac{\Delta E_{c1} - \Delta E_{c2}}{\Delta E_{c1}} = \frac{v_{B2}^2 - v_{B1}^2}{v_0^2 - v_{B1}^2} = 7 \times 10^{-4}$$

L'apport supplémentaire de vitesse initiale permet de diminuer la variation d'énergie mécanique et de consommer moins de carburant.

- (f) On peut citer plusieurs autres avantages :

★ La Terre étant boursoufflée au niveau de l'équateur, la force de gravitation y est un peu plus faible qu'à une latitude plus élevée ; lancée de Kourou, la fusée s'extrait plus facilement d'un champ de pesanteur un peu plus faible.

★ La base de Kourou est située au bord de la mer ; en cas de problème, les débris peuvent s'écraser en mer, loin de toute habitation.

B - Orbite circulaire1. Généralités :

(a) $\vec{F}_G = -\frac{\mathcal{G}m_1m_2}{r^3}\vec{r}$.

(b) $\vec{F}_E = \frac{q_1q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3}\vec{r}$.

- (c) Théorème de Gauss électrostatique :

Le flux du champ électrostatique à travers une surface (Σ) **fermée** et **orientée** vers l'extérieur est égal à la charge totale Q_{int} contenue à l'intérieur de cette surface divisée par ϵ_0 :

$$\Phi_\Sigma = \iint_\Sigma \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

- (d) En comparant les expressions des forces électrostatique et gravitationnelle, on constate qu'il faut remplacer Q_{int}/ϵ_0 par $-4\pi\mathcal{G}M_{int}$, ce qui donne :

Le flux du champ de gravitation à travers une surface (Σ) **fermée** et **orientée** vers l'extérieur est égal à la masse totale M_{int} contenue à l'intérieur de cette surface multipliée par $-4\pi\mathcal{G}$:

$$\Phi_\Sigma = \iint_\Sigma \vec{G} \cdot d\vec{S} = -4\pi\mathcal{G}M_{int} \quad \text{avec} \quad M_{int} = \iiint_{int\Sigma} \rho dv$$

2. Champ gravitationnel terrestre :

- (a) Tout axe $(O, \vec{u}_r)$ est un axe de symétrie de révolution de la distribution, la champ de gravitation est donc selon $\vec{u}_r$.
- (b) L'invariance selon θ et φ assure que le champ de gravitation ne dépend que de la variable r .
- (c) On applique le théorème de Gauss gravitationnel en considérant une sphère centrée sur le centre de la Terre de rayon $r > R_T$ et contenant la masse totale de la Terre :

$$G(r) \times 4\pi r^2 = -4\pi\mathcal{G}m_T \quad \Leftrightarrow \quad \vec{G} = -\frac{\mathcal{G}m_T}{r^2}\vec{u}_r$$

- (d) À la surface de la Terre, on pose $R_T = r$ pour obtenir :

$$g_T = \frac{\mathcal{G}m_T}{R_T^2} = \frac{4,0 \times 10^{14}}{6,38^2 \times 10^{12}} = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$$

On retrouve bien évidemment la valeur de l'intensité de pesanteur terrestre.

- (e) En multipliant la masse m_F par le champ de gravitation, on en déduit l'expression de la force :

$$\vec{F} = -\frac{\mathcal{G}m_Tm_F}{r^2}\vec{u}_r$$

3. Mouvement d'un satellite :

(a) $E_{p0} = -\frac{\mathcal{G}m_Tm_F}{r}$.

- (b) La force étant centrale, le moment cinétique du satellite $\vec{\sigma}_0$ se conserve ; comme $\vec{r} \cdot \vec{\sigma}_0 = 0$ et $\vec{v} \cdot \vec{\sigma}_0 = 0$, le mouvement a lieu dans un plan perpendiculaire au vecteur moment cinétique.
Dans le cas général, la trajectoire est une conique.

- (c) On applique la deuxième loi de Newton au satellite dans le référentiel géocentrique ; la projection de cette équation sur la direction radiale donne :

$$-m_F r \dot{\theta}^2 = -\frac{\mathcal{G}m_Fm_T}{r^2} \quad \Leftrightarrow \quad v_0^2 = \frac{\mathcal{G}m_T}{r}$$

Pour l'énergie cinétique : $E_{c0} = \frac{1}{2} m_F v_0^2 = \frac{\mathcal{G}m_Tm_F}{2r}$.

- (d) Le satellite parcourt la distance $2\pi r$ en une durée T :

$$v_0^2 = \frac{4\pi r^2}{T_0^2} = \frac{\mathcal{G}m_T}{r} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{T_0^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{\mathcal{G}m_T}$$

Cette relation est connue sous le nom de troisième loi de Kepler.

- (e) Application numérique :

$$v_0 = \sqrt{\frac{\mathcal{G}m_T}{R_T}} = \sqrt{\frac{4,0 \times 10^{14}}{6,38 \times 10^6}} = 7,9 \text{ km.s}^{-1}$$

$$T_0 = \sqrt{\frac{4\pi^2 R_T^3}{\mathcal{G}m_T}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \times (6,38 \times 10^6)^3}{4,0 \times 10^{14}}} = 5062 \text{ s}$$

- (f) L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle :

$$E_{m0} = \frac{\mathcal{G}m_Tm_F}{2r} - \frac{\mathcal{G}m_Tm_F}{r} = -\frac{\mathcal{G}m_Tm_F}{2r}$$

II - ...à la Lune

A - Objectif Lune

1. Orbite de transfert :

(a) Pour une trajectoire elliptique de grand axe d_{TL} , $E_{m1} = -\frac{\mathcal{G}m_T m_F}{d_{TL}}$.

(b) L'énergie mécanique est constante sur la trajectoire elliptique, on l'exprime juste après l'augmentation de la vitesse :

$$E_{m1} = \frac{1}{2}m_F v_1^2 - \frac{\mathcal{G}m_F m_T}{R_T} = -\frac{\mathcal{G}m_T m_F}{d_{TL}} \Leftrightarrow v_1^2 = 2\mathcal{G}m_T \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{d_{TL}} \right)$$

Application numérique :

$$v_1 = \sqrt{2\mathcal{G}m_T \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{d_{TL}} \right)} = \sqrt{2 \times 4,0 \times 10^{14} \left(\frac{1}{6,38 \times 10^6} - \frac{1}{3,8 \times 10^8} \right)} = 11,1 \text{ km.s}^{-1}$$

(c) La Terre est située à un foyer de l'ellipse. Il faut allumer les moteurs avant que la Lune ne soit alignée sur l'axe focal de l'ellipse, de telle façon que la fusée et la Lune coupe au même moment le grand axe focal.

(d) Le satellite parcourt une moitié d'ellipse, il suffit alors de déterminer la période de révolution grâce à la troisième loi de Kepler :

$$T_1 = \sqrt{\frac{4\pi^2 (d_{TL}/2)^3}{\mathcal{G}m_T}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \times (1,9 \times 10^8)^3}{4,0 \times 10^{14}}} \simeq 9,5 \text{ jours}$$

Et donc pour la durée de parcours $t_1 = \frac{T_1}{2} = 4,8 \text{ jours}$

2. Orbite lunaire :

(a) Il faut freiner la fusée ; en effet la fusée disposait d'une énergie lui permettant presque d'échapper à l'attraction terrestre ; l'attraction de la Lune étant plus faible, il faudra nettement réduire la vitesse pour que la fusée reste au voisinage de la Lune.

(b) On applique la formule pour un mouvement circulaire :

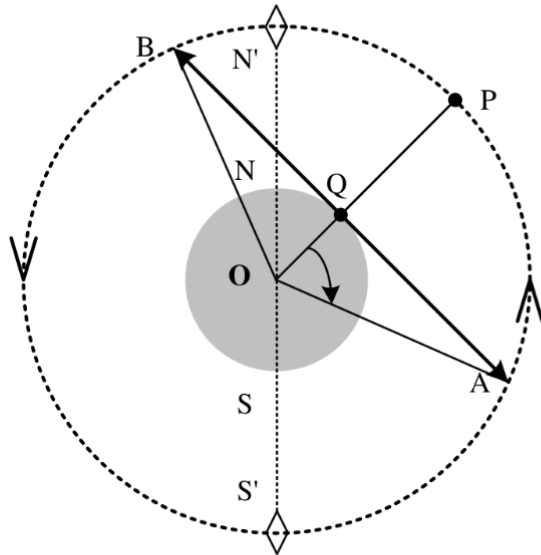
$$v_2 = \sqrt{\frac{\mathcal{G}m_L}{R_L}} = \sqrt{\frac{4,9 \times 10^{12}}{1,74 \times 10^6}} = 1,7 \text{ km.s}^{-1}$$

Sujet 02. Satellites de communication (Mines, MP, 2007)

On se propose d'étudier quelques aspects du fonctionnement de satellites de télécommunication en orbite autour de la Terre. Sauf mention contraire, on considérera que la Terre est une sphère homogène de rayon R_T , de masse M_T de centre O , immobile dans l'espace, sans rotation propre.

À la fin de cet énoncé, sont regroupées des valeurs de grandeurs physiques et un formulaire utilisables dans cette épreuve.

1. Pour un mouvement à force centrale, montrer que le vecteur moment cinétique et l'énergie mécanique du mobile sont conservés.
2. Un satellite de masse M_S est en orbite circulaire de centre O , à une altitude h de l'ordre de quelques centaines de kilomètres (orbite basse). Établir la relation entre la période de révolution T et h . Exprimer de même la relation entre la vitesse $v = \|\vec{v}\|$ et h .
3. Soient E_c et E_p l'énergie cinétique du satellite et son énergie potentielle dans le champ de gravitation de la Terre ; établir le « théorème du viriel » : $2E_c + E_p = 0$.



4. À chaque position P du satellite correspond un point Q sur la Terre à la verticale de ce point. L'ensemble des points Q définit la trace de la trajectoire. Pour un observateur situé en Q , la durée de visibilité τ d'un satellite est l'intervalle de temps entre son apparition sur l'horizon (point A de la

figure) et sa disparition sous l'horizon (point B). Exprimer τ en fonction de h , G , M_T et R_T .

5. Calculer T/τ . Pour les besoins de la téléphonie mobile, on place sur des orbites polaires (c'est-à-dire contenues dans un plan méridien terrestre) un ensemble de satellites, identiques, appelé « train de satellites ». Ces satellites sont disposés régulièrement sur leur orbite polaire commune, à l'altitude de 800 km. Calculer le nombre minimal de satellites nécessaires pour former un « train » afin que tous les points au sol, dans le même plan méridien que l'orbite, voient au moins un satellite à tout instant.
6. Dans cette question, on prend en compte la rotation de la Terre. Calculer la période et l'altitude d'un satellite placé sur orbite géostationnaire. La notion de durée de visibilité garde-t-elle, dans ce cas, un sens ? Quels sont les avantages et les inconvénients d'un satellite géostationnaire comparé au train de la question précédente ?
7. La Terre est entourée d'une atmosphère qui s'oppose au mouvement du satellite. La force de frottement $\vec{f}_a$ créée par l'atmosphère est proportionnelle au carré de la vitesse v du satellite et elle s'exprime par $\vec{f}_a = -\alpha M_S v \vec{v}$, où α a une valeur positive, constante dans cette question. Déterminer la dimension de α . Écrire le théorème de l'énergie cinétique en supposant que le théorème du viriel établi précédemment reste applicable en présence de $\vec{f}_a$. Établir l'équation différentielle vérifiée par h .
8. Un satellite placé sur une orbite d'altitude 800 km subit une diminution d'altitude d'environ 1 m par révolution ; sa vitesse est, en norme, très peu affectée au bout d'une révolution. En déduire une estimation au premier ordre de α .
Calculer, avec la même approximation, ce qu'il advient de l'altitude au bout de 10 ans de fonctionnement du satellite. Comparer à la solution exacte. Le fait d'avoir une augmentation de la vitesse en présence d'une force opposée au mouvement est-il paradoxal ?

Données :

constante de gravitation $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$;

rayon de la Terre $R_T = 6400 \text{ km}$

masse de la Terre $M_T = 6,0 \times 10^{24} \text{ kg}$; masse du satellite $M_S = 2,0 \times 10^3 \text{ kg}$

1 Satellites sur orbite circulaire

□ 1. — La relation fondamentale de la dynamique en mouvement uniforme sur une orbite circulaire

impose $G \frac{M_T M_S}{(R_T + h)^2} = M_S \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 (R_T + h)$ d'où la relation $\frac{T^2}{(R_T + h)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$ (troisième loi de Kepler). La

vitesse du satellite est $v = \frac{2\pi(R_T + h)}{T}$ donc $v^2 = \frac{GM_T}{R_T + h}$.

□ 2. — $E_c = \frac{1}{2} M_S v^2$ et $E_p = -G \frac{M_T M_S}{R_T + h}$ en prenant l'origine des énergies potentielles à l'infini donc $2E_c + E_p = 0$.

□ 3. — La durée τ est proportionnelle à la longueur $2(R + h)\varphi$ de l'arc APB , soit $\tau = T \frac{\varphi}{2\pi}$. On a par ailleurs

$\cos \varphi = \frac{R_T}{R_T + h}$ donc $\tau = \frac{(R_T + h)^{3/2}}{\sqrt{GM_T}} \arccos \frac{R_T}{R_T + h}$. Dans le cas de l'énoncé, l'application numérique fournit $\tau = 460$ s.

□ 4. — On a vu que $\frac{T}{\tau} = \frac{2\pi}{\arccos \frac{R_T}{R_T + h}} = 13,2$. Pour que la durée de visibilité totale soit égale à T , il faut

au moins 14 satellites par train. De plus, depuis chaque point de la surface solaire, un train de satellite ne couvre qu'une fraction $\frac{\varphi}{\pi} = \frac{1}{6,6}$ de l'arc de méridien. Pour couvrir tout ce méridien, il faut donc 7 trains de satellites. Finalement, la communication avec des satellites de basse altitude impose l'emploi de $7 \times 14 = 98$ satellites.

□ 5. — Pour un satellite géostationnaire, $T = T_0$ est égal à la durée du jour $T_0 = 86\,400$ s d'où on déduit

son altitude $h = \left(\frac{GM_T T_0^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} - R_T = 35\,900$ km. La durée de visibilité est alors infinie si chaque satellite est au-dessus d'un point fixe de l'équateur. Chaque satellite couvre alors une part importante de la surface terrestre et le nombre de satellites nécessaires est limité (toutefois, en raison de leur orbite équatoriale, les satellites géostationnaires sont inutilisables pour la communication avec les régions polaires); par contre, le coût énergétique de leur mise en orbite est plus élevé.

□ 6. — Puisque $\alpha m v^2$ est une force, $m v^2$ étant une énergie (produit d'une force par une longueur), la grandeur α est inverse d'une longueur. On peut alors écrire le théorème de l'énergie mécanique sous la forme $\frac{dE}{dt} = -\alpha M_S v^3$ avec d'autre part $E = E_c + E_p = \frac{E_p}{2} = -G \frac{M_T M_S}{2(R_T + h)}$ car $E_c = -\frac{E_p}{2}$, ce qui impose aussi

$M_S v^2 = G \frac{M_T M_S}{R_T + h}$. Finalement, $\frac{d}{dt} \left(G \frac{M_T}{2(R_T + h)} \right) = \alpha \left(G \frac{M_T}{R_T + h} \right)^{3/2}$ ou $\frac{dh}{dt} = -2\alpha \sqrt{GM_T (R_T + h)}$.

□ 7. — Avec $\frac{dh}{dt} = -\frac{\Delta h}{T}$ et $T = \frac{2\pi}{\sqrt{GM_T}} (R_T + h)^{3/2}$, on obtient $\alpha = \frac{\Delta h}{4\pi (R_T + h)^2} = 1,5 \times 10^{-15} \text{ m}^{-1}$. Avec

la même approximation, une valeur constante $\frac{dh}{dt} = -2\alpha \sqrt{GM_T (R_T + h)} = 1,65 \times 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, donc, en dix ans ($10 \times 365,25 \times 86\,400$ s ou $3,16 \times 10^8$ s) une chute de $\Delta' h = 52$ km. La solution exacte s'obtient par intégration de $(R_T + h)^{-1/2} dh = -2\alpha \sqrt{GM_T} dt$ ou $\sqrt{R_T + h} - \Delta'' h - \sqrt{R_T + h} = -\alpha \sqrt{GM_T} \Delta t$ d'où

une chute $\Delta'' h = R_T + h - (\sqrt{R_T + h} - \alpha \sqrt{GM_T} \Delta t)^2$ ou $\Delta'' h = 14$ km : la vitesse de descente ralentit progressivement mais l'ordre de grandeur de l'approximation restait raisonnable.

Au fur et à mesure de la descente, l'altitude diminue et la vitesse augmente donc mais l'augmentation d'énergie cinétique s'accompagne d'une diminution double de l'énergie potentielle; l'énergie mécanique diminue donc et il n'y a pas de paradoxe.

□ 8. — Puisque $\alpha(h/2) = 2\alpha(h)$, on a $\beta = 1$. On en déduit $\gamma = h\alpha(h)$ soit $\gamma = 1,2 \times 10^{-9}$.

Impact d'un bolide avec la Terre (CS, PSI, 2012)

Données :

Masse de la Terre : $M_T = 6,0 \times 10^{24}$ kg ; masse du Soleil : $M_S = 2,0 \times 10^{30}$ kg

Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N.m².kg⁻²

Constante des gaz parfaits : $R = 8,31$ J.K⁻¹.mol⁻¹

Masse molaire moyenne de l'air : $M_{air} = 29$ g.mol⁻¹.

I Collision entre un bolide et la Terre

I.A – Vitesse orbitale de la Terre

On se place dans le référentiel de Kepler, supposé galiléen, dont l'origine est confondue avec le centre du Soleil et dont les axes sont dirigés vers trois étoiles fixes très éloignées. La Terre et le Soleil présentent une symétrie sphérique. La masse de la Terre est négligeable devant celle du Soleil. La Terre décrit approximativement une orbite circulaire de rayon $R_0 = 1,5 \times 10^{11}$ m autour du Soleil et on exclut toute influence des autres planètes ou objets célestes.

I.A.1) Qu'est-ce qu'un référentiel galiléen ?

I.A.2) Quel est l'intérêt de considérer l'hypothèse de symétrie sphérique pour la Terre et le Soleil ? Quelles simplifications découlent du fait que la masse de la Terre est négligeable devant celle du Soleil lors de l'étude du système isolé constitué par ces deux corps ? Des réponses succinctes sont attendues.

I.A.3) Montrer que le mouvement circulaire de la Terre est uniforme. Exprimer la vitesse orbitale de la Terre, notée v_T , en fonction de la constante gravitationnelle G , de la masse du soleil M_S et de R_0 . Faire l'application numérique.

I.B – Vitesse d'impact du bolide

Les astéroïdes qui peuvent approcher la Terre possèdent des vitesses, dans le référentiel de Kepler, de l'ordre de $30 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. On qualifie ces objets de bolides. La Terre est assimilée à une sphère homogène de rayon $R_T = 6,4 \times 10^6$ m. On rappelle que le référentiel géocentrique a pour origine le centre O de la Terre et que ses axes sont parallèles à ceux du référentiel de Kepler.

I.B.1) On note v_b la vitesse d'un bolide dans le référentiel de Kepler et v_r sa vitesse dans le référentiel géocentrique (vitesse relative par rapport à la Terre). Donner un encadrement de la vitesse v_r en fonction de v_b et v_T . Faire l'application numérique pour les astéroïdes.

On travaille dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. Le bolide, assimilé à un point matériel pour le moment, possède une masse m_b très négligeable devant celle de la Terre. Le bolide, depuis une région très éloignée de la Terre, arrive avec une vitesse $\vec{v}_r = v_r \vec{e}_x$ et sa trajectoire est portée par une droite située à une distance b du centre de la Terre (Figure 1). Le système {Terre + bolide} est considéré comme isolé.

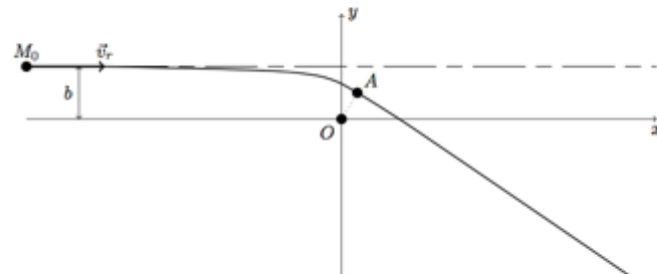


Figure 1 Trajectoire du bolide dans le champ gravitationnel de la Terre

I.B.2) Rappeler l'expression de l'énergie mécanique E_m du bolide en un point quelconque de sa trajectoire en fonction de sa vitesse v , de sa distance r au centre de la Terre, de sa masse m_b , de la masse de la Terre M_T

et de la constante gravitationnelle G . Préciser la nature de la trajectoire du bolide dans le champ gravitationnel de la Terre.

I.B.3) On note A le point de la trajectoire le plus proche de la Terre. $d_{\min} = OA$ représente donc la distance minimale entre le centre de la Terre et le bolide. Rappelons qu'en ce point, la vitesse du bolide, notée $\vec{v}_A$, est perpendiculaire au vecteur $\vec{OA}$.

a) Montrer que le moment cinétique du bolide est conservé au cours de son mouvement. En déduire une relation simple entre v_r , b , $d_{\min}$ et $v_A = ||\vec{v}_A||$.

b) Déterminer l'expression de $d_{\min}$ en fonction de G , M_T , v_r et b .

c) Pour que le bolide entre en collision avec la Terre, montrer que le paramètre d'impact b doit être inférieur à une valeur maximale, notée $b_{\max}$, que l'on exprimera en fonction de R_T , G , M_T et v_r .

I.B.4) a) En cas de collision, montrer que l'expression de la vitesse au moment de l'impact, notée v_i , peut se mettre sous la forme

$$v_i = \sqrt{v_r^2 + v_T^2}$$

où l'on exprimera la vitesse v_i en fonction de G , M_T et R_T . Calculer la valeur numérique de la vitesse v_i et préciser sa signification physique.

b) Quel est l'intervalle numérique des valeurs possibles de la vitesse d'impact v_i d'un astéroïde avec la Terre ?

III Thermodynamique de la traversée de l'atmosphère

Cette partie aborde les aspects thermodynamiques de la traversée de l'atmosphère par le bolide modélisé par une sphère pleine de rayon $r_b = 80$ m et de masse volumique $\rho_b = 2,5 \times 10^3$ kg.m⁻³. Les conséquences de la dissipation énergétique dans l'atmosphère sont importantes :

- une onde de choc se développe à l'avant du bolide avec échauffement adiabatique intense de l'air qui traverse cette onde de choc ;
- la surface du bolide est chauffée par radiation du gaz chaud qui l'entoure, produisant une fusion et une vaporisation du matériau à sa surface ;
- la matière perdue par le bolide finit par transférer son énergie à l'atmosphère sous forme d'énergie interne.

III.A – Puissance dissipée

Calculer la puissance dissipée par la force de traînée $F_t = \frac{1}{2} C \rho \pi r_b^2 v^2$ au voisinage du sol. Comparer cette puissance à celle produite par une centrale nucléaire électrique moyenne qui est de l'ordre de 1 GW.

Données : coefficient de traînée $C = 2$, masse volumique de l'air $\rho = 1,2$ kg.m⁻³ et vitesse du bolide $v = 20 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

III.B – Vitesse du son dans l'air

L'air est considéré comme un gaz parfait, non visqueux, dont le rapport des capacités thermiques $\gamma = C_p/C_v$ est constant. À l'équilibre, sa masse volumique, sa pression et sa température sont notées respectivement ρ_e , P_e et T_e (grandeurs uniformes). La propagation d'une onde acoustique représente une perturbation de cet équilibre. On note $\vec{u}(M, t)$ le champ des vitesses associé à l'onde acoustique et on pose pour les champs de pression et de masse volumique

$$\begin{cases} p(M, t) = P_e + p_a(M, t) & \text{avec } |p_a(M, t)| \ll P_e \\ \rho(M, t) = \rho_e + \rho_a(M, t) & \text{avec } |\rho_a(M, t)| \ll \rho_e \end{cases}$$

La propagation de l'onde sonore s'accompagne d'une évolution isentropique de l'air, caractérisée par le coefficient de compressibilité isentropique $\chi_S = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_S$. On se place dans le cadre de l'approximation acoustique et on néglige l'effet de la pesanteur sur la propagation de l'onde.

III.B.1) Que signifie l'approximation acoustique ? Établir, à partir de l'équation locale de la conservation de la masse et de l'équation d'Euler, deux équations différentielles reliant les grandeurs ρ_e , $\rho_a(M, t)$, $p_a(M, t)$ et $\vec{u}(M, t)$.

III.B.2) Pour quelles raisons peut-on considérer que l'évolution de l'air est isentropique ? Exprimer χ_S en fonction de ρ_e , ρ_a et p_a . Par ailleurs, montrer que l'on a également $\chi_S \simeq \frac{1}{\gamma P_e}$.

III.B.3) a) Établir et nommer l'équation de propagation vérifiée par la pression acoustique $p_a(M, t)$. Montrer que la vitesse du son, notée c_a , peut se mettre sous la forme

Impact d'un bolide avec la Terre (CS, PSI, 2012)

I - Collision entre un bolide et la Terre

A - Vitesse orbitale de la Terre

- Un référentiel galiléen est **un référentiel dans lequel la première loi de Newton est vérifiée**.
- Si les corps sont à symétrie sphérique, on peut montrer que la force de gravitation entre les corps est la même que si toute la masse était concentrée au centre du corps (théorème de Gauss gravitationnel), on peut alors traiter les corps comme ponctuels.
Si la masse du Soleil est très grande devant celle de la Terre, on peut considérer que le Soleil est fixe et on se ramène, dans le référentiel de Kepler supposé galiléen, au mouvement de la Terre soumis à une force centrale.
- Pour un mouvement à force centrale, la conservation du moment cinétique impose la constante des aires $C = r^2 \dot{\theta}$; le mouvement de la Terre étant supposé circulaire $r = R_0$, ceci assure que $\dot{\theta}$ est constant au cours du mouvement; la Terre parcourt donc sa trajectoire circulaire à un rythme uniforme.

On applique alors la relation fondamentale à la Terre dans le référentiel de Kepler :

$$M_T \vec{a} = -\frac{GM_s M_T}{R_0^2} \vec{u}_r \Rightarrow -\frac{v_T^2}{R_0} = -\frac{GM_s}{R_0^2} \quad \boxed{v_T = \sqrt{\frac{GM_s}{R_0}}}$$

Application numérique : $v_T = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 2,00 \times 10^{30}}{1,5 \times 10^{11}}} \simeq \boxed{30 \text{ km.s}^{-1}}$

B - Vitesse d'impact du bolide

- On applique la loi de composition des vitesses pour deux référentiels en translation; dans le cas général :

$$\vec{v}_{Kep} = \vec{v}_{Geo} + \vec{v}_e$$

Dans le référentiel de Kepler, la vitesse du bolide est $\vec{v}_{Kep} = \vec{v}_b$; dans le référentiel géocentrique, la vitesse du bolide est $\vec{v}_{Geo} = \vec{v}_r$; la vitesse d'entraînement est la vitesse du référentiel géocentrique par rapport au référentiel de Kepler $\vec{v}_e = \vec{v}_T$.

La formule générale appliquée à ce cas particulier donne :

$$\vec{v}_b = \vec{v}_r + \vec{v}_T \quad \text{donc} \quad \boxed{\vec{v}_r = \vec{v}_b - \vec{v}_T}$$

Les cas limites correspondent aux cas de vecteurs vitesse de même sens ou de sens opposé :

$$\boxed{v_r^{min} = v_b - v_T = 30 - 30 = 0 \text{ km.s}^{-1}}$$

$$\boxed{v_r^{max} = v_b + v_T = 60 \text{ km.s}^{-1}}$$

- L'énergie mécanique du corps est la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle :

$$\boxed{E_M = \frac{1}{2} m_b v^2 - \frac{GM_T m_b}{r} = \frac{1}{2} m_b v_r^2 > 0}$$

L'énergie mécanique est une constante du mouvement (la force est conservative), comme la vitesse vaut $v_r \neq 0$ à l'infini, l'énergie mécanique est strictement positive et la trajectoire est donc une hyperbole.

- Étude du moment cinétique :

- La force étant centrale, le théorème du moment cinétique assure que le moment cinétique du bolide est une constante du mouvement.

★ évaluons la norme du moment cinétique au point A :

$$\sigma_A = |\vec{OA} \wedge m \vec{v}_A| = m d_{min} v_A$$

★ évaluons la norme du moment cinétique au point M_0 :

$$\sigma_A = |\vec{OM}_0 \wedge m \vec{v}_r| = m b v_r \quad (\text{bras de levier})$$

La comparaison des deux expressions conduit à : $\boxed{d_{min} v_A = b v_r}$

- Utilisons la conservation de l'énergie mécanique en évaluant cette grandeur en M_0 et en A :

$$E_M = \frac{1}{2} m_b v_r^2 = \frac{1}{2} m_b v_A^2 - \frac{GM_T m_b}{d_{min}}$$

En utilisant la relation $d_{min} v_A = b v_r$, on en déduit l'équation du second degré vérifiée par d_{min} :

$$d_{min}^2 + \frac{2GM_T}{v_r^2} d_{min} - b^2 = 0$$

On conserve la racine positive :

$$\boxed{d_{min} = -\frac{GM_T}{v_r^2} + \sqrt{\left(\frac{GM_T}{v_r^2}\right)^2 + b^2}}$$

- La relation précédente indique que la distance minimale est une fonction croissante de b .

On s'intéresse au cas critique et on cherche la valeur de b notée b_{max} pour laquelle $d_{min} = R_T$. Il est plus simple d'utiliser à nouveau l'équation du second degré pour ce cas limite :

$$R_T^2 + \frac{2GM_T}{v_r^2} R_T - b_{max}^2 = 0 \quad \text{donc} \quad \boxed{b_{max} = R_T \sqrt{1 + \frac{2GM_T}{R_T v_r^2}}}$$

- Vitesse à l'impact :

- (a) On applique à nouveau la conservation de l'énergie mécanique entre M_0 et juste avant l'impact :

$$\frac{1}{2}m_b v_i^2 - \frac{GM_T m_b}{R_T} = \frac{1}{2}m_b v_r^2 \quad \text{donc} \quad v_i^2 = v_r^2 + \frac{2GM_T}{R_T}$$

On en déduit :

$$v_i = \sqrt{v_r^2 + v_l^2} \quad \text{avec} \quad \boxed{v_l^2 = \frac{2GM_T}{R_T}}$$

La vitesse v_l est la vitesse de libération, c'est à dire la vitesse qu'il faut donner à un objet lancé depuis la Terre pour qu'il puisse s'échapper de l'attraction terrestre et partir jusqu'à l'infini.

Le bolide décrit ici le mouvement inverse en convertissant son énergie potentielle en énergie cinétique.

Application numérique :

$$v_l = \sqrt{\frac{2 \times 6,67 \times 10^{-11} \times 5,98 \times 10^{24}}{6,4 \times 10^6}} \Rightarrow \boxed{v_l \simeq 11,2 \text{ km.s}^{-1}}$$

- (b) Sachant que $0 \leq v_r \leq 60 \text{ km.s}^{-1}$:

$$\boxed{v_i^{min} = \sqrt{0 + 11,2^2} = 11,2 \text{ km.s}^{-1}} \quad \boxed{v_i^{max} = \sqrt{60^2 + 11,2^2} = 61 \text{ km.s}^{-1}}$$

Sujet CCINP 2019 PC

Données numériques

Constante de Planck	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Charge électrique élémentaire	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Masse de l'électron	$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Electronvolt	$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
Permittivité du vide	$\epsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ A}^2 \cdot \text{s}^4 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$
Célérité de la lumière dans le vide	$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Partie I - Limite du modèle de *J. J. Thomson* à travers l'expérience de *E. Rutherford*

En 1898, *J. J. Thomson* fait l'hypothèse que les atomes sont constitués d'électrons emprisonnés dans une sorte de gelée de charges positives. Ce modèle est appelé modèle du "plum pudding", car *J. J. Thomson* compare les électrons aux raisins du célèbre dessert anglais. Le physicien *Jean Perrin* imagine, quant à lui, l'atome à l'image du système solaire. Il suppose que les électrons gravitent, à des distances immenses, autour d'un « soleil » d'électricité positive, sur des orbites pour lesquelles la force coulombienne et la force d'inertie s'équilibrent.

En 1909, *Ernest Rutherford*, procède à une série d'expériences dans lesquelles un faisceau de particules alpha (noyaux d'hélium 4 : ${}^4_2\text{He}$), ayant toutes la même énergie cinétique, est lancé contre une mince feuille d'or. Il observe que la majorité des particules alpha traversent la feuille d'or, mais qu'une faible proportion d'entre elles « rebondit » sur celle-ci. Le but de cette partie est de déterminer quel modèle est en accord avec cette observation expérimentale.

Nous nous plaçons d'abord dans le cadre du modèle de *J. J. Thomson*, supposant une répartition uniforme de la charge positive dans la feuille d'or.

Q1. Expliquer qualitativement pourquoi le modèle proposé par *J. J. Thomson* est incompatible avec les observations de *E. Rutherford*.

Nous nous plaçons maintenant dans le cadre du modèle de *J. Perrin*, supposant l'existence d'un noyau massif de charge positive, et on étudie le mouvement de la particule alpha lors de son passage à proximité de ce noyau.

Le noyau d'or, de charge positive ponctuelle $Z.e$, supposé ponctuel et immobile dans le référentiel galiléen du laboratoire, se situe au point O , origine d'un repère cartésien orthonormé $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

Nous considérons qu'à l'instant initial $t = 0 \text{ s}$, la particule alpha, de masse m_α et de charge électrique $q_\alpha = +2.e$, vient de « l'infini » avec un mouvement rectiligne uniforme caractérisé par un vecteur vitesse $\vec{v}_0 = \vec{v}(t=0) = v_0 \cdot \vec{e}_x$. On désigne par b la distance du point O à la trajectoire de la particule à l'infini (**figure 1**). À chaque instant t , on note $d(t)$ la distance entre la particule alpha et le point O . La particule alpha est donc repérée par le vecteur position $\vec{OM}(t) = d(t) \cdot \vec{e}_r$, avec $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ une base cylindrique locale directe.

Au plus proche du point O , la particule alpha est au point S , la distance minimale en ce point est notée d_m . La particule alpha est non relativiste. L'expérience a été réalisée sous très faible pression.

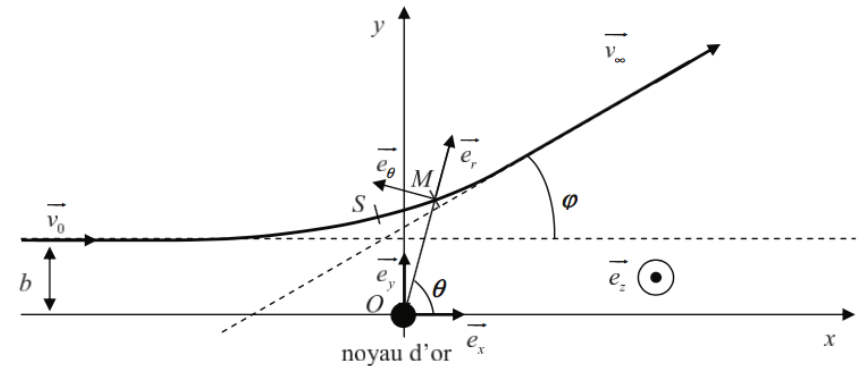


Figure 1 – Expérience de *Ernest Rutherford*

Q2. Donner l'expression de la force qui s'exerce sur la particule alpha en fonction de e , Z , d , ϵ_0 et $\vec{e}_r$. Donner l'expression de l'énergie potentielle E_p qui y est associée, en considérant que $\lim_{d \rightarrow +\infty} E_p(d) = 0$, en fonction de e , Z , d et ϵ_0 . Réécrire ces deux expressions en fonction de

$$K = \frac{Z \cdot e^2}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \text{ et } d.$$

Citer les propriétés de cette force qui permettent d'affirmer que le moment cinétique $\vec{L}_O$ par rapport au point O et l'énergie mécanique E_M de la particule alpha se conservent.

- Q3.** Déterminer, en fonction de m_α et v_0 , l'énergie mécanique E_M de la particule alpha.
- Q4.** Exprimer le moment cinétique $\vec{L}_O$, en fonction de b , m_α , v_0 et l'un des vecteurs unitaires du trièdre direct $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Pour cela, vous pourrez calculer $\vec{L}_O$ en M_0 , position initiale de la particule alpha telle que $\vec{OM}_0 = X \cdot \vec{e}_x + b \cdot \vec{e}_y$.

- Q5.** Établir, à un instant t quelconque, l'expression du moment cinétique $\vec{L}_O$ en fonction de $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$, m_α , d et de l'un des vecteurs unitaires du trièdre direct $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

En déduire une relation entre d , b , $\dot{\theta}$ et v_0 .

- Q6.** Au sommet S de la trajectoire, le vecteur vitesse $\vec{v}_S$, de norme v_S , de la particule alpha est perpendiculaire au rayon vecteur $\vec{OS}$, de norme d_m . Déterminer un polynôme du second degré en d_m et en déduire l'expression de d_m en fonction de K , b , m_α et v_0 .
- Q7.** Malheureusement, b est inaccessible à la mesure. Par contre, l'angle de déviation φ est facilement mesurable. Il faut donc trouver la relation qui lie φ à b . Pour cela, vous écrirez le principe fondamental de la dynamique (P.F.D.) en fonction de K , d , m_α , $\vec{v}$ et $\vec{e}_r$. Projeter le P.F.D. sur l'axe des x en introduisant la composante v_x de la vitesse selon l'axe des x , et l'angle θ (figure 1, page 3).

Réécrire cette équation en fonction uniquement de v_x , θ , $\dot{\theta}$, K , b , m_α et v_0 .

Intégrer cette équation entre $t = 0$ et $t \rightarrow \infty$. On remarquera que $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) \approx \varphi$.

En déduire que la relation qui lie φ à b est : $\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{K}{b \cdot m_\alpha \cdot v_0^2}$.

On rappelle que : $\cos \varphi - 1 = -2 \cdot \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$ et $\sin \varphi = 2 \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)$.

- Q8.** À partir de quelle valeur de φ les particules alpha rebondissent-elles sur la feuille d'or ? Expliquer pourquoi le modèle de *J. Perrin* permet d'interpréter les observations de *E. Rutherford*.

Nous nous proposons maintenant d'évaluer une borne supérieure à la dimension de ce noyau.

- Q9.** Montrer que la relation qui lie d_m à φ est : $d_m = \frac{K}{m_\alpha \cdot v_0^2} \cdot \left(1 + \frac{1}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}\right)$.

- Q10.** Pour quelle valeur φ_m de l'angle φ , la distance d'approche est-elle minimale ? Déterminer, dans ce cas, l'expression de d_m en fonction de K , m_α et v_0 .

- Q11.** Que vaut b pour $\varphi = \varphi_m$? Représenter l'allure de la trajectoire de la particule alpha pour cet angle et faire figurer d_m sur votre schéma. Justifier que d_m constitue une borne supérieure du rayon du noyau. Sachant que l'énergie typique d'une particule alpha est de 5 MeV et que le numéro atomique de l'or est $Z = 79$, déterminer numériquement la valeur de d_m .

- Q12.** Justifier que, pour effectuer des expériences de physique nucléaire, il faut disposer de particules de haute énergie.

Partie II - Limite du modèle planétaire

Le modèle de *J. J. Thomson* est écarté et l'on considère que les électrons évoluent, avec un mouvement circulaire uniforme, autour d'un noyau massif de charge électrique positive. Néanmoins, ce modèle est en contradiction avec une loi classique de l'électromagnétisme : toute particule chargée et accélérée émet de l'énergie électromagnétique. Pour mettre en évidence les conséquences de cette loi classique de l'électromagnétisme, nous allons étudier le mouvement de l'électron de l'atome d'hydrogène, de masse m_e et de charge électrique $q_e = -e$, qui tourne autour de son noyau, un proton de masse m_p et de charge électrique $q_p = +e$, sur une orbite circulaire de rayon r (figure 2). Le noyau est considéré, dans le référentiel galiléen du laboratoire, fixe, ponctuel et placé en son centre C . Le centre de la trajectoire circulaire de l'électron est donc C .

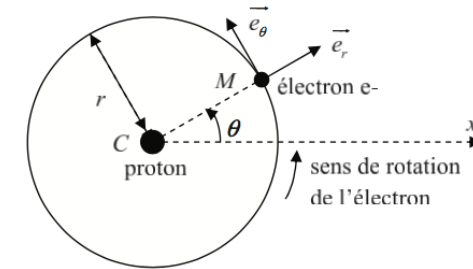


Figure 2 – Modèle planétaire de l'atome d'hydrogène

Pour étudier le mouvement circulaire de l'électron, nous allons utiliser le repère polaire pour lequel, en un point M de la trajectoire décrite par l'électron, on associe deux vecteurs unitaires $\vec{e}_r$ et $\vec{e}_\theta$ (figure 2). $\vec{e}_\theta$ est le vecteur tangent à la trajectoire au point M et dirigé dans le sens du mouvement. La position de l'électron est repérée par le vecteur position : $\vec{CM} = r \cdot \vec{e}_r$ et l'angle $\theta = (\vec{Cx}, \vec{CM})$.

- Q13.** Déterminer l'expression du vecteur vitesse $\vec{v}$ de l'électron en fonction de e , m_e , ϵ_0 , r et d'un vecteur unitaire.

- Q14.** Exprimer l'énergie mécanique $E_M(r)$ de l'électron sous la forme $E_M(r) = A \cdot f(r)$ où A est une constante négative dont vous préciserez l'expression en fonction de e , ϵ_0 et $f(r)$ une fonction qui ne dépend que de r que vous déterminerez également.

- Q15.** Une loi classique de l'électromagnétisme indique que toute particule chargée et accélérée émet de l'énergie électromagnétique. Aussi, d'après cette théorie, l'électron devrait émettre un rayonnement électromagnétique de puissance moyenne :

$$P(r) = \frac{\omega^4 \cdot e^2 \cdot r^2}{12 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot c^3}$$

où ω est la vitesse angulaire de l'électron et c la vitesse de la lumière dans le vide.

Cette puissance peut être mise sous la forme $P(r) = P_0 \cdot \frac{1}{r^4}$, où P_0 est une constante.

Déterminer l'expression de P_0 et son unité.

Justifier que le rayon de la trajectoire de l'électron diminue au cours du temps.

- Q16.** Montrer qu'il existe une relation différentielle de la forme : $r^2 \cdot \frac{dr}{dt} = \frac{P_0}{A}$.

- Q17.** À $t = 0$, on suppose que l'électron se trouve sur une orbite de rayon R . Donner l'expression, en fonction de P_0 , R et A , du temps t_f mis par l'électron pour atteindre le noyau.

On donne $R = 1,0 \cdot 10^{-10}$ m, calculer t_f . Commenter le résultat obtenu.