

Exercice 6 : Multiplicateur de capacité

1. Dans ce montage, il y a deux rétroactions, plus ou moins directes, sur l'entrée inverseuse. Donc un fonctionnement stable est très probable, ce qui justifie l'hypothèse d'un régime linéaire, à condition qu'il n'y ait pas de saturation en tension de sortie ou que le slew-rate ne se manifeste pas.
2. L'ALI est idéal et en régime linéaire, donc $v_- = v_+ = 0V$. D'autre part, comme l'intensité du courant i_- est nulle, la loi des nœuds en N donne

$$jC\omega E + \frac{S}{R_1} = 0 \Rightarrow S = -jRC\omega E.$$

Écrivons la loi des nœuds en A :

$$I_e = \frac{E-S}{R_2} + jC\omega E \Rightarrow I_e = E \left(\frac{1}{R_2} + \frac{R_1}{R_2} jC\omega + jC\omega \right).$$

Nous en déduisons l'expression de l'admittance d'entrée du montage :

$$Y_e = \frac{1}{R_2} + jC\omega \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right).$$

3. Le schéma électrique équivalent contient deux branches en parallèle. La première est constituée d'une résistance de valeur R_2 et la seconde d'un condensateur de capacité C' , avec

$$C' = C \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right).$$

4. Pour multiplier par mille la capacité C , il suffit de prendre $R_1 = 10^3 R_2$. Ce montage permet donc de simuler des capacités de grandes valeurs, difficiles à réaliser et souvent volumineuses.

Exercice 7 : Filtre Sallen Key

1. Il faut d'abord commencer par redessiner le circuit avec les composants choisis (figure 3.29). Nous reconnaissons un bloc amplificateur non inverseur de gain $K = 1 + \frac{R_1}{R_2}$.

À très basse fréquence, les condensateurs se comportent comme des circuits ouverts. Le montage est alors équivalent à celui de la figure 3.30.

L'analyse de ce schéma montre que l'intensité du courant dans la résistance $2R$ est nulle. Par conséquent,

$$v_+(t) = 0V \Rightarrow v_-(t) = 0V \Rightarrow s(t) = 0V.$$

À haute fréquence, les condensateurs se comportent comme des fils. Le montage est alors équivalent à celui de la figure 3.31. À nouveau, $v_+(t) = 0V$ et $s(t) = 0V$.

Conclusion :

Ce filtre ne laisse passer, ni les basses fréquences, ni les hautes fréquences. Il s'agit donc, effectivement, d'un filtre passe-bande.

2. Les étapes de calcul nécessaires à l'établissement de la fonction de transfert sont :

- reconnaître le bloc amplificateur non inverseur de gain K ;
- exprimer le potentiel du nœud A en fonction de v_+ grâce à un diviseur de tension, puis en fonction de $s(t)$ grâce au gain K ;
- enfin, exploiter la loi des nœuds au point A , en l'écrivant à l'aide des potentiels e , s et v_+ . Il reste ensuite à mettre en forme l'expression obtenue.

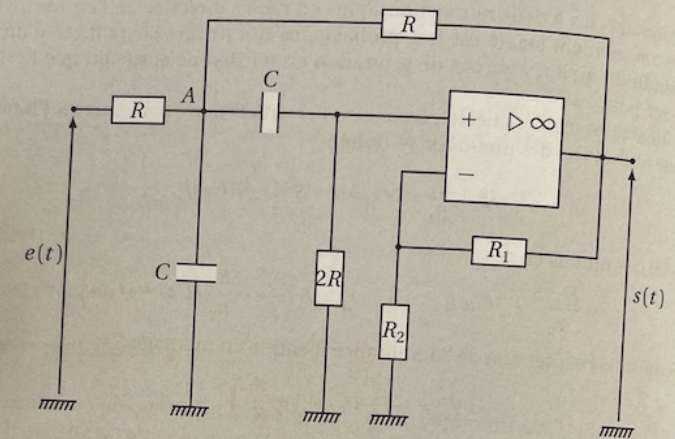


Figure 3.29. Filtre sélectif à structure de Sallen et Key.

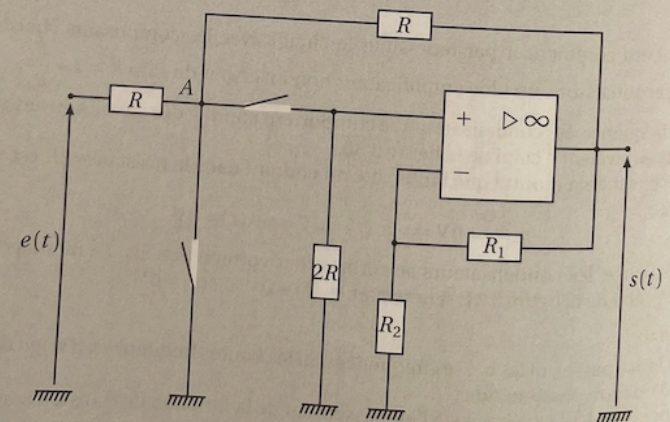


Figure 3.30. Filtre sélectif de Sallen et Key : schéma équivalent en basse fréquence.

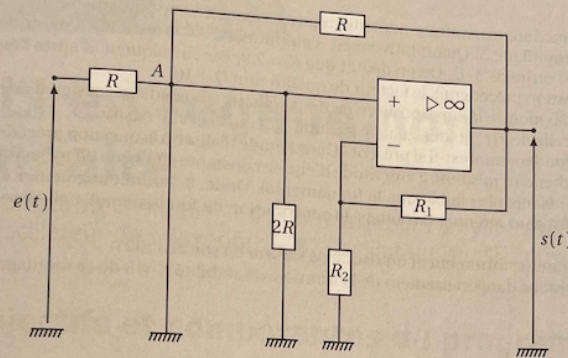


Figure 3.31. Filtre sélectif de Sallen et Key : schéma équivalent en basse fréquence.

L'analyse rapide de la fonction de transfert montre que

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \quad \text{et} \quad Q = \frac{1}{3-K}.$$

Nous constatons que le facteur de qualité ne dépend que du gain du bloc amplificateur non inverseur et non des valeurs de R ou C . Autrement dit, si on fait varier conjointement la valeur de C pour les deux condensateurs, nous déplaçons la pulsation centrale du filtre sans changer son facteur de qualité.

3. À partir de la fonction de transfert, on en déduit l'équation différentielle :

$$(RC)^2 \frac{d^2 s}{dt^2} + (3-K)RC \frac{ds}{dt} + s(t) = KRC \frac{de}{dt}.$$

Le système est stable si les coefficients de l'équation différentielle sans second membre sont de même signe. Cela implique $K < 3$.

4. **Analyse :** Pour sélectionner l'harmonique 3, il faut la faire coïncider avec la pulsation propre du filtre. D'autre part, il faut également qu'il soit très sélectif pour que le fondamental et l'harmonique 5 soient suffisamment atténués. La largeur de la bande passante doit donc être beaucoup plus faible que l'écart entre les harmoniques :

$$\frac{\omega_0}{Q} \ll 4 \times \frac{2\pi}{T}.$$

Il y a évidemment beaucoup de choix possibles. Arbitrairement, nous choisissons

$$\omega_0 = 3 \times \frac{2\pi}{T} \quad \text{et} \quad Q \geq 10.$$

Ainsi, le signal de sortie sera en phase avec l'entrée à la pulsation égale à l'harmonique 3 du signal $e(t)$.

Valeurs des composants : En choisissant une valeur typique pour R , de l'ordre du $k\Omega$, il vient

$$C = \frac{T}{6\pi R} \Rightarrow C \simeq 0,16 \mu\text{F}.$$

Indépendamment, pour avoir $Q = 10$, il faut que $K = 2,9$.

5. Le filtre fonctionne manifestement mieux pour sélectionner le fondamental que pour sélectionner l'harmonique 3. Quantitativement, l'amplitude de $s(t)$, estimée à partir de la figure 3.23a, est de l'ordre de $37E$. On en déduit que $K = 2,9$. Par conséquent, d'après l'étude effectuée à la question précédente, le facteur de qualité vaut $Q = 10$.

La figure 3.23b montre la superposition de deux signaux sinusoïdaux, un signal de période T identique à celle de $e(t)$ et un signal de période $T/3$ qui est celui désiré.

Pourquoi le fondamental est-il si présent ? Dans l'étude réalisée à la question précédente, nous avons implicitement raisonné à amplitude d'entrée constante alors que l'harmonique 3 a une amplitude trois fois plus faible que le fondamental. Donc, il faudrait augmenter K et le facteur de qualité pour atténuer davantage la contribution du fondamental. Cela pose deux problèmes :

- le gain augmente fortement et on risque de saturer en sortie d'ALI ;
- on se rapproche dangereusement de la frontière de stabilité $K = 3$ de ce montage.

I.B Coefficients d'inductance

7. Pour la boucle inductive et compte tenu de l'inductance mutuelle :

$$u = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

Pour le véhicule, en appelant u_2 la tension aux bornes de la bobine définie en convention récepteur :

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{di_2}{dt} = -\frac{M}{L_2} \frac{di_1}{dt}$$

En reportant dans la première équation :

$$u = L_1 \frac{di_1}{dt} - \frac{M^2}{L_2} \frac{di_1}{dt} = L_1 \left(1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} \right) \frac{di_1}{dt}$$

On en déduit : $q = \frac{M^2}{L_1 L_2}$.

Défect par boucle inductive Air 2005

I. c - Oscillateur électrique

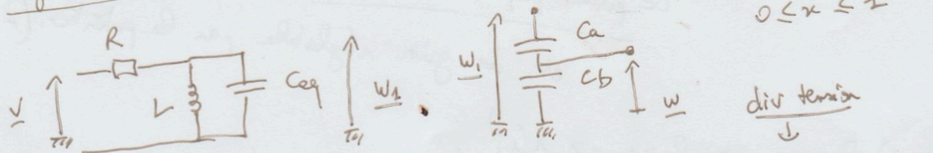
8). Interrupteur ouvert → les 2 C sont en série → $C_{eq} = \frac{C_a C_b}{C_a + C_b}$

$$\begin{array}{c} C_a \\ \parallel \\ C_b \end{array} \leftrightarrow \begin{array}{c} \parallel \\ C_{eq} \end{array} \quad \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_a} + \frac{1}{C_b}$$

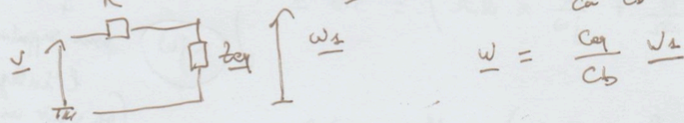
• Div. de tension

$$\underline{V_-} = \frac{x R'}{(1-x)R' + x R'} \quad \underline{V} = x \underline{V_-}$$

Régime linéaire de l'ALP → $\underline{V_+} = \underline{V_-} \rightarrow \underline{V_+} = \underline{V} = x \underline{V_-}$
→ ampli. non inverseur
 $0 \leq x \leq 1$



$$\underline{Z_{eq}} = \frac{Z_L Z_{Ceq}}{Z_L + Z_{Ceq}} \quad \underline{W} = \frac{\frac{1}{C_b}}{\frac{1}{C_a} + \frac{1}{C_b}} \underline{W_1} = \frac{C_a}{C_a + C_b} \underline{W_1}$$



$$\underline{W} = \frac{C_{eq}}{C_b} \underline{W_2}$$

Div tension → $\underline{W_2} = \frac{Z_{eq}}{Z_{eq} + R} \underline{V}$

$$\hookrightarrow \frac{Z_{eq}}{Z_{eq} + R} \underline{V} = \frac{C_b}{C_{eq}} \underline{W}$$

$$\frac{1}{1 + \frac{R}{Z_{eq}}} \underline{V} = \frac{1}{1 + j(R C_{eq} \omega - \frac{R}{L} \frac{1}{\omega})} \underline{V}$$

$$= \frac{1}{1 + j\Omega(\frac{\omega}{\Omega} - \frac{\Omega}{\omega})} \quad \underline{V} = \frac{C_b}{C_{eq}} \underline{W}$$

avec $\frac{\Omega}{\omega} = R C_{eq} \text{ et } \Omega \Omega = \frac{R}{L} \Rightarrow \Omega^2 = \frac{1}{L C_{eq}}$

$$\underline{W} = \frac{\frac{C_{eq}}{C_b}}{1 + j\Omega(\frac{\omega}{\Omega} - \frac{\Omega}{\omega})} \underline{V} \quad \text{avec } \underline{V} = \frac{\underline{U}}{x}$$

$$\underline{W} = \frac{\frac{C_{eq}}{x C_b}}{1 + j\Omega(\frac{\omega}{\Omega} - \frac{\Omega}{\omega})} \underline{U}$$

$$\underline{H} = \frac{\underline{W}}{\underline{U}} = \frac{H_0}{1 + j\Omega(\frac{\omega}{\Omega} - \frac{\Omega}{\omega})}$$

avec $H_0 = \frac{C_{eq}}{x C_b}$
 $H_0 = \frac{1}{x} \frac{C_a}{C_a + C_b}$

↳ filtre passe-bande d'ordre 2
de pulsation propre → $\omega = \Omega$ → réglable par L/C
et de gain réglable par la potenti. ($\sim x$)

9) Passage complexe → réel :

$$\underline{W} (1 + j\omega \frac{Q}{\Omega} + \frac{1}{j\omega} x \Omega R) = H_0 \underline{U}$$

(x jw) pour supprimer l'intégrale $\frac{1}{j\omega}$ (on veut une eq. diff)

$$\underline{W} (j\omega + (j\omega)^2 \frac{Q}{\Omega} + \Omega R) = H_0 \underline{U} \times j\omega$$

$$\frac{d\underline{W}}{dt} + \frac{Q}{\Omega} \frac{d^2 \underline{W}}{dt^2} + \Omega R \underline{W} = H_0 \frac{d\underline{U}}{dt}$$

$$\frac{d^2 \underline{W}}{dt^2} + \frac{\Omega}{Q} \frac{d\underline{W}}{dt} + \Omega^2 \underline{W} = \frac{\Omega H_0}{Q} \frac{d\underline{U}}{dt}$$

↳ eq. diff. d'ordre 2 d'un oscillateur amorti de facteur de qualité Q et de pulsation propre Ω

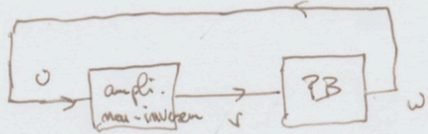
$$\frac{d^2 w}{dt^2} + a \frac{dw}{dt} + b w = c \frac{du}{dt}$$

$a = \frac{\Omega}{Q} \quad c = H_0 \frac{\Omega}{Q}$
 $b = \Omega^2$

so) Quand on ferme K alors $W = U$ le syst. est bouclé

Comme l'ALI est idéal $\rightarrow i_+ = i_- = 0$ les relat obtenues pour K ouvert avec $i(k) = 0$ demeurent valides.

Schéma bloc :



naissance des oscillat sur du bruit, ces oscillat de fréq. variées sont filtrées par le PB pour ne conserver que la fréq. de résonance du filtre lors du bouclage dynamique

l'équation diff. devient : $\frac{d^2 W}{dt^2} + a \frac{dW}{dt} + bW = c \frac{dW}{dt}$

W(t) $\rightarrow$ amplification des oscillat $\frac{d^2 W}{dt^2} + (a-c) \frac{dW}{dt} + bW = 0$
 Pour avoir amplification du bruit initial il faut une solution exponentielle en $e^{+t/\tau} \rightarrow$ instabilité pour $(a-c) < 0$

$a-c = 0$, à la limite $\rightarrow \frac{R}{Q} = \frac{R}{Q} H_0 = 1$

(instabilité $\Leftrightarrow$ signe des coeff. de l'éq. diff. d'ordre $\neq 1$)

L'oscillat finale se produit à $\omega = \omega_0$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L C q}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C q (1-q)^{1/2}}} \approx \frac{1}{\sqrt{L_2 C q}} \left(1 + \frac{1}{2} q\right)$$

DL
 $q \ll 1$ au 1^{er} ordre

$$\omega \approx \omega_0 \left(1 + \frac{q}{2}\right)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C q}}$$

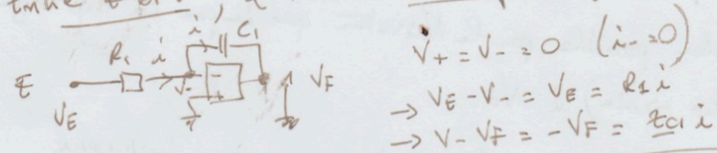
11) 12) $a-c < 0 \rightarrow K < K_0$; avec croissance des oscillat, l'amplitude sera limitée en sortie de l'ALI (V) par la tension de saturation

I - D - Détection électronique de la variat de fréq.

L'objectif de ce montage est de convertir la variation de fréq. en une variat de tension $\rightarrow$ convertisseur fréquence-tension
 pour être employé dans la détect par boucle-inductive où la fréq. chge par effet d'induction mutuelle (couplage entre 2 boucles inductif) $\downarrow$ 2 inductances

13) Entre D et E, à l'entrée du dispositif, on place un montage suivem pour récupérer le signal W sans affecter l'oscillateur électronique (isolation) avec $V_E = V_D$!

14) Entre E et F, l'ALI réalise la f° intégrateur :



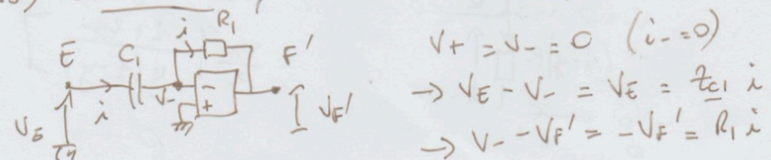
$$\begin{aligned} V_+ = V_- = 0 \quad (i_- = 0) \\ \rightarrow V_E - V_- = V_E = R_1 i \\ \rightarrow V_- - V_F = -V_F = \frac{1}{C_1} \int i dt \end{aligned}$$

$$\boxed{V_F} = -\frac{1}{R_1 C_1} \int V_E dt = -\frac{1}{j\omega R_1 C_1} V_E = -\frac{1}{j\omega} V_E$$

$\hookrightarrow V_F = -\omega_1 \int V_E dt \rightarrow$ f° intégrateur

$\rightarrow$ Amplitude : $\boxed{E_F = \frac{\omega_1}{\omega} E_0}$

15) Entre E et F', l'ALI réalise la f° dérivateur :



$$\begin{aligned} V_+ = V_- = 0 \quad (i_- = 0) \\ \rightarrow V_E - V_- = V_E = \frac{1}{C_1} \int i dt \\ \rightarrow V_- - V_F' = -V_F' = R_1 i \end{aligned}$$

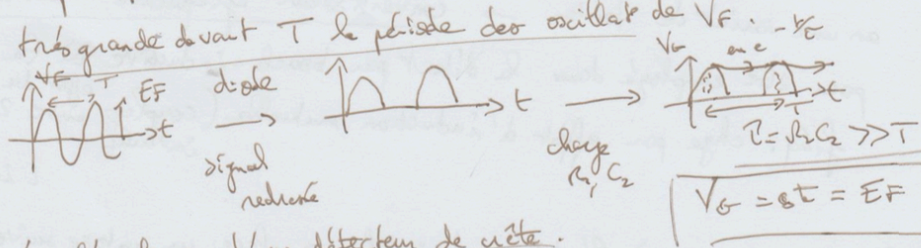
$$\boxed{V_F'} = -\frac{R_1}{C_1} \int V_E dt = -j\omega R_1 C_1 V_E = -j\omega \omega_1 V_E$$

$\rightarrow$ Amplitude : $\boxed{E_F' = \frac{\omega(q)}{\omega_1} E_0} \quad \left| V_F' = -\frac{1}{\omega_1} \frac{dV_E}{dt} \right|$

16) La diode sert à redresser le signal.

Pour obtenir un potentiel $V_G = E_F \Rightarrow$ amplitude de $V_F = R_2 C_2$
il faut que la constante de temps de la charge de $R_2 C_2$ soit

très grande devant T la période des oscillations de V_F .



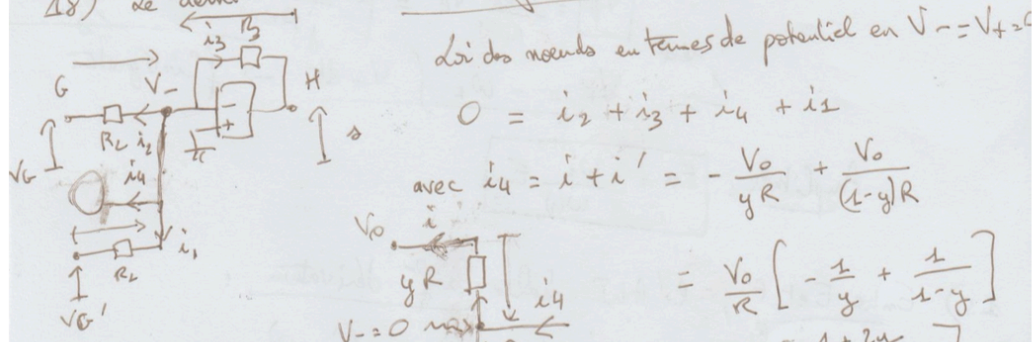
C'est l'analogie d'un détecteur de crête.

17) Avec la diode en sens inverse, la diode sera passante pour

$$V_F' < V_G' \rightarrow \boxed{V_G' = \text{cte} = -E_F}$$

Ceci est rendu possible par la dérivation qui impose un déphasage de $\pi/2$ ($\cos \rightarrow \sin$) à V_E .

18) Le dernier AII réalise la f° de sommation inversée :



donc des nœuds en termes de potentiel en $V_- = V_+ = 0$

$$0 = i_2 + i_3 + i_4 + i_1$$

$$\text{avec } i_4 = i + i' = -\frac{V_0}{yR} + \frac{V_0}{(1-y)R}$$

$$= \frac{V_0}{R} \left[-\frac{1}{y} + \frac{1}{1-y} \right]$$

$$= \frac{V_0}{R} \left[\frac{-1+2y}{y(1-y)} \right]$$

$$0 = \frac{V_- - V_G}{R_2} + \frac{V_- - V_H}{R_3} + \frac{V_0}{R} \left[\frac{-1+2y}{y(1-y)} \right] + \frac{V_- - V_G'}{R_2}$$

$$\frac{V_H}{R_3} = \frac{s}{R_3} = -\frac{V_G}{R_2} - \frac{V_G'}{R_2} + \frac{V_0}{R} \left[\frac{1+2y}{y(1-y)} \right]$$

$$s = -R_3 \left[\frac{1}{R_2} [V_G + V_G'] + \frac{V_0}{R} \left[\frac{1-2y}{y(1-y)} \right] \right]$$

$$\text{avec } V_G = E_F = \frac{\omega_1}{\omega} E_0$$

$$V_G' = -E_F' = -\frac{\omega}{\omega_1} E_0$$

$$s = -R_3 \left[\frac{E_0}{R_2} \left(\frac{\omega_1}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_1} \right) + \frac{V_0}{R} \left(\frac{1-2y}{y(1-y)} \right) \right]$$

$$\text{avec } \omega = \omega_0 (1 + \frac{q}{2}) \quad \frac{\omega_1}{\omega} = \frac{\omega_1}{\omega_0 (1 + \frac{q}{2})} \approx \frac{\omega_1}{\omega_0} (1 - \frac{q}{2})$$

$$\frac{\omega}{\omega_1} = \frac{\omega_0 (1 + \frac{q}{2})}{\omega_1} = \frac{\omega_0}{\omega_1} (1 + \frac{q}{2})$$

$$s = -\frac{R_3 E_0}{R_2} \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) - \frac{R_3 V_0}{R} \left(\frac{1-2y}{y(1-y)} \right) + \frac{R_3 E_0}{2R_2} \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{\omega_1} \right)$$

$\times q$

$\hookrightarrow$ 1^{er} ordre en q

$$s = a + b \times q$$

19) On ajuste y pour avoir $s = 0$ sans véhiculer i - e qd $q = 0$
soit $a = 0 \rightarrow$ on supprime la constante ! et on

obtient une sortie proportionnelle à q le variab (flexion)

de fréq. $\rightarrow s = b q = \frac{R_3 E_0}{2R_2} \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) \times q$