

# DS – PSI - Lycée du Parc des Loges

**PHYSIQUE**  
**Durée : 4 heures**

*Les calculatrices sont autorisées.*

*NB. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.*

*Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

## Premier problème

### II Mesure de la fréquence cardiaque

Certains manèges proposent aux passagers d'évaluer leur « peur » en mesurant leur rythme cardiaque. Le rythme cardiaque varie d'environ 60 battements par minute pour un sujet au repos jusqu'à 200 battements lors d'un effort physique intense ou d'une forte émotion. La contraction d'un muscle, le cœur en particulier, crée un signal électrique. La détermination du rythme cardiaque sur les manèges passe par la mesure de la différence de potentiel électrique entre les deux mains du passager. Sur le garde corps du manège, sont fixées deux électrodes où le passager pose ses deux mains. La différence de potentiel est de l'ordre de quelques dizaines de mV. Le rapport signal sur bruit est en général plutôt faible. Il est donc nécessaire de mettre en forme le signal avant de pouvoir extraire la fréquence cardiaque. Cette partie se propose d'étudier les différentes étapes de mise en forme du signal. Après amplification (non étudiée), le signal est soumis à deux opérations de filtrage.

Pour tout signal sinusoïdal  $u(t)$ , la grandeur complexe associée sera notée  $\underline{u}$ . Tous les amplificateurs opérationnels sont supposés idéaux.

#### II.A – Premier filtrage

Le signal amplifié est appliqué en entrée d'un filtre dont la structure est donnée figure 4.

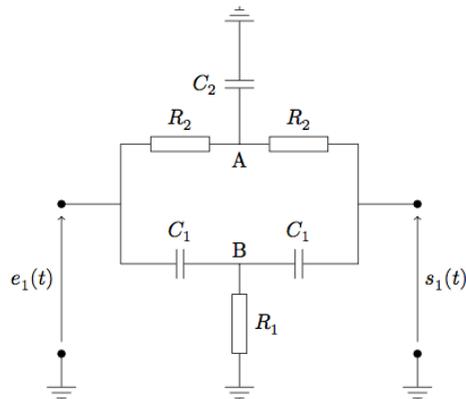


Figure 4

On donne les valeurs des composants :  $R = R_1 = R_2/2 = 16 \text{ k}\Omega$  et  $C = C_1 = C_2/2 = 0,1 \mu\text{F}$ .

Ce filtre est un filtre réjecteur : il ne transmet pas les signaux dont la pulsation est voisine de  $\omega_0 = \frac{1}{2RC}$ .

**II.A.1)** En étudiant de façon qualitative le comportement basses et hautes fréquences, justifier qu'il est légitime de dire que le filtre de la figure 4 est un filtre réjecteur.

**II.A.2)** Calculer la valeur de la fréquence  $f_0$  associée à  $\omega_0$ . Pourquoi ce filtre est-il important dans le cas présent ?

#### II.B – Deuxième filtrage : filtre passe-bande

La fréquence des battements cardiaques étant comprise dans un intervalle relativement restreint et de façon à s'affranchir au maximum de parasites hautes et très basses fréquences, on applique un filtre passe-bande au signal obtenu en sortie du filtre précédent. La structure du circuit utilisé est donnée figure 5.

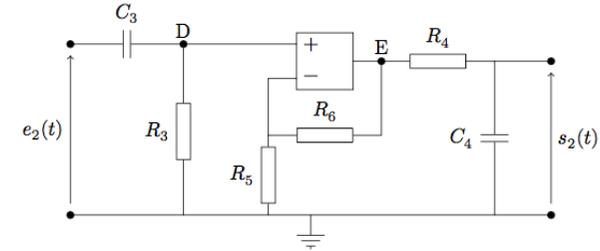


Figure 5

**II.B.1)** Comment faut-il relier le circuit précédemment étudié et le circuit de la figure 5 pour que le signal  $s_1(t)$  obtenu en sortie du filtre réjecteur ne soit pas perturbé par l'ajout du montage de la figure 5 ?

**II.B.2)** Justifier de façon qualitative que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire. Montrer de façon qualitative que ce circuit présente bien un caractère passe-bande.

**II.B.3)** On souhaite que la fréquence de coupure basse soit égale à 0,5 Hz et la haute égale à 150 Hz. Ces valeurs sont-elles compatibles avec les fréquences cardiaques humaines ?

**II.B.4)** En évaluant successivement les quotients  $V_D/e_2$ ,  $V_E/V_D$  et  $s_2/V_E$ , montrer que la fonction de transfert  $\underline{H}_2 = \underline{s}_2/\underline{e}_2$  s'exprime comme le produit de trois fonctions de transfert très simples. On précisera le rôle de chacune d'entre elles.

**II.B.5)** Proposer pour  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $C_3$  et  $C_4$  des valeurs permettant de réaliser le filtrage souhaité. Les valeurs proposées devront être compatibles avec les composants couramment utilisés en travaux pratiques.

**II.B.6)** En plus de la fonction filtrage, le filtre proposé possède un deuxième avantage. Lequel ?

**II.C –** Après amplification et filtrages, l'allure du signal obtenu est donnée figure 6.

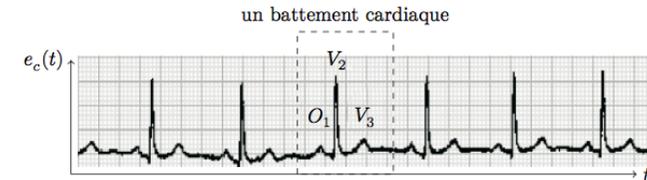


Figure 6

Le signal électrique  $e_c(t)$  émis au cours d'un battement cardiaque est complexe. En effet, la figure 6 montre trois phases distinctes : la première ( $O_1$ ) correspond à l'action des oreillettes, alors que les deux autres phases ( $V_2$  et  $V_3$ ) correspondent à l'action des ventricules. Pour rendre la mesure de la fréquence cardiaque possible à l'aide d'un compteur numérique (non étudié), le signal électrique du cœur est transformé en un signal créneau d'amplitude donnée, où seul le signal de la phase  $V_2$  est sélectionné. Cependant, malgré les opérations de mise en forme, le signal de la phase  $V_2$  reste complexe, comme le met en évidence la figure 7 qui représente le détail d'un battement cardiaque.

**II.C.1)** Le signal électrique  $e_3(t)$  correspondant aux battements cardiaques est appliqué sur l'entrée + de l'amplificateur opérationnel du montage de la figure 8. La tension  $V_0$  est une tension continue et positive.

Expliquer le fonctionnement de ce dispositif. Que va être la réponse de ce circuit à un signal du type de celui de la figure 7 ? Ce circuit est-il adapté à la détermination de la fréquence cardiaque ? Justifier la réponse (on pourra s'aider d'un schéma).

## Deuxième problème

Les matériaux piézoélectriques ont la capacité de voir apparaître une différence de potentiel entre leurs faces lorsqu'on exerce sur elles une contrainte (effet direct) mais également de pouvoir se déformer sous l'action d'une différence de potentiel imposée (effet inverse), ce qui en fait des matériaux très intéressants sur le plan des applications. On propose ici d'étudier différentes utilisations de ces matériaux. Les quatre parties de ce problème sont indépendantes.

### I Utilisation en capteur de forces

Les montages ci-après utilisent des amplificateurs linéaires intégrés (ALI) supposés idéaux et fonctionnant en régime linéaire.

#### I.A – Mesure de l'intensité d'une force s'exerçant sur une lame piézoélectrique

On suppose qu'une force  $\vec{F}$  régulièrement répartie est exercée sur la face de la lame, celle-ci entraînant l'apparition d'une tension  $V_e$  à ses bornes et de deux charges opposées  $+q$  et  $-q$  sur les faces de la lame. La charge  $q$  est liée à  $V_e$  ainsi qu'à la force  $\vec{F}$  exercée de sorte que  $q = CV_e = KF$  où  $C$ ,  $K$  et  $F$  représentent respectivement une capacité, une constante de proportionnalité et l'intensité de la force  $\vec{F}$ .

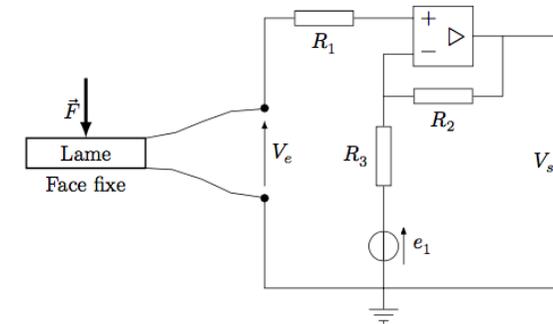


Figure 1

**Q 1.** Après avoir rappelé le modèle de l'amplificateur linéaire intégré idéal, exprimer la tension  $V_e$  en fonction de  $e_1$ ,  $V_s$  et des différentes résistances (figure 1).

#### Application numérique

**Q 2.** On donne :  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 6,5 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 1,0 \text{ k}\Omega$  et  $e_1 = 100 \text{ mV}$ . On mesure  $V_s = 6,50 \text{ V}$ , en déduire  $V_e$ .

**Q 3.** Sachant que  $C = 8,0 \times 10^{-13} \text{ F}$  et que  $K = 1,0 \times 10^{-12} \text{ C}\cdot\text{N}^{-1}$ , déterminer l'intensité de la force  $\vec{F}$  s'exerçant sur la lame.

#### I.B – Mesure de la fréquence d'une force excitatrice sinusoïdale s'exerçant sur une lame

On considère que la lame est soumise à une action mécanique variant sinusoïdalement dans le temps à la fréquence  $f$ , fréquence que l'on se propose de déterminer à l'aide du montage de la figure 2.

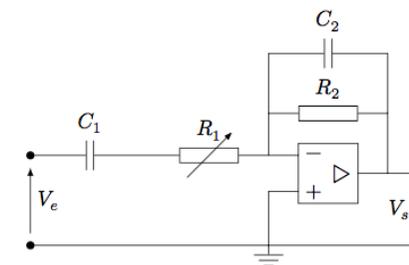


Figure 2

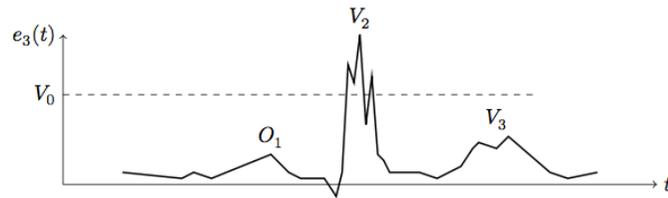


Figure 7

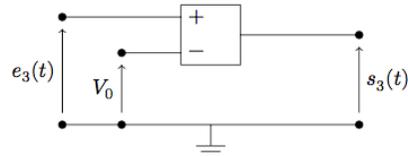


Figure 8

**II.C.2)** En réalité, le circuit utilisé est donné figure 9. La tension  $V_0$  est une tension continue et positive.

On considère dans un premier temps un signal d'entrée sinusoïdal  $e_4(t) = E_0 \cos(\omega t)$ .

Justifier qualitativement que l'amplificateur opérationnel ne peut pas fonctionner en régime linéaire.

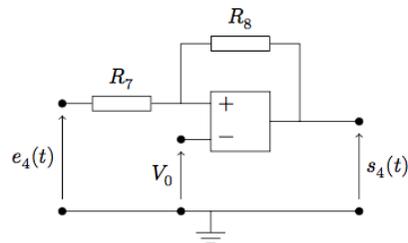


Figure 9

On souhaite que  $s_4(t) = +V_{\text{sat}}$ ,  $V_{\text{sat}}$  étant la tension de saturation de l'amplificateur opérationnel. Montrer que  $e_4(t)$  doit être supérieure à une tension  $U_1$  dont on donnera l'expression en fonction de  $V_0$ ,  $V_{\text{sat}}$  et des résistances du circuit.

On souhaite maintenant que  $s_4(t) = -V_{\text{sat}}$ . Montrer que  $e_4(t)$  doit être inférieure à une tension  $U_2$  dont on donnera l'expression en fonction de  $V_0$ ,  $V_{\text{sat}}$  et des résistances du circuit.

Pour quelle valeur de  $e_4(t)$  se fait le basculement de  $s_4(t) = +V_{\text{sat}}$  à  $s_4(t) = -V_{\text{sat}}$  ? Même question pour le basculement de  $s_4(t) = -V_{\text{sat}}$  à  $s_4(t) = +V_{\text{sat}}$ .

Donner la condition pour que  $U_1$  soit positive.

Dans ce cas et en supposant que  $E_0 > U_2$ , représenter sur un même graphe les fonctions  $e_4(t)$  et  $s_4(t)$  en fonction du temps, en faisant apparaître les tensions  $E_0$ ,  $U_1$ ,  $U_2$  et  $V_{\text{sat}}$ . Comment s'appelle un tel montage ?

**II.C.3)** Le signal d'entrée  $e_4(t)$  est à présent le signal cardiaque  $e_c(t)$  représenté sur les figures 6 et 7. Représenter sur une même figure l'allure du signal cardiaque et celle du signal  $s_4(t)$  que l'on souhaite obtenir par le filtre. À quelles conditions sur  $U_1$  et  $U_2$  la fréquence du signal  $s_4(t)$  obtenu correspond-elle effectivement à la fréquence du rythme cardiaque ? Quel est l'intérêt du circuit effectivement utilisé par rapport à celui de la figure 8 ?

**II.D –** Le dispositif utilisé dans le manège pour la mesure du rythme cardiaque peut-il être utilisé en milieu médical ? Qu'est-ce qui peut fausser la mesure du rythme cardiaque ?

## IV Oscillateurs

On s'intéresse ici aux dispositifs résonateurs ou oscillateurs : ils sont capables de générer des oscillations à une fréquence qui leur est propre.

**IV.A** – Dans le circuit électrique d'oscillation est ajoutée une « contre-réaction » ; on va s'intéresser, dans un premier temps, au rôle de la contre-réaction. Le circuit étudié est représenté figure 8.

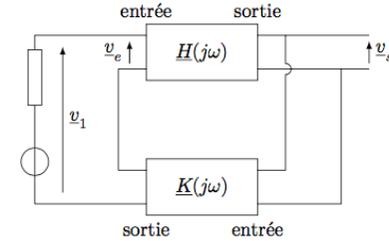


Figure 8

Le schéma du circuit peut prendre la forme de deux quadripôles de fonctions de transfert respectives  $\underline{H}(j\omega)$  et  $\underline{K}(j\omega)$  (définies comme le rapport des amplitudes complexes de la tension de sortie sur la tension d'entrée).

Donner les relations faisant intervenir les fonctions de transfert :

**Q 28.** entre  $v_s$  et  $v_e$  ;

**Q 29.** entre  $v_s$ ,  $v_e$  et  $v_1$ .

**Q 30.** En déduire la fonction de transfert globale du montage  $\underline{A}(j\omega) = v_s/v_1$  en fonction de  $\underline{H}(j\omega)$  et  $\underline{K}(j\omega)$ .

À fréquence non nulle, l'ensemble représenté peut constituer un oscillateur si la tension de sortie est non nulle alors que la tension d'entrée est nulle. En effet, le montage est alors capable de générer seul des oscillations.

**Q 31.** Donner une relation vérifiée par  $\underline{H}(j\omega)$  et  $\underline{K}(j\omega)$  qui permette d'avoir un oscillateur.

En déduire deux relations :

**Q 32.** entre les gains  $|\underline{H}(j\omega)|$  et  $|\underline{K}(j\omega)|$  notée relation (R1) ;

**Q 33.** entre les phases  $\arg(\underline{H}(j\omega))$  et  $\arg(\underline{K}(j\omega))$  notée relation (R2).

**IV.B** – Dans cette sous-partie, on étudie le filtre de Wien, dont on va voir après qu'il peut servir dans un montage oscillateur.

Le filtre est constitué de deux condensateurs identiques de capacité  $C$  et de deux conducteurs ohmiques identiques de résistance  $R$ . Le circuit correspondant est représenté sur la figure 9.

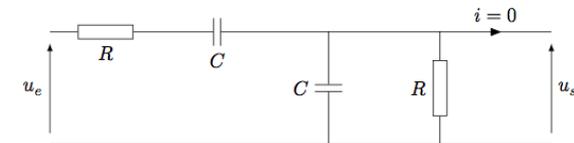


Figure 9

**Q 34.** Déterminer la fonction de transfert  $\underline{K}(j\omega) = u_s/u_e$  de ce filtre.

**Q 35.** Représenter l'allure du gain  $|\underline{K}(j\omega)|$  de ce filtre en fonction de  $\omega$ .

**Q 36.** Donner l'expression de la pulsation de résonance en fonction de  $R$  et de  $C$ . Que vaut  $|\underline{K}(j\omega)|$  à la résonance ?

**IV.C** – Le filtre de Wien est inséré dans le montage de la figure 10 ; on supposera que l'amplificateur linéaire intégré est idéal et fonctionne en régime linéaire.

On choisit de se placer à la pulsation  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ . Les notations employées ici sont volontairement similaires à celles de la figure 8.

**Q 37.** Exprimer, uniquement en fonction de  $R$ , l'impédance complexe de la branche où  $R$  et  $C$  sont en série.

**Q 38.** Même question pour  $R$  et  $C$  en parallèle.

**Q 39.** Que vaut le rapport  $\left| \frac{v}{v_s} \right|$  ? Commenter par rapport à l'étude faite en IV.B.

**Q 40.** Exprimer la différence de potentiel  $v$  en fonction de  $v_e$ ,  $v_s$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .

**Q 4.** Déterminer l'expression de la fonction de transfert du filtre de la figure 2 et la mettre sous la forme

$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{A}{1 + j(\omega/\omega_1 - \omega_2/\omega)}$$

en précisant les expressions de  $A$ ,  $\omega_1$  et  $\omega_2$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C_1$  et  $C_2$ .

**Q 5.** Indiquer quelle est la nature de ce filtre.

**Q 6.** Montrer que le gain passe par un maximum pour une pulsation  $\omega$  que l'on exprimera en fonction de  $\omega_1$  et  $\omega_2$ .

On ajuste à présent la résistance  $R_1$  de manière à ce que les signaux d'entrée et de sortie soient en opposition de phase.

**Q 7.** Comment peut-on vérifier expérimentalement que les deux signaux sont en opposition de phase ? Indiquer quel matériel peut être utilisé pour cette opération et comment le relier au montage.

**Q 8.** Déterminer la fréquence de la contrainte s'exerçant sur la lame. Calculer sa valeur numérique sachant que  $R_2 = 1,0 \times 10^2 \text{ k}\Omega$ ,  $C_1 = 50 \text{ nF}$ ,  $C_2 = 5,0 \text{ nF}$  et qu'il a fallu régler  $R_1$  à  $10 \text{ k}\Omega$  de manière à ce que les deux signaux soient en opposition de phase.

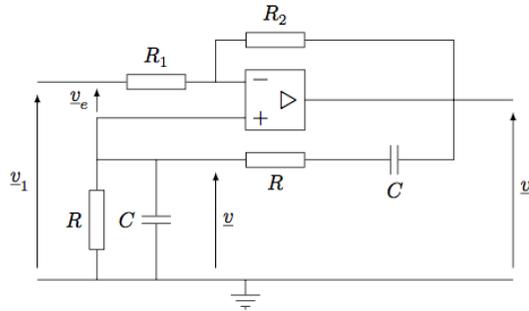


Figure 10

- Q 41. Déterminer l'expression de la fonction de transfert  $H(j\omega_0)$ .  
 Q 42. Proposer des valeurs de  $R_1$  et de  $R_2$  permettant à ce montage de fonctionner comme oscillateur.

IV.D – Plus fiable que les oscillateurs électriques, une lame de quartz peut être utilisée à la place du filtre de Wien. On donne fréquemment pour le quartz le modèle électrique de la figure 11 qui résume assez bien son comportement.

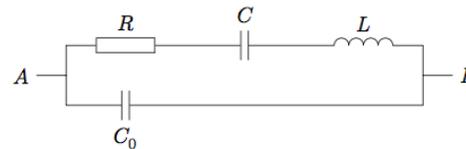
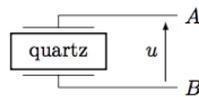


Figure 11

- Q 43. Étudier le comportement asymptotique du modèle : il s'agit, *qualitativement*, de trouver une représentation simplifiée du quartz pour les cas  $\omega \rightarrow 0$  et  $\omega \rightarrow \infty$ .

La courbe de la figure 12 représente l'allure de la partie imaginaire de l'impédance équivalente du modèle électrique du quartz :  $\text{Im}(Z_{AB})$  en fonction de la fréquence lorsque la résistance  $R$  est négligeable.

- Q 44. Quelles sont les pulsations remarquables ?

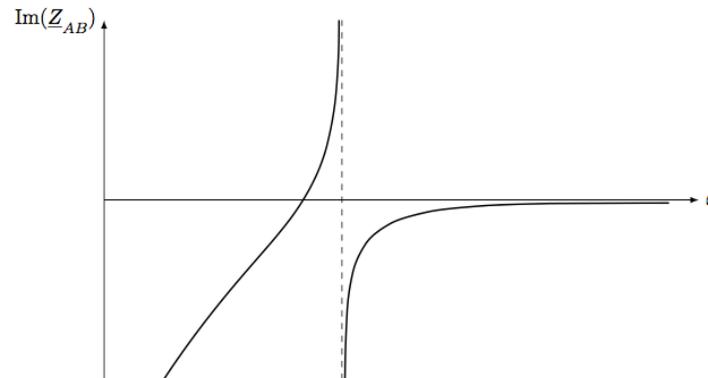


Figure 12

- Q 45. Dans quel(s) intervalle(s) peut-on dire que le comportement du quartz est capacitif ?