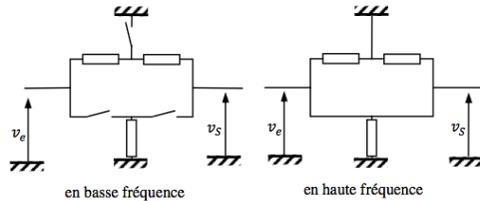


Correction

Premier problème – Mesure de fréquence cardiaque Centrale PC 2014

II.A.1. Il faut bien considérer ici que la sortie est ouverte, ce que le texte ne dit pas de façon très explicite.



En basse fréquence, on remplace les condensateurs par des interrupteurs ouverts et en haute fréquence par des fils.

On a donc en BF et en HF : $v_s \approx v_e$. On s'attend donc à un réjecteur de fréquence.

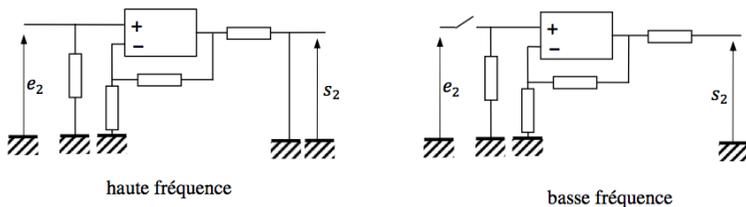
II.A.2. $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC} = 49,75 \text{ Hz}$

Ce filtre élimine le 50 Hz du secteur.

II.B.1. Il faut travailler avec un courant de sortie nul. Il faut donc placer un montage suiveur en sortie de ce filtre.

II.B.2. Il n'y a de rétroaction que sur la borne inverseuse : le montage est donc stable.

Comme précédemment, on regarde le montage équivalent en BF et HF :



En HF $s_2 = 0$ et en BF $s_2 = 0$. On s'attend donc à un filtre passe-bande.

II.B.4. Avec un diviseur de tension (l'AO est idéal) : $\frac{V_D}{e_2} = \frac{R_3}{R_3 + \frac{1}{jC_3\omega}} = \frac{jR_3C_3\omega}{1 + jR_3C_3\omega}$

De même comme $V_D = V_+ = V_-$ l'AO fonctionnant en régime linéaire, avec un nouveau diviseur de tension : $\frac{V_E}{V_D} = 1 + \frac{R_6}{R_5}$

Et un nouveau diviseur de tension à la sortie : $\frac{s_2}{V_E} = \frac{\frac{1}{jC_4\omega}}{R_4 + \frac{1}{jC_4\omega}} = \frac{1}{1 + jR_4C_4\omega}$

H_2 = passe-haut x multiplicateur par une constante x passe-bas.

II.B.5. La limite haute de la bande passante est $\omega_4 = \frac{1}{R_4C_4} = 2\pi f_4$

On a donc $R_4C_4 = 10^{-3} \text{ s}$. L'ordre de grandeur des résistances dans un montage électronique est le k Ω pour des problèmes de courant de saturation, on peut choisir $R_4 = 10 \text{ k}\Omega$ et $C_4 = 0,1 \mu\text{F}$

Pour la fréquence basse : $\omega_3 = \frac{1}{R_3C_3} = 2\pi f_3$ soit $R_3C_3 = 0,32 \text{ s}$

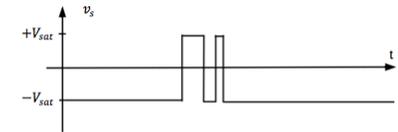
On peut choisir $R_4 = 100 \text{ k}\Omega$ et $C_4 = 3,2 \mu\text{F}$

II.B.6. Le second avantage est que ce filtre permet une amplification des signaux dans la bande passante.

II.C.1. le dispositif est un comparateur : $v_+ > v_-$ alors $v_s = +V_{sat}$ et $v_+ < v_-$ alors $v_s = -V_{sat}$

On va donc avoir un signal du type :

On a deux passages en saturation haute le montage n'est donc pas adapté.



II.C.2. On a une réaction sur l'entrée non inverseuse du montage. Celui-ci est instable.

On suppose la sortie en saturation haute : $v_s = +V_{sat}$.

Pour un courant i orienté de e_4 à s_4 , $i = i$ (avec $i_+ = 0$) s'exprime par : $\frac{e_4 - V_+}{R_7} = \frac{V_+ - s_4}{R_8}$ d'où :

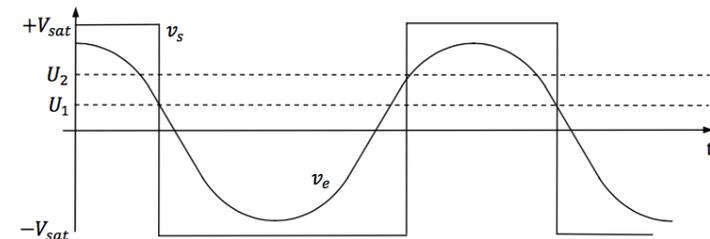
$$V_+ = \frac{R_8 e_4 + R_7 s_4}{R_8 + R_7} > V_0 = v_- \text{ car } \mathcal{E} = v_+ - v_- > 0$$

soit donc : $e_4 > \left(1 + \frac{R_7}{R_8}\right) V_0 - \frac{R_7}{R_8} V_{sat}$

Si la sortie est en saturation basse : $v_s = -V_{sat}$

alors $e_4 < \left(1 + \frac{R_7}{R_8}\right) V_0 + \frac{R_7}{R_8} V_{sat}$.

Pour que la sortie bascule de $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$, il faut que e_4 atteigne $U_1 = \left(1 + \frac{R_7}{R_8}\right) V_0 - \frac{R_7}{R_8} V_{sat}$ par valeurs croissantes. Pour $U_1 > 0$ on doit avoir $\left(1 + \frac{R_7}{R_8}\right) V_0 > \frac{R_7}{R_8} V_{sat}$



C'est un comparateur à hystérésis.

II.C.3. Pour la mesure il faut $U_2 \in [V_3, V_2]$ et $0_1 < U_1 < V_3$

On n'a pas de problèmes de rebasculement lors d'un battement.

II.D. Perturbation électrique due aux appareils électriques présents

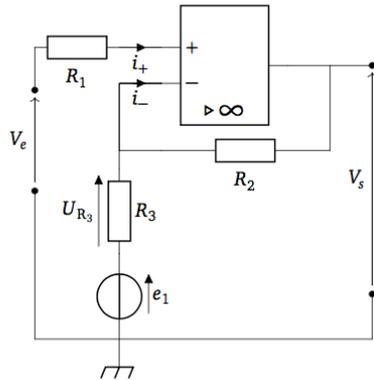
Deuxième problème – Utilisations des matériaux piézoélectriques

Centrale TSI 2020

I. Utilisation en capteur de forces

I.A. Mesure de l'intensité d'une force s'exerçant sur une lame piézoélectrique

Q1. Modèle de l'ALI idéal : gain différentiel infini, bande passante infinie, impédance d'entrée infinie, impédance de sortie nulle.



Conséquence : $i_+ = i_- = 0$, et en régime linéaire : $V_+ = V_-$.

Ainsi, $V_e - R_1 i_+ = V_e = V_+ = V_- = e_1 + U_{R_3}$

Diviseur de tension avec R_3 et R_2 en série (car $i_- = 0$) : $U_{R_3} = (V_s - e_1) \frac{R_3}{R_2 + R_3}$

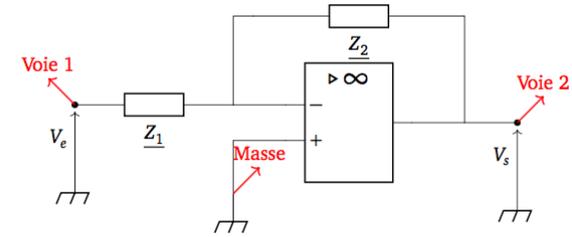
On conclut : $V_e = e_1 + (V_s - e_1) \frac{R_3}{R_2 + R_3} \Rightarrow V_e = \frac{R_2 e_1 + R_3 V_s}{R_2 + R_3}$

Q2. $V_e = 0,95 \text{ V}$

Q3. $F = \frac{CV_e}{K} = 0,76 \text{ N}$

I.B. Mesure de la fréquence d'une force excitatrice sinusoïdale s'exerçant sur une lame.

Q4. On travaille en régime sinusoïdal forcé, on passe donc par un modèle d'impédance, en notant ω la pulsation de forçage.



Sur le schéma, $Z_1 = R_1 + \frac{1}{jC_1\omega}$, et $\frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R_2} + jC_2\omega$

L'ALI est idéal, donc $V_- = V_+ = 0$, il n'y a pas de courant d'entrée à la borne - :

Loi des noeuds :

$$\frac{V_e - 0}{Z_1} = \frac{0 - V_s}{Z_2} \Rightarrow \underline{H} = \frac{V_s}{V_e} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{1}{\frac{Z_1}{Z_2}} = \frac{1}{\left(R_1 + \frac{1}{jC_1\omega}\right)\left(\frac{1}{R_2} + jC_2\omega\right)}$$

En développant :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + j(R_1 C_2 \omega - \frac{1}{R_2 C_1 \omega}) + \frac{C_2}{C_1}} = \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} + j\left(\frac{R_1 C_2}{R_2} \omega - \frac{1}{R_2 C_1 \omega}\right)}$$

Par identification : $A = \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}}$, $\omega_1 = \frac{R_1 + \frac{C_2}{C_1}}{R_1 C_2} = \frac{R_1 C_1 + R_2 C_2}{R_1 R_2 C_1 C_2}$; $\omega_2 = \frac{1}{R_2 C_1 \left(\frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}\right)} = \frac{1}{R_1 C_1 + R_2 C_2}$

Q5. $H = |\underline{H}| = \frac{A}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_2}{\omega}\right)^2}}$

$\lim_{\omega \rightarrow 0} H = 0$ et $\lim_{\omega \rightarrow +\infty} H = 0$: c'est un filtre passe-bande du second ordre.

Q6. Le gain H est maximal quand le dénominateur de la fraction est minimal, donc quand le terme sous la racine est minimal : c'est donc quand le carré est nul.

Ainsi H maximal équivaut à $\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_2}{\omega} = 0 \Leftrightarrow \omega^2 = \omega_1 \omega_2$

Comme $\omega > 0$, $\omega_{\max} = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$

Q7. Il faut observer les deux tensions à l'oscilloscope et repérer si le déphasage d'une tension par rapport à l'autre vaut π , c'est-à-dire quand le maximum d'un des signaux coïncide avec le minimum de l'autre. Une utilisation du mode XY peut être utile.

Un oscilloscope à double voie peut être utilisé, en connectant les masses à la masse du montage, et la voie 1 et 2 comme sur le schéma de la question Q4.

Q8. R_1 ayant été convenablement réglé, à la pulsation $\omega = 2\pi f$ d'excitation, le déphasage est de π entre signal de sortie et d'entrée.

$$\arg \underline{H} = \pi \Leftrightarrow \underline{H} \in \mathbb{R}^- \Leftrightarrow \frac{A}{1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_2}{\omega}\right)} \in \mathbb{R}^+ \Leftrightarrow \frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_2}{\omega} = 0 \Leftrightarrow \omega = \omega_{\max} = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

Ainsi : $f = \frac{\sqrt{\omega_1 \omega_2}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} = 0,32 \text{ kHz}$

IV. Oscillateurs

IV.A.

Q28. $H(j\omega)v_e = v_s$

Q29. $K(j\omega)v_s + v_e = v_1$

Q30. $H(j\omega)(-K(j\omega)v_s + v_1) = v_s \Leftrightarrow A(j\omega) = \frac{H(j\omega)}{1 + K(j\omega)H(j\omega)}$

Q31. Il faut que le gain $|A|$ tende vers l'infini à la pulsation choisie ω , il faut donc que le module du dénominateur tende vers 0, et donc que $K(j\omega)H(j\omega) = -1$ à la pulsation choisie.

Q32. On en déduit que $|K(j\omega)| |H(j\omega)| = 1$ (R1)

Q33. On en déduit aussi que $\arg(K(j\omega)) + \arg(H(j\omega)) = \pi$ (R2)

IV.B.

Q34. On procède à des impédances équivalentes, puis à un diviseur de tension :

$$u_s = u_e \frac{Z_{R/C}}{Z_{R \rightarrow C} + Z_{R/C}} = u_e \frac{1}{1 + Z_{R \rightarrow C} \times \frac{1}{Z_{R/C}}}$$

Or $Z_{R \rightarrow C} = R + \frac{1}{jC\omega}$ et $\frac{1}{Z_{R/C}} = \frac{1}{R} + jC\omega$, donc

$$K(j\omega) = \frac{1}{1 + \left(R + \frac{1}{jC\omega}\right) \left(\frac{1}{R} + jC\omega\right)} = \frac{1}{3 + j\left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)}$$

Q35. Gain : $|K(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{9 + \left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)^2}}$

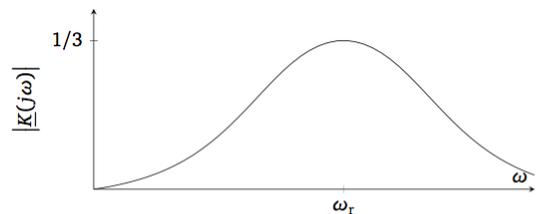
À basse fréquence, $|K(j\omega)| \rightarrow 0$; À haute fréquence, $|K(j\omega)| \rightarrow 0$ aussi.

Le maximum est atteint quand le dénominateur est minimal, donc quand la parenthèse s'annule :

$$RC\omega - \frac{1}{RC\omega} = 0 \Leftrightarrow \omega_r = \frac{1}{RC}$$

Le gain vaut alors $|K(j\omega_r)| = \frac{1}{3}$.

Avec ces données, on trace l'allure :



Q36. On a donné les réponses précédemment pour tracer l'allure : $\omega_r = \frac{1}{RC}$ et $|K(j\omega_r)| = \frac{1}{3}$

Q37. $Z_{\text{serie}} = R + \frac{1}{jC\omega_0} = R + \frac{R}{j} = R(1 - j)$

Q38. $\frac{1}{Z_{\text{par.}}} = \frac{1}{R} + jC\omega_0 = \frac{1}{R} + \frac{j}{R} = \frac{1+j}{R} \Rightarrow Z_{\text{par.}} = \frac{R}{1+j}$

Q39. L'ALI est idéal, donc l'intensité entrant dans la borne (+) est nulle. On effectue un diviseur de tension :

$$\frac{v}{v_s} = \frac{Z_{\text{par.}}}{Z_{\text{par.}} + Z_{\text{serie}}} = \frac{\frac{1}{1+j}}{(1-j) + \frac{1}{1+j}} = \frac{1}{(1-j)(1+j) + 1} = \frac{1}{3}$$

Ainsi, $\left|\frac{v}{v_s}\right| = \frac{1}{3}$. On retrouve bien le gain du filtre à la pulsation de résonance précédente.

Q40. L'ALI est idéal et en régime linéaire : $v_+ = v = v_-$

Ainsi, par loi des nœuds (l'intensité entrant dans la borne (-) est nulle) :

$$\frac{v_e}{R_1} = \frac{v - v_s}{R_2} \Rightarrow v = v_s + \frac{R_2}{R_1}v_e$$

Q41. Ainsi, $\frac{v_s}{v_e} = \frac{v}{v_e} - \frac{R_2}{R_1} = \frac{v_s}{3v_e} - \frac{R_2}{R_1} \Leftrightarrow \frac{2v_s}{3v_e} = -\frac{R_2}{R_1} \Leftrightarrow H(j\omega_0) = -\frac{3R_2}{2R_1}$

Q42. Pour $\omega = \omega_r = \omega_0$, si on veut un oscillateur, il faut avoir

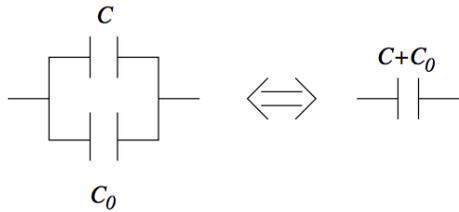
- (R1) : $|K(j\omega_0)| |H(j\omega_0)| = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \times \frac{3R_2}{2R_1} = 1 \Leftrightarrow R_2 = 2R_1$
- (R2) : $\arg(K(j\omega_0)) + \arg(H(j\omega_0)) = \pi$ c'est bien vrai, car le premier est réel positif, le second est réel négatif.

Par exemple, on peut prendre $R_1 = 1,0\text{k}\Omega$ et $R_2 = 2,0\text{k}\Omega$.

Q43. En basse fréquence, le module de l'impédance d'un condensateur tend vers l'infini, c'est donc ce terme qui l'emporte dans l'association série R, L, C de la branche supérieure, et on est alors ramené à une association parallèle de deux condensateurs, donc :

$$Z_{\text{quartz}} \sim_0 \frac{1}{j(C + C_0)\omega}$$

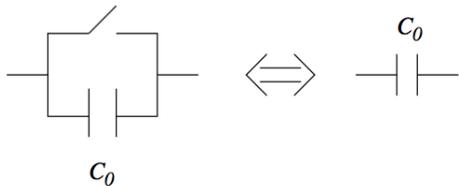
modèle électrique basse fréquence



En haute fréquence, le module de l'impédance de la bobine diverge quand celui de l'impédance du condensateur tend vers 0, le courant passe en quasi-totalité dans le condensateur C_0 :

$$Z_{\text{quartz}} \sim_\infty \frac{1}{j(C_0)\omega}$$

modèle électrique haute fréquence



Q44. On commence par exprimer l'impédance équivalente du quartz dont on néglige l'aspect résistif :

$$Z_{eq} = \frac{j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \times \frac{1}{jC_0\omega}}{j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) + \frac{1}{jC_0\omega}} \Rightarrow Z_{eq} = \frac{j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)}{1 + C_0\omega \times \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega \right)}$$

On constate que l'impédance est imaginaire pure. La partie imaginaire s'annule

pour $L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1} = 0$, c'est à dire $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Le module de l'impédance diverge pour $1 + C_0\omega_2 \times \left(\frac{1}{C\omega_2} - L\omega_2 \right) = 0$, c'est à dire :

$$\frac{1}{C\omega_2} - L\omega_2 = -\frac{1}{C_0\omega_2} \Leftrightarrow \omega_2^2 = \frac{1}{L} \times \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_0} \right)$$

C'est à dire $\omega_2 = \sqrt{\frac{C_0 + C}{LCC_0}}$.

Q45. Dans le cas général (aspect résistif non négligé), on avait identifié un comportement capacitif à basse fréquence et à haute fréquence.

Un condensateur possède une impédance imaginaire pure de partie imaginaire négative. Lorsqu'on néglige le caractère résistif, ceci est le cas de l'impédance du quartz sur les domaines :

$$\omega \in]0, \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}} [\quad \text{et} \quad \omega \in]\omega_2 = \sqrt{\frac{C_0 + C}{LCC_0}}, +\infty [$$

