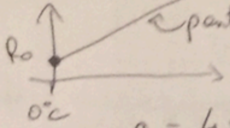
Ex 5 _ Résistivité en fonction de la température

a) $R = R_0(1+at)$



R_0 résistance pour T = 0°C $\simeq$ 273 K $\quad a = 4\times10^{-3}\,K^{-1}$

b) Cours $\to R = \frac{L}{\gamma S} = \rho\frac{L}{S}$ avec ρ la résistivité $= 1/\gamma$

donc $\boxed{\rho} = \frac{S}{L}R = \boxed{\frac{S}{L}R_0(1+at)}$ $\to$ f° affine, ↗ avec la température

c) Comme pour le cuivre $\to$ 1 e^- par atome $\to \boxed{n \simeq 10^{29}\,m^{-3}}$

On fait l'hypothèse que la densité électronique (électrons de la bande de conduction) varie peu avec la température

d) $\vec v = \mu\vec E$ et $\vec j = \gamma\vec E$ avec $\vec j = -ne\vec v = -ne\mu\vec E = \gamma\vec E$

donc $\gamma = \frac{1}{\rho} = -ne\mu \to \boxed{\mu = -\frac{1}{ne\rho}}$

$|\mu| = \frac{L}{neSR_0(1+at)}$ la valeur de la mobilité ↘ avec la température $(a>0)$

e) $\alpha = \frac{1}{\ell}\frac{\partial\ell}{\partial t}$ α coefficient de dilatation $= 10^{-5}\,K^{-1}$

Par ex $\to$ Pour un barreau de 10 cm et $\Delta T = 1K \to \Delta\ell = 1\,\mu m \to$ dilatation

$R = \rho\frac{\ell}{S}$ rappel : pour évaluer les variations relatives, on utilise la dérivée logarithmique

$\ln R = \ln\rho + \ln\ell - \ln S$

$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{d\ell}{\ell} - \frac{dS}{S}$ avec $S = \pi r^2$ pour un barreau cylindrique de section S

↳ $\ln S = \ln\pi + 2\ln r \to \frac{dS}{S} = 2\frac{dr}{r}$

donc $\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{d\ell}{\ell} - 2\frac{dr}{r}$ $\to$ la dilatation est isotrope donc identique selon r et ℓ $\to \boxed{\frac{dr}{r} = \frac{d\ell}{\ell}}$

$\boxed{\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{d\ell}{\ell}}$ $\to$ avec $\frac{d\ell}{\ell} = \alpha\,dt$ et $\ln R = \ln R_0 + \ln(1+at)$, $\frac{dR}{R} = \frac{a\,dt}{1+at} \simeq a\,dt$ ($at \ll 1$)

$\frac{dR}{R} = a\,dt = 4\times10^{-3}dt = \frac{d\rho}{\rho} + \alpha\,dt = \frac{d\rho}{\rho} + 10^{-5}dt$

donc $dR/R \simeq d\rho/\rho$ car $\alpha \ll a$ $\to$ dilatation négligée

III Transferts de charges par effet Hall

III.A –

Q53. Par définition, $\boxed{\vec j = n.q\vec v}$.

III.B – Approche qualitative de l'effet Hall

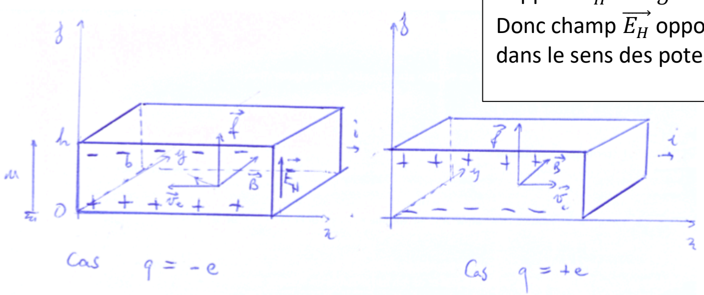
Q54. I représente le flux de $\vec j$: $I = \iint_S \vec j\cdot\overrightarrow{d^2S}$. Le sens arbitrairement choisi pour I revient à prendre $\overrightarrow{d^2S} = d^2S\vec u_x$ et $\vec j$ est de même sens que I soit $\vec j = j\vec u_x$ (avec $j>0$). Dans le cas d'électrons, $\vec j = -ne\vec v$ donc $\vec v$ est dans le sens contraire à I : $\boxed{\vec v = -v\vec u_x}$ (avec $v>0$).

Q55. Si les porteurs de charges sont de signe positif, le sens de $\vec j$ n'est pas modifié, mais celui de $\vec v$ l'est et $\vec v$ est dans le sens de I : $\vec v = v\vec u_x$ (avec $v>0$).

Q56. Un porteur de charge va être soumis à $\vec f = q\vec v\wedge\vec B = \frac{1}{n}\vec j\wedge\vec B$. Par conséquent, il subit une force perpendiculaire à la fois à $\vec v$ et à $\vec B$, donc dirigée selon (Oz). Les porteurs de charges –qui ne peuvent pas quitter le conducteur – vont donc s'accumuler sur la face supérieure (ou inférieure) du conducteur. Comme le conducteur reste globalement électriquement neutre, des charges opposées vont apparaître sur la face opposée et il se forme ainsi un champ électrique entre les faces $z=0$ et $z=h$.

Q57.

Rappel : $\overrightarrow{E_H} = -\overrightarrow{grad}(V)$
Donc champ $\overrightarrow{E_H}$ opposé au gradient de V, dans le sens des potentiels décroissants



Q58. Si on relie la masse du voltmètre à la face $z=0$ et la borne de mesure à la face $z=h$, on mesure u. Si $u<0$, alors $q=-e$ et si $u>0$ alors $q=+e$. On a ainsi accès au signe de la charges des porteurs de charge.

III.C – Approche quantitative de l'effet Hall(cas des électrons porteurs)

Q59. On se place dans le premier cas de la Q57. Le champ électrostatique va des charges + vers les charges - donc $\boxed{\vec E_H = E_H\vec u_z}$ avec $E_H>0$.

Q60. En régime permanent, les électrons ne sont pas déviés, donc $\sum\vec f_{ext} = \vec 0$ et donc $-e\vec v_e\wedge\vec B = -e\vec E_H$. On en déduit que $\boxed{\vec E_H = -\vec v_e\wedge\vec B}$. C.Q.F.D.

Q61. On remplace : $\vec E_H = -(-v_e\vec u_x)\wedge B_0\vec u_y$ d'où, en projection sur $\vec u_z$: $E_H = v_eB_0$. Par ailleurs, $v_e = \frac{j}{n_ee}$ et $I =$ j.h.b

En remplaçant, il vient finalement : $\boxed{E_H = \frac{B_0I}{n_ee.h.b}}$. On retrouve bien que $\vec E_H$ est de même sens que $\vec u_z$.

Q62. On sait que $U = -\int_0^h \vec E_H\cdot\vec{dl}$ d'où $\boxed{U_H = -\frac{B_0I}{n_ee.b}}$. On a bien une tension négative.

Rappel : $\overrightarrow{E_H} = -\overrightarrow{grad}(V)$
Donc dV = - $\overrightarrow{E_H}.\overrightarrow{dl}$ avec $\overrightarrow{dl} = dz\,\overrightarrow{u_z}$
et U = V(h) – V(0)

III.D – Cas de porteurs négatifs

Q63. Le raisonnement serait le même à partir du second schéma. On retrouve la même expression $\vec E_H = -\vec v_e\wedge\vec B$, mais la vitesse est dans le sens contraire. On trouve finalement $\boxed{U_H = \frac{B_0I}{n_ee.b}}$.

III.E – Applications numériques

Q64. Pour le cuivre, on a un électron libre par atome. Déterminons le nombre d'atome de cuivre par unité de volume : $n_e = \frac{\mu_{Cu}}{M_{Cu}}$. En remplaçant dans l'expression de U_JH, on trouve :

$$\boxed{U_H = -\frac{B_0IM_{Cu}}{\mu_{Cu}\mathcal{N}_Ae.b}} \quad \text{soit numériquement : } \underline{U_H \approx -3{,}7\times10^{-9}\text{ V}}$$

Q65. Cette valeur est beaucoup trop faible pour pouvoir être mise en évidence expérimentalement.

Q66. Pour un semi-conducteur, le calcul donne $\boxed{U_H = 4{,}5\text{ mV}}$. Cette tension, quoique faible, pourra néanmoins être mesurée expérimentalement, éventuellement après amplification. Les sondes à effet Hall sont donc toujours fabriquées avec des semi-conducteurs et non des métaux.