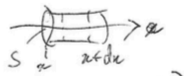
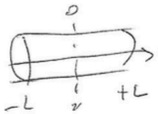
Ex 2 - Fusible



1- $P_v = \vec{j_e}\cdot\vec{E}$ avec $\vec{j_e} = \gamma \vec{E}$

$P_v = \frac{j_e^2}{\gamma}$ et $I = j_e S \to j_e^2 = \left(\frac{I}{S}\right)^2$

$P_v = \frac{I^2}{\gamma S^2}$



Autre méthode $\to$ $P = RI^2$ et $R = \frac{2L}{\lambda S}$ et $P_v = P/V$ $(V = S \times 2L)$

2- $\vec{j_e} = j_e(x)\,\vec{u_x}$ à 1D $= -\lambda \frac{dT}{dx}\vec{u_x}$

En régime statio : $d^2U = [\phi(x) - \phi(x+dx)]\,dt + P_v \underbrace{dV}_{S\,dx}\,dt$

$= -\frac{d\phi}{dx}dx\,dt + P_v S\,dx\,dt$

$= \lambda S \frac{d^2T}{dx^2}dx\,dt + \frac{I^2 \cancel{S}}{\gamma S^{\cancel{2}}}dx\,dt$

$\to \lambda S \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{I^2}{\gamma S} = 0$

$\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{I^2}{\lambda\gamma S^2}$

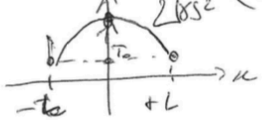
$\frac{dT}{dx} = -\frac{I^2}{\lambda\gamma S^2}x + A = -\frac{I^2}{\lambda\gamma S^2}$

$T = -\frac{I^2}{2\lambda\gamma S^2}x^2 + Ax + B$

$T(x = \pm L) = T_0 \to f$ paire $\to A = 0$

$T_0 = -\frac{I^2}{2\lambda\gamma S^2}L^2 + B \to B = T_0 + \frac{I^2}{2\lambda\gamma S^2}$

$T = T_0 + \frac{I^2}{2\lambda\gamma S^2}(L^2 - x^2)$



T max en $x = 0$

$T_{fus} = T_0 + \frac{I_{max}^2 L^2}{\lambda\gamma S^2}$

$S = \frac{I_m L}{\sqrt{2\lambda\gamma(T_f - T_0)}} \simeq 1{,}6\ mm^2$

5- $P_{th}(0) = P_{th}(-L) = -\frac{P_e}{2}$ rappel $\frac{dT}{dx} = \frac{-I^2}{\lambda\gamma S^2}x$

? puissance perdue -

$P_{th}(-L) = \vec{j_e}(-L)\cdot\vec{dS} = j_e(-L)\,S$

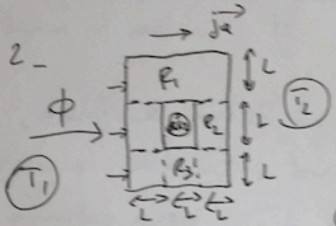
$= -\lambda \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=-L} S$ $\cancel{\lambda} \times \frac{I^2 L}{\cancel{\lambda}\gamma S^2} = \frac{RI^2}{2}$

rappel $\boxed{R = \frac{2L}{\gamma S}}$

Réponse DCП

1.-(a) $\phi_1 < \phi_2 < \phi_3$

2_

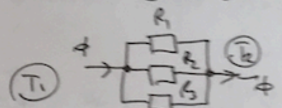


On décompose la brique en 3 résistances R_1, R_2, R_3

(⚠ brique carrée)

On a $R_1 = R_3$ m̂ matériau avec m̂ dimension

Ces 3 résistances sont équivalentes à une association en parallèle entre T_1 et T_2 : le flux ϕ global entrant se divise en 3 flux traversant R_1, R_2, R_3.



Donc $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{2}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{2R_2 + R_1}{R_1 R_2}$

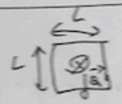
avec $T_1 - T_2 = R_{eq}\,\phi \rightarrow$ $\boxed{\phi = \frac{T_1 - T_2}{R_{eq}} = (T_1 - T_2)\left(\frac{R_1 + 2R_2}{R_1 R_2}\right)}$

↳ puissance

réponse (a)

Vérifions les valeurs de R_1 et R_2 :

$\rightarrow R_1$:

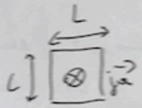


pour une longueur 3L

$S = L^2$ dans le béton

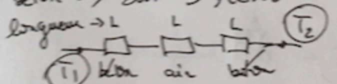
$\rightarrow \boxed{R_1} = \frac{3L}{\lambda_b L^2} = \boxed{\frac{3}{\lambda_b L}}$

$\rightarrow R_2$:



$S = L^2$

avec béton/air/béton → soit 3 résistances en série



$R_2 = \frac{L}{\lambda_b L^2} + \frac{L}{\lambda_a L^2} + \frac{L}{\lambda_b L^2}$

$\boxed{R_2} = \frac{2}{\lambda_b L} + \frac{1}{\lambda_a L} = \boxed{\frac{1}{L}\left(\frac{1}{\lambda_a} + \frac{2}{\lambda_b}\right)}$

3 _ $\tau_{chauffe} = \frac{L^2}{D} \simeq \frac{9 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-4}} = 4{,}5 \times 10^2\,s \simeq 450\,s = 7{,}5\,min$

au moteur pour chauffer globalement

$f = 6000$ tours/min $= \frac{6000}{60}\,Hz = 100\,Hz$

$T_{typique} = \frac{1}{f} = 10^{-2}\,s = 10\,ms$

→ $T_{cycle} \ll \tau_{diffusion}$ (chauffe)

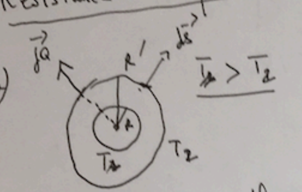
La perturbation de température n'a pas le temps de diffuser → évolution adiabatique

Ex 3 _ Résistance thermique en géométrie cylindrique

1 _ Résistance thermique avec flux diffusif

Régime stationnaire

a)



$T_1 > T_2$

Problème unidirectionnel avec symétrie cylindrique

$T(r, \theta, z) = T(r)$

$\vec{j_Q} = -\lambda\, \vec{grad}\, T = -\lambda \frac{dT}{dr} \vec{u_r} = j_Q(r)\, \vec{u_r}$

Déf. de la résistance thermique : $T_1 - T_2 = R_{th}\,\phi$

b) En régime stationnaire, sans terme source, $div\, \vec{j_Q} = 0 \rightarrow \vec{j_Q}$ à flux conservatif → ϕ le flux est constant $= \phi_0$

$\phi(r) = \phi_0 = \iint_S \vec{j_Q} \cdot \vec{dS} = \iint_S j_Q(r)\, dS = j_Q\, S = j_Q \times 2\pi r L$

j_Q uniforme sur S

$\phi_0 = -\lambda \frac{dT}{dr}\, 2\pi r L$

$$\boxed{\frac{dT}{dr} = -\frac{\phi_0}{2\pi \lambda L\, r}}$$

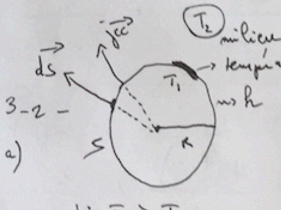
c) $dT = -\frac{\phi_0}{2\pi\lambda L} \frac{dr}{r}$

$T(R') - T(R) = T_2 - T_1 = -\frac{\phi_0}{2\pi\lambda L} \ln\left(\frac{R'}{R}\right)$

$T_1 - T_2 = \underbrace{\boxed{\frac{\ln(R'/R)}{2\pi\lambda L}}}_{R_{th,\,cond}}\, \phi_0$

3-2 _

a)



ici $T_1 > T_2$

$j_{cc} = h(T_p - T_F) = h\,\underbrace{(T_1 - T_2)}_{>0}$

T_p : paroi, T_F → fluide

conducto - convectif

Le flux est orienté des zones chaudes → zones froides donc selon $+\vec{u_r}$.

$\vec{j_{cc}} = h(T_1 - T_2)\, \vec{u_r}$

b)

$\phi_{cc} = \iint_S \vec{j_{cc}} \cdot \vec{dS} = \iint_S h(T_1 - T_2)\, dS$

sur la surface T_1 est constant

$\phi_{cc} = h(T_1 - T_2)\, S$

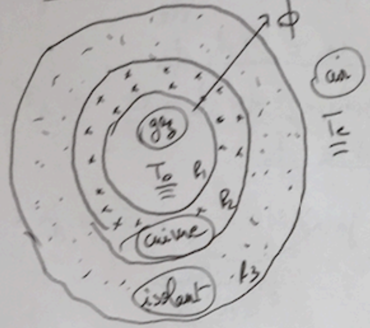
$\phi_{cc} = h(T_1 - T_2)\, 2\pi R L$

Par déf. $T_1 - T_2 = R_{th,cc}\,\Phi$

donc $T_1 - T_2 = \underbrace{\boxed{\dfrac{1}{2\pi R L h}}}_{R_{th,cc}}\,\Phi$

33 - Isolation de la conduite

a)

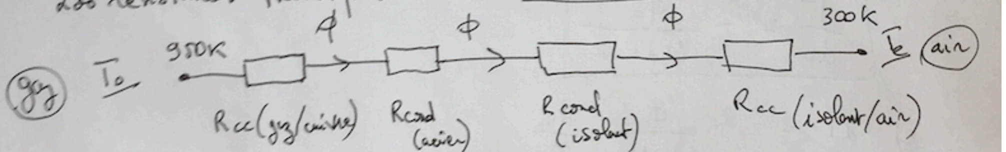


$T_0 = 950K$

$T_e = 300K$

En régime stationnaire, le flux à travers une sphère de rayon r est constant : le flux initial "émis" par le gaz chaud au centre de la gaine se transmet intégralement à travers chaque couche.

Les résistances thermiques sont donc associées en série.



$$R_{eq} = \frac{1}{2\pi R_1 L h_0} + \frac{\ln R_2/R_1}{2\pi \lambda_a L} + \frac{\ln\left(R_3/R_2\right)}{2\pi \lambda_i L} + \frac{1}{2\pi R_3 L h_e}$$

$$\boxed{R_{eq} = \frac{1}{2\pi L}\left[\left(\frac{1}{R_1 h_0} + \frac{\ln R_2/R_1}{\lambda_a}\right) + \frac{\ln\left(R_3/R_2\right)}{\lambda_i} + \frac{1}{R_3 h_e}\right]}$$

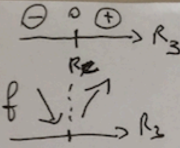
b) Pour chercher un extrémum de R_{eq} en fonction de R_e, il suffit de chercher l'extrémum de la fonction $f(R_3)$

$$f(R_3) = \frac{\ln\left(R_3/R_2\right)}{\lambda_i} + \frac{1}{R_3 h_e}$$

$$\frac{df}{dR_3} = \frac{1}{\lambda_i R_3} - \frac{1}{R_3^2 h_e} = \frac{1}{R_c}\left(\frac{1}{\lambda_i} - \frac{1}{R_3 h_e}\right)$$

$$\left(\frac{df}{dR_3}\right)_{R_3 = R_c} = 0 \rightarrow \boxed{R_c = \lambda_i / h_e}$$

L'étude du signe de la dérivée $\left(\frac{df}{dR_3}\right)$



montre qu'il s'agit d'un minimum !!

Or pour une bonne isolation on cherche à avoir une résistance thermique maximale ! En effet avec $(T_0 - T_e) = R_{eq}\,\Phi$ le flux total (vers l'extérieur) est ~~[illegible]~~ minimisé lorsque R_{eq} est max, puisque $(T_0 - T_e)$ est fixé par la situation.

Interprétation : il y a compétition entre flux conductif dans la gaine et flux conducto-convectif gaine/air.

Si on s'intéresse aux deux résistances associées :

→ $R_{cond} \propto \dfrac{\ln R_3}{\lambda_i}$ ↗ naturellement qd on ↗ l'épaisseur de la gaine (R_3 ↗) ce qui est favorable pour l'isolation

mais → $R_{cc} \propto \dfrac{1}{R_3 h_e}$ ↘ qd on ↗ l'épaisseur de la gaine (R_3 ↗) défavorable pour l'isolation

L'épaisseur de la gaine doit être soigneusement choisie pour maximiser la résistance thermique.