

TD – bloc 2 – Transport par conduction thermique

Bilan d'énergie en géométrie sphérique sans terme source (régime stationnaire)

Capacité : réaliser des bilans sous forme globale et locale

1. Equilibre thermique d'un mammifère

Un mammifère peut être très sommairement schématisé par une sphère de muscles de centre O, de rayon R, dont le métabolisme dégage la **puissance thermique P_V par unité de volume**, uniformément dans tout son volume. La puissance totale produite sera notée P.

L'animal est plongé dans l'air ou dans l'eau, c'est à dire dans un milieu de conductivité thermique λ ; la **température du milieu ambiant** loin de l'animal est notée

$T_{\infty} = 20^{\circ}\text{C}$.

On s'intéresse à la **température du milieu ambiant au voisinage du mammifère**, pour $r \geq R$.

1.1 Quelle sont les lois d'échelle (fonctions de R), de la puissance dégagée et de la puissance échangée avec l'environnement, pour un animal à sang chaud ? Expliquer alors qu'il existe des tailles maximales et minimales pour ces animaux. Le métabolisme des grands mammifères est assez lent alors que celui des petits beaucoup plus rapide. Cette information est-elle cohérente avec votre réponse précédente.

1.2 D'après la symétrie radiale du problème envisagé, les grandeurs physiques ne dépendent que de r. Rappeler la loi de Fourier, et donner l'expression du vecteur densité de courant.

1.3 Etablir la condition aux limites à la surface du mammifère en $r = R$.

1.4 En régime stationnaire, quelle propriété présente le vecteur densité de courant ? Le flux thermique dépend-il de r ?

Exploiter cette propriété pour établir l'équation différentielle vérifiée par $T(r)$ pour $r \geq R$.

1.5 En déduire l'expression de $T(r)$: $T(r) = \frac{P}{4\pi\lambda r} + T_{\infty}$

1.6 Exprimer la **température cutanée de l'animal T_C** en $r = R$ en fonction de P_V la puissance volumique. Comment varie T_C en fonction de λ (à R fixé), et en fonction de R (à λ fixée) ?



1.7 Evaluer P_V pour avoir T_C = 30°C dans l'eau et dans l'air et commenter.

Données : $\lambda(\text{eau}) = 500 \text{ W.m}^{-1}\text{.K}^{-1}$ et $\lambda(\text{air}) = 10 \text{ W.m}^{-1}\text{.K}^{-1}$ R = 10 cm

Ces valeurs de conductivité élevées tiennent compte de la convection.

Pourquoi n'existe-t-il pas de petits mammifères marins (en comparaison de mammifères terrestres) ?

1.8 Pour un petit mammifère marin de rayon R = 10 cm, de masse volumique proche de celle de l'eau, évaluer en J puis en kcal l'énergie quotidienne nécessaire au maintien de sa température à T_C = 30°C. Sachant que l'apport calorique du poisson est en moyenne de 2000 kcal.kg⁻¹, quelle masse doit-il manger ?

Commenter en comparaison de son propre poids.

Données : 1 kcal = 4184 J

1.9 On considère à présent que ce mammifère possède une épaisse couche de graisse de 2 cm, et de conductivité thermique et $\lambda(\text{gras}) = 0,2 \text{ W.m}^{-1}\text{.K}^{-1}$, qui entoure son corps à partir (entre $r = 10 \text{ cm}$ et $r = 12 \text{ cm}$).

Etablir l'expression du nouveau profil de température dans la couche de gras, en supposant qu'il doit maintenir sa température corporelle intérieure à T_C = 30°C.

En déduire l'expression et la valeur de la puissance volumique nécessaire.

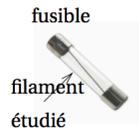
Quelle quantité journalière de poisson est nécessaire ?

Bilan d'énergie en présence de source thermique par effet

Joule (géométrie cartésienne et régime stationnaire)

Capacités :

- réaliser des bilans sous forme globale et locale
- manipuler le terme source local et intégral de l'effet Joule



Les premiers fusibles se présentaient sous forme d'un fil nu, dont la couleur et la ductilité rappelait le plomb, et que l'utilisateur enroulait autour de bornes métalliques sur un support en céramique. Il en a résulté l'appellation familière (et erronée) de « plomb » pour désigner un fusible, ainsi que quelques dérivés argotiques (« péter les plombs », etc.).

2. Fusible chauffé par effet Joule

Le fusible envisagé est un cylindre plein, conducteur électrique d'axe Ox, de section S, de longueur 2L, de conductivité thermique λ , de conductivité électrique γ , parcouru par un courant I.

Sa surface latérale est calorifugée : dans la réalité la faible densité de l'air, confiné dans le fusible, limite fortement toute diffusion thermique, d'où l'« équivalent d'un fil calorifugé ».

Ses extrémités $x = -L$ et $x = L$ sont en contact avec le milieu ambiant de température T_0 . On considère un problème unidimensionnel, l'origine en $x = 0$ sera prise au milieu du fil.

Données : $\lambda = 65 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$; $\gamma = 1,2 \cdot 10^6 \text{ S}\cdot\text{m}^{-1}$; $T_0 = 290 \text{ K}$; $2L = 2 \text{ cm}$.

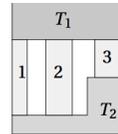
- 2.1 Expliciter la puissance volumique dissipée par effet Joule P_V .
- 2.2 Réaliser un bilan d'énergie local en régime stationnaire pour établir la loi d'évolution spatiale de la température $\rightarrow \lambda S \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{I^2}{\gamma S} = 0$
- 2.3 L'intégrer pour établir le profil de température dans le fil (le représenter). Commenter.
- 2.4 Le fusible fond pour $T_{\text{fusion}} = 400 \text{ K}$, et on veut un fusible admettant $I_{\text{max}} = 16 \text{ A}$. À quel endroit le fusible va-t-il se rompre si $I > I_{\text{max}}$? Quelle section S doit-on prévoir ? Donner sa valeur numérique en mm^2 .
- 2.5 Exprimer les puissances thermiques transférées par conduction en $x = -L$ et en $x = L$: $P_{\text{th}}(-L)$ et $P_{\text{th}}(L)$. Commenter leurs signes. Les comparer à la puissance totale apportée par effet Joule.

Association de résistances thermiques

Evaluation d'un temps caractéristique de diffusion

1. Deux thermostats de températures T_1 et T_2 sont reliés par 3 barres de cuivre de longueurs $L_1 = L_2 = 2L_3$ et de sections $S_3 = S_2 = 4S_1$. Que peut-on dire des flux thermiques 1, 2 et 3 traversant chacune des barres ?

- (a) $\Phi_1 < \Phi_2 < \Phi_3$ (b) $\Phi_3 < \Phi_2 < \Phi_1$ (c) $\Phi_2 < \Phi_3 < \Phi_1$ (d) aucune de ces réponses



2. Une brique de construction est modélisée par le schéma ci-dessus. Elle est réalisée en matériau de conductivité thermique λ_b et l'air qu'elle contient a la conductivité thermique λ_a .

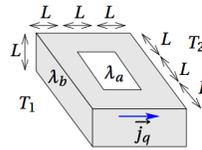
Estimer la puissance thermique la traversant en fonction des résistances thermiques $R_1 = \frac{3}{L\lambda_b}$

et $R_2 = \frac{1}{L} \left(\frac{1}{\lambda_a} + \frac{2}{\lambda_b} \right)$.

(a) $(T_1 - T_2) \frac{R_1 + 2R_2}{R_1 R_2}$

(b) $\frac{T_1 - T_2}{R_1 + R_2}$

(c) $\frac{T_1 - T_2}{R_1 - 2R_2}$



3. Estimer la durée caractéristique de chauffe d'un moteur de taille $L \approx 30 \text{ cm}$. On prendra $D_{th} \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

et $\lambda = 100 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$ (métal = bon conducteur thermique)

On modélise en général la compression et la détente dans l'air dans un moteur à quatre temps par une évolution adiabatique. Cette approximation est-elle valide pour un moteur tournant à 6000 tours par minute ?

Résistance thermique en géométrie cartésienne, association de résistances avec flux diffusif et conducto-convectif

4. Dimensionnement du chauffage d'une voiture de TGV

Extrait de concours Centrale TSI 2019

II.A – Équation de la diffusion thermique dans une paroi solide

Soit le parallélépipède représenté sur la figure 10. On considère le problème unidimensionnel suivant l'axe (Ox) (toutes les grandeurs ne dépendent a priori que de x , éventuellement du temps t et sont uniformes sur toute section orthogonale à (Ox)).

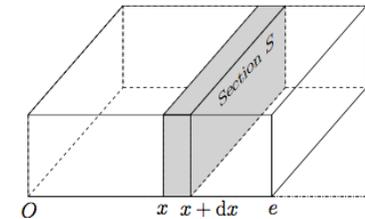


Figure 10

On suppose qu'un flux thermique traverse ce volume. L'épaisseur de la paroi (suivant (Ox)) est e et sa section S . On a également représenté une petite tranche comprise entre x et $x + dx$.

Les notations utilisées sont :

- masse volumique du matériau ρ ;
- capacité thermique massique c ;
- conductivité thermique λ ;
- vecteur densité de flux thermique $\vec{j}(x, t) = j(x, t) \vec{u}_x$;
- champ de température dans le parallélépipède $T(x, t)$.

Q 37. Exprimer le transfert thermique δQ_{in} entrant de la tranche d'épaisseur dx pendant une durée dt en fonction de $\frac{\partial j}{\partial x}$ et des données.

Q 38. Exprimer la variation d'énergie interne dU de cette tranche pendant cette même durée dt au cours de laquelle la température varie de dT .

Q 39. En appliquant un résultat de la thermodynamique que l'on rappellera, en déduire une relation entre $\frac{\partial j}{\partial x}$ et $\frac{\partial T}{\partial t}$.

Q 40. Rappeler l'expression de la loi de Fourier (dans ce cas particulier unidimensionnel).

On peut déduire de ce qui précède l'équation dite de la chaleur ou de la diffusion thermique :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Q 41. Donner, en le justifiant à partir des résultats des questions 39 et 40, l'expression de D en fonction des données.

II.B – Régime stationnaire

Dans cette sous-partie le système est en régime stationnaire. On suppose que :

$$T(x = 0) = T_1$$

$$T(x = e) = T_2$$

Q 42. Déterminer l'expression de $T(x)$.

Q 43. En déduire l'expression de la densité de flux thermique $j(x)$, ainsi que la puissance thermique \mathcal{P}_{th} traversant une section quelconque de surface S orthogonale à (Ox) et orientée dans le sens des x positifs. Que peut-on dire du champ $\vec{j}(x)$ dans le volume étudié ?

Q 44. Définir la résistance thermique R_{th} du volume et l'exprimer en fonction de λ , S et e .

Loi de Newton

On suppose qu'en plus des phénomènes purement diffusifs s'ajoutent des phénomènes conducto-convectifs aux interfaces paroi / fluide (air) ; pour simplifier on ne les prendra en compte qu'en $x = e$.

La modélisation de ces phénomènes par la loi de Newton consiste à supposer qu'il existe une discontinuité de température entre la paroi et le fluide et un flux thermique entre les deux de sorte que

$$\vec{j}_{cc} = h(T_{2,p} - T_{2,f}) \vec{u}_x$$

où \vec{j}_{cc} est la densité de flux conducto-convectif sortant de la paroi, h le coefficient de conducto-convection de l'interface paroi / fluide, $T_{2,p}$ la température en $x = e$ de la paroi et $T_{2,f}$ la température de l'air côté droit.

Q 45. Quelle est la puissance thermique \mathcal{P}_{cc} échangée par conducto-convection à travers la surface S en $x = e$?

Q 46. En déduire l'expression de la résistance thermique R_{cc} équivalente à ajouter en série à R_{th} pour modéliser la conducto-convection en $x = e$.

II.C – Chauffage d'une voiture de TGV

Cette partie est moins guidée que le reste du sujet et fait plus appel à l'analyse des documents et à un raisonnement personnel construit. Le nombre de points attribué à cette partie tient compte de ces spécificités.

On considère une voiture de TGV dans des conditions hivernales. La température extérieure est constante égale à $T_{ext} = -4^\circ\text{C}$. On cherche à estimer la puissance du chauffage \mathcal{P}_{ch} nécessaire pour maintenir la température intérieure constante à $T_{int} = 20^\circ\text{C}$.

On fait dans un premier temps les hypothèses suivantes :

- le régime est stationnaire ;
- les vitres et le reste des parois (latérales, sol et toit) sont constituées de plusieurs couches comme schématisé figure 11 ;
- les vitres sont par ailleurs le siège de phénomènes conducto-convectifs côté intérieur (coefficient h_i) et côté extérieur (coefficient h_e) ;
- en outre, l'air intérieur est en permanence renouvelé par de l'air neuf venant de l'extérieur et ce avec un débit volumique D_V (figure 12). La puissance thermique nécessaire pour l'amener de la température extérieure à la température intérieure s'écrit

$$\mathcal{P}_{air\text{ neuf}} = D_m c_p (T_{int} - T_{ext}) \quad (\text{II.1})$$

où D_m est le débit *massique* de renouvellement de l'air et c_p la capacité thermique massique à pression constante de l'air (notons que la masse volumique de l'air est considérée comme constante et uniforme).

Les données numériques utiles au problème sont fournies en fin d'énoncé.

Q 47. Pourquoi les valeurs des coefficients de conducto-convectif verre / air sont-elles différentes (h_i et h_e) pour l'extérieur et l'intérieur de la voiture ?

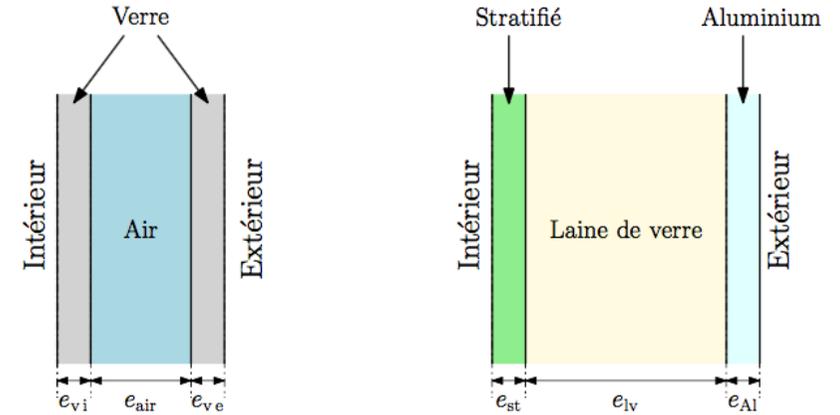
Q 48. Justifier l'expression de l'équation (II.1).

Q 49. On souhaite se placer dans un premier temps dans la situation la plus défavorable (celle qui nécessitera la plus grande valeur de \mathcal{P}_{ch}). Doit-on supposer la voiture pleine de passagers ou vide (justifier) ?

Q 50. On se place dans l'hypothèse de la question précédente. En précisant toutes les étapes du raisonnement et des calculs, estimer la valeur de la résistance thermique équivalente totale de la voiture (R_{tot}).

Q 51. En précisant toutes les étapes du raisonnement et des calculs, estimer la valeur de \mathcal{P}_{ch} permettant de maintenir la température intérieure constante.

Q 52. Que devient cette valeur si on suppose la voiture pleine de passagers ?



(a) Constitution d'une vitre

(b) Constitution des parois

Figure 11 Constitution des parois et des vitres

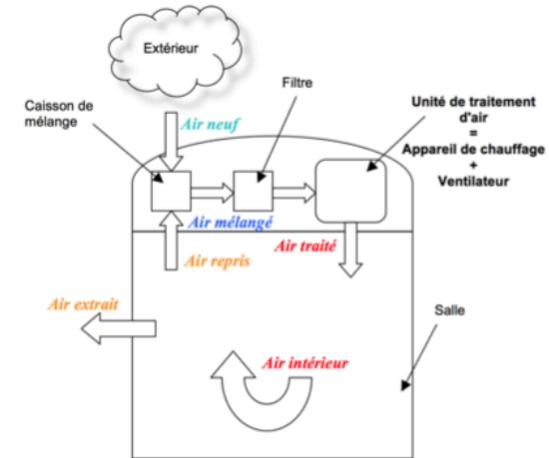


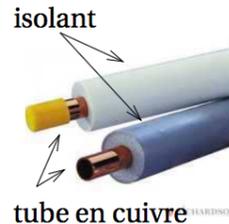
Figure 12 Circulation de l'air dans un véhicule ferroviaire et appellations selon la norme NF EN 14750-1

Voiture	L (longueur)	22500 mm
	ℓ (largeur)	2780 mm
	h (hauteur)	2100 mm
	e_{Al}	4 mm
	e_{iv}	24 mm
	e_{st}	4 mm
Vitres	Nombre de places assises	50
	Nombre par voiture	12
	L_v (largeur)	2000 mm
	H_v (hauteur)	840 mm
	e_{air}	12 mm
	e_{vi}	4 mm
Conductivités thermiques	e_{ve}	4 mm
	λ_{Al}	$237 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
	λ_{iv}	$0,051 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
	λ_{st}	$1 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
	λ_{air}	$0,03 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Masse volumique de l'air	λ_v	$1,15 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
	ρ_{air}	$1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
Puissance thermique moyenne dégagée par un passager	\mathcal{P}_{pass}	60 W
Autres données	h_i	$8 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$
	h_e	$25 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$
	D_v	$2100 \text{ m}^3\cdot\text{h}^{-1}$
	c_p	$1000 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$

5. Résistance thermique en géométrie cylindrique, association de résistances avec flux diffusif et conducto-convectif

Compétences :

- établir l'expression de la résistance thermique en géométrie cylindrique
- exploiter des associations de résistances



Un écoulement stationnaire de vapeur à la température $T_0 = 950 \text{ K}$ se fait à l'intérieur d'une conduite en acier de longueur $L = 2 \text{ m}$, de rayon intérieur $R_1 = 5 \text{ cm}$ et de rayon extérieur $R_2 = 10 \text{ cm}$. On veut isoler la canalisation avec une gaine isolante d'épaisseur $e = R_3 - R_2$. La température de l'air extérieur est $T_e = 300 \text{ K}$. On donne les conductivités thermiques de l'acier $\lambda_a = 40 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, de l'isolant $\lambda_i = 1,5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, ainsi que les coefficients de transmission thermique de surface latérale entre la vapeur et l'acier $h_0 = 600 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$; entre l'isolant et l'air $h_e = 10 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$.

Rappel : on se place toujours en **régime stationnaire** pour évaluer des résistances thermiques.

5.1 Résistance thermique avec flux diffusif en géométrie cylindrique

On cherche à déterminer la résistance thermique $R_{th,cond}$ d'un conducteur de conductivité λ , de longueur L , compris entre deux cylindres coaxiaux de rayons R et $R' > R$. La température extérieure en R' est notée T_2 , intérieure T_1 en R ($T_1 > T_2$).

- Rappeler la définition de la résistance thermique. Réaliser un schéma clair, en y précisant le vecteur densité de courant (problème unidimensionnel radial). Donner en une première expression en utilisant la loi de Fourier.
- On notera ϕ_0 le flux thermique qui traverse cette portion de conducteur. Quelle est sa particularité ? Etablir son expression en fonction de dT/dr , r et λ .
- Etablir l'expression de la différence de température $T_2 - T_1$ en fonction de ϕ_0 , et des grandeurs du problème. En déduire l'expression de la résistance :

$$R_{th,cond} = \frac{\ln\left(\frac{R'}{R}\right)}{2\pi\lambda L}$$

5.2 Résistance thermique avec flux conducto-convectif

On cherche à déterminer la résistance thermique $R_{th,cc}$ d'une surface cylindrique de rayon R , de longueur L , séparant deux milieux pour lesquels le coefficient de transmission thermique de surface est h . La température extérieure du milieu est notée T_2 , la température de surface du matériau T_1 ($T_1 > T_2$).

- Rappeler la définition du vecteur densité de courant conducto-convectif.
- Etablir l'expression de la résistance thermique associée :

$$R_{th,cc} = \frac{1}{2\pi R L h}$$

5.3 Isolation de la conduite

- Donner le schéma électrique équivalent (association des résistances avec température) de la conduite en présence de l'isolant. En déduire la résistance équivalente R_{eq} de la conduite avec isolant.
- Justifier par le calcul l'existence d'une valeur R_c du rayon R_3 pour lequel R_{eq} présente un extrémum. Interpréter.

Pour aller plus loin....

5. Gel d'un lac (difficulté supérieure)

Lorsque l'air au-dessus d'un lac de surface S est à température $T_a < T_F$ (Fig. 11), on constate que l'épaisseur $e(t)$ de la couche de glace croît lentement avec le temps et une étude expérimentale donne le graphe de e en fonction du temps de la figure 12 en échelles log-log.

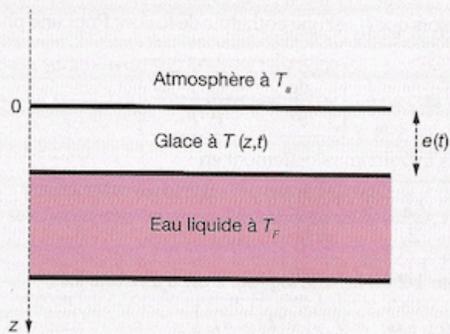


Figure 11

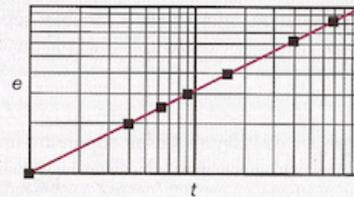


Figure 12

On note T_F la température de l'eau liquide, supposée uniforme, et $T(z, t)$ la température de la glace pour $e(t) \leq z$. On suppose que le profil de température $T(z, t)$ est le même que si le régime était stationnaire (approximation des régimes quasi stationnaires). On donne la température de fusion $T_F = 273$ K et la chaleur latente de fusion $l_F = 330$ kJ.kg⁻¹ de la glace, ainsi que sa masse volumique μ , sa capacité calorifique massique $c = 4,18$ kJ.kg⁻¹.K⁻¹ et sa conductivité thermique λ . On adoptera la même valeur μ pour la masse volumique de l'eau liquide.

1. On suppose que l'air impose sa température T_a à la surface du lac c'est-à-dire que $T(z = 0, t) = T_a$ (hypothèse (H)).

a) Exprimer le flux thermique ϕ traversant la couche de glace dans le sens des z décroissants en fonction de λ , $e(t)$, S , T_a et T_F .

b) En faisant un bilan pour la couche de glace qui gèle entre les instants t et $t + dt$, montrer que $e(t)$ est solution de :

$$e \frac{de}{dt} = \frac{\lambda (T_F - T_a)}{\mu l_F}$$

et déterminer $e(t)$ pour $e(t = 0) = e_0$. Le modèle rend-il compte du graphe de la figure 12 ?

c) En déduire une durée caractéristique τ des variations de $e(t)$. Discuter la validité de l'ARQS.

2. En réalité l'hypothèse (H) n'est pas satisfaisante en général et doit être remplacée par la loi phénoménologique de Newton qui donne l'expression du flux thermique $\phi_a = h S (T_s - T_a)$ à l'interface lac-air ; $T_s = T(z = 0, t)$ est la température de la surface du lac et h un coefficient constant, d'autant plus élevé qu'un vent fort souffle au-dessus du lac.

a) Déduire de la continuité du flux thermique en $z = 0$ l'expression de T_s en fonction de T_a , T_F , h et λ .

b) À quelle condition le modèle de la question 1 est-il valable ? On ne demande pas d'établir la nouvelle expression de $e(t)$ qui ne remet pas en cause le comportement asymptotique de $e(t)$.

Résolution de l'équation de diffusion thermique en régime variable : onde stationnaire pour conditions aux limites fixes (difficulté supérieure)

5. Thermalisation d'une barre — D'après oral Mines et Centrale

Une barre de longueur ℓ et de section S est calorifugée latéralement (Fig. 20).

On note $D = \frac{\lambda}{\mu c}$ le coefficient de diffusion, λ étant la conductivité thermique,

μ la masse volumique et c la capacité calorifique massique de la barre.

Initialement, la température de la barre est $T_{i,n}(x) = T_0 + \theta_0 \sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right)$. Les

deux extrémités de la barre sont alors placées en contact avec un thermostat à la température T_0 . On cherche à déterminer l'évolution de la température de la barre au cours du temps.

a) Que dire de la température de la barre pour des temps très longs ?

b) Établir une équation aux dérivées partielles satisfaite par la température.

c) La résoudre sous la forme $T(x, t) = A + f(x)g(t)$ (solution à variables séparées). Trouver sans ambiguïté les formes de f et g .

d) Conclure sachant que la température initiale est $T_{i,n}(x)$.

e) Faire apparaître un temps typique d'évolution et commenter le résultat. On vérifiera l'homogénéité de ce temps.

f) Désormais, la température initiale est une fonction quelconque $T_i(x)$ vérifiant seulement $T_i(0) = T_i(\ell) = T_0$. Trouver $T(x, t)$ à l'aide des séries de Fourier. On pourra faire apparaître la série de Fourier d'une fonction impaire, de période 2ℓ , et identique à T_i sur $[0, \ell]$.

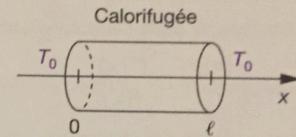


Figure 20

Résolutions de problème

• Formation de la buée (oral Mines-Ponts)

Une vitre d'automobile plane d'épaisseur $e = 5$ mm et de conductivité thermique $\lambda = 1$ W.K⁻¹.m⁻¹ sépare l'intérieur de l'automobile rempli d'air saturé en vapeur d'eau à la température $T_i = 20$ °C et l'atmosphère extérieure qui impose une température $T_e = 10$ °C à la surface de la vitre. On donne la masse volumique $\mu = 10^3$ kg.m⁻³ de l'eau et son enthalpie de vaporisation massique $l_v = 2,6 \cdot 10^3$ kJ.kg⁻¹. Expliquer la formation de buée et évaluer sommairement le taux de croissance de/dt de l'épaisseur de la couche qui forme.

• **Refroidissement d'un point de soudure : écrit CCP PSI 2017**

On se propose ici de déterminer un ordre de grandeur du temps, noté Δt , nécessaire à la solidification d'un point de soudure.

On adopte le modèle simplifié suivant (figure 9, page suivante), où le point de soudure, de masse m et d'un matériau nommé Mat_1 , est assimilé à une boule de diamètre $2R_b = 10$ mm qui raccorde deux conducteurs cylindriques de diamètre $d = 2$ mm, constitués du même matériau nommé Mat_2 et supposés infinis.

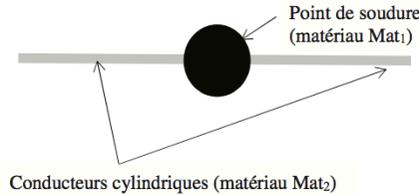


Figure 9 - Modélisation d'un point de soudure

On admettra que la chaleur s'évacue du point de soudure, de température uniforme notée T_1 , à la fois par conduction thermique par les conducteurs cylindriques et par un échange conducto-convectif avec l'air extérieur. On note T_{ext} la température supposée constante de l'air extérieur. L'échange conducto-convectif suit une loi du type $P_{\text{th}} = h.S.(T_1 - T_{\text{ext}})$, où P_{th} est la puissance thermique évacuée, S la surface du point de soudure et h ($\approx 10 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$) le coefficient d'échange conducto-convectif.

La température initiale du point de soudure, notée T_1^{init} , n'est que très légèrement supérieure à la température de fusion du matériau Mat_1 , de sorte qu'on assimilera T_1^{init} à T_{fusion} .

On admettra, de plus, que le profil de température dans les conducteurs soudés entre eux obéit à une loi de fonction affine représentée par le graphe suivant (figure 10), où $b \approx 10$ cm.

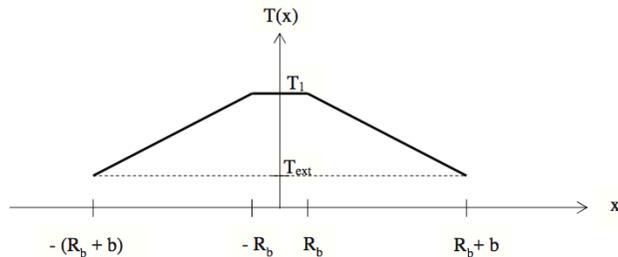


Figure 10 - Profil de température

Q25. Recenser, en précisant leur unité, les grandeurs physiques dont vous avez besoin pour résoudre ce problème.

Q26. Ecrire la (ou les) équation(s) faisant intervenir les grandeurs précitées permettant de déterminer le temps de solidification Δt .

Q27. Pour le matériau Mat_1 , on donne :

- masse volumique $\rho_1 = 8\,500 \text{ S.I.}$,
- capacité thermique massique : $c_1 = 180 \text{ S.I.}$,
- enthalpie massique de fusion : $L_{\text{fus1}} = 60\,10^3 \text{ S.I.}$
- conductivité électrique : $\gamma_1 = 5\,10^6 \text{ S.I.}$

Pour le matériau Mat_2 , on donne :

- masse volumique $\rho_2 = 8\,200 \text{ S.I.}$,
- conductivité thermique : $\lambda_2 = 400 \text{ S.I.}$

En faisant preuve d'initiatives, proposer des valeurs numériques pour les grandeurs physiques éventuellement non fournies. Puis estimer la valeur numérique du temps Δt de solidification du cordon de soudure.

• **Le « botijo » ou jarre réfrigérante**

► Cet exercice comporte une question (question 2) de type résolution de problème.

Un botijo, ou gargoulette, est une cruche en terre cuite, utilisée dans les régions méditerranéennes, qui permet de rafraîchir l'eau qu'elle contient. Elle est en général placée à l'extérieur en un lieu chaud, parfois en plein soleil. Cependant, l'eau contenue dans le récipient est fraîche, l'extérieur du botijo lui-même restant sec et frais.

Mohammed Bah Abba, enseignant nigérien a été lauréat en 2000 du Rolex Awards for Enterprise. Son système réfrigérant, « pot-in-pot cooling system », permet de conserver au frais des aliments, ce qui représente un enjeu crucial dans les régions désertiques. S'inspirant des « botijo » espagnols, le système est constitué de deux jarres en terre cuite contenues l'une dans l'autre et séparées par du sable humide. Le pot intérieur est rempli de fruits, légumes ou boissons et recouvert d'un linge humide.



FIGURE 5.7 – À gauche, un botijo ; à droite, le réfrigérateur écologique de M.B. Abba (photo communiquée par Practical action). Pour une température extérieure supérieure à 30°C , l'écart entre la température à l'extérieur et à l'intérieur de la jarre est constant, de l'ordre de 15°C , indépendamment des conditions météo (vent).

1. Expliquer le principe du botijo et du réfrigérateur écologique.
2. Une simple jarre en terre cuite remplie d'eau permet ainsi d'obtenir et de conserver de l'eau fraîche. Avec les données à votre disposition et en mettant en œuvre un modèle simple portant sur une jarre cylindrique, évaluer l'ordre de grandeur de l'écart de température entre l'eau à l'intérieur de la jarre et le milieu extérieur, qu'il est possible d'obtenir avec ce dispositif.
3. Quel est l'intérêt du dispositif, utilisant du sable humide, proposé par M. Bah Abba?

Document 1 : données utiles

- Jarre cylindrique de rayon extérieur $r = 15 \text{ cm}$ et de hauteur $H = 50 \text{ cm}$ remplie à ras bord, d'épaisseur $e = 1,0 \text{ cm}$.
- Enthalpie de vaporisation de l'eau à 30°C $l_{vap} = 2,410^6 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$.
- Conductivité thermique de la terre cuite saturée en eau $\lambda = 0,9 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.
- Coefficient de transport conducto-convectif $h = 10 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ (terre cuite/air).

Document 2

La traversée d'un milieu poreux par un fluide fait intervenir des phénomènes complexes. La loi phénoménologique de Darcy a été formulée par Henry Darcy en 1856 dans son ouvrage *Les Fontaines publiques de la ville de Dijon*. Elle exprime le débit volumique (en $\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$) d'un fluide incompressible qui peut traverser un matériau poreux de masse volumique ρ , de section A , de longueur L en fonction de l'écart de pression

en amont et en aval, sous la forme

$$Q = KA \frac{\Delta p}{\rho g L} \quad (5.11)$$

K est la conductivité hydraulique ou « coefficient de perméabilité » du milieu poreux (m/s), qui dépend à la fois des propriétés du milieu poreux et de la viscosité du fluide. Pour la terre cuite saturée en eau $K = 2 \cdot 10^{-9} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Document 3

La vitesse d'évaporation d'un film d'eau peut être approchée par la formule de Rohwer

$$E = 0,484(1 + 0,6v) \exp(17,3 - 4,72 \cdot 10^3/T) \left(1 - \frac{H_r}{100}\right),$$

où H_r est le taux d'humidité, rapport des pressions partielles d'eau dans l'atmosphère et de la pression de vapeur saturante d'eau, et v la vitesse du vent.

• Le projet icedream

Extraits de la page web disponible à l'adresse « www.3ds.com/fr/icedream/ » firme Dassault

Remorquer un iceberg pour avoir de l'eau douce

Le projet icedream est l'idée de l'ingénieur français Georges Mougin qui développe et affine son concept révolutionnaire depuis plus de 40 ans : remorquer des icebergs et les exploiter pour produire de l'eau douce!

Les fondamentaux du projet pilote sont donc les suivants : un iceberg d'environ 10 millions de tonnes, un remorqueur qui met 140 jours à relier Terre-Neuve et les Iles Canaries.

Données :

Puissance thermique P_{th} échangée par un système à la température T en contact sur une surface S avec un fluide à la température T_{fluide} dans le modèle conducto-convectif de Newton :

$$P_{th} = h(T_{fluide} - T)S$$

avec le coefficient de transfert thermique de l'air : $h \approx 5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$, le coefficient de transfert thermique de l'eau : $h \approx 10^2 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$.

Enthalpie de fusion de la glace : $\ell_{fusion} = 333 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$.



Doc 1

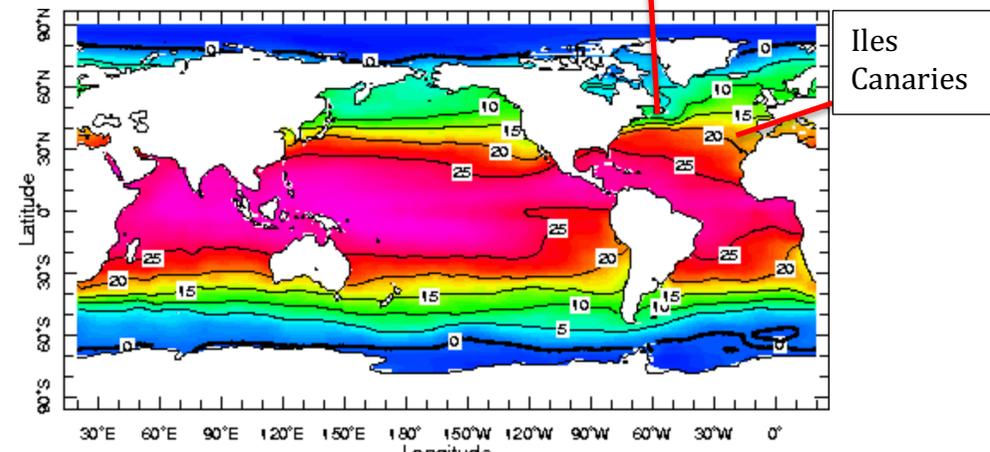
Donnée : masse volumique de la glace $917 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ à 0°C

On supposera qu'au début du trajet la température de l'iceberg est de 0°C .

- Estimer la proportion de l'iceberg $\frac{\Delta m}{m}$ qui fond pour une durée Δt , en fonction de sa masse initiale m , de la température de l'eau environnante T_{eau} et des autres grandeurs physiques pertinentes. Faire une application numérique pour un jour de fonte et une température moyenne de l'eau de 20°C .
- En vous appuyant sur les documents suivants, estimer la validité du projet.

Documents relatifs à la température des océans

Doc1. Températures moyennes annuelles de surface en $^\circ\text{C}$ (relevé par satellite)



Doc 2 et 3. Evolutions de la température des mers et océans avec la profondeur

Ressource

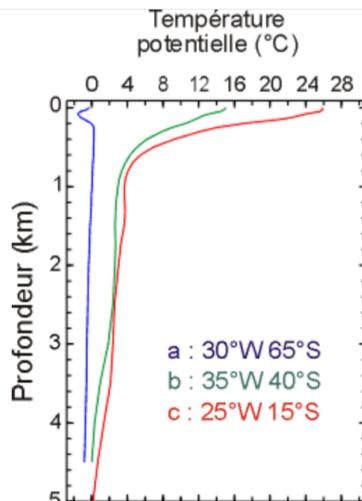
<http://lecalve.univ-tln.fr/oceano/plan.htm>

La distribution moyenne de la température sur une coupe de l'océan Atlantique Ouest, ci-dessous fig 4.3, illustre bien le confinement des températures élevées dans la partie supérieure de l'océan. Au delà de 1000 m de profondeur, la température est relativement homogène. Les fortes variations (verticales et horizontales) de la température sont observées dans la couche supérieure de l'océan.

On met en évidence trois couches différentes dans l'océan :

- la **couche de surface** (ou couche de mélange) jusqu'à 200 m d'épaisseur où les températures sont à peu près celle de la surface,
- la **couche thermocline** de 200 à 1000 m d'épaisseur, dans laquelle la température décroît rapidement avec la profondeur (sauf aux grandes latitudes où la température de surface est voisine de celle du fond),
- la **zone profonde**, qui s'étend jusqu'au fond, caractérisée par des températures faibles et homogènes.

Cette évolution de la température avec la profondeur est illustrée ci-dessous par 3 profils de températures moyennes dans l'océan Atlantique à différentes latitudes.



Moyennes annuelles des températures en fonction de la profondeur.

(a) région polaire, (b) région tempérée, (c) région tropicale

Source : <http://lecalve.univ-tln.fr/oceano/fiches/fiche4D.htm>

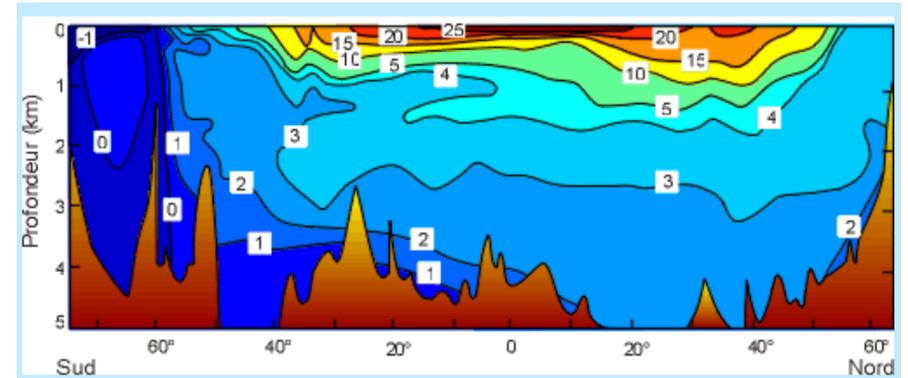
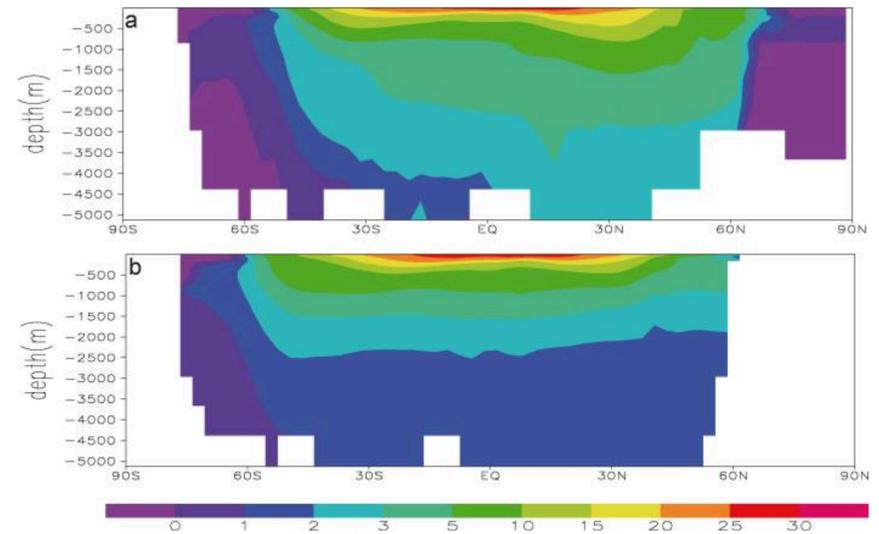


figure 4.3 : Exemple de distribution verticale de températures(en °C) à l'ouest de l'océan Atlantique.



Coupe des températures – Océans Atlantique et Pacifique
http://www.astr.ucl.ac.be/textbook/chapter1_node12.html