

## Hacheurs – Conversion DC/DC

Deux premiers exercices comme application directe sur les convertisseurs indirects

### Exercice 1 Hacheur Boost – survolteur en tension pour alimentation à découpage, ou élévation de la tension après panneau solaire...

La source de tension associée à une inductance en série la convertit en source de courant, rendant l'interconnexion possible !

Les alimentations à découpage sont d'utilisation très fréquente (alimentation de téléphone portable, d'ordinateur...).

On considère le convertisseur ci-contre entre une source de tension de f.e.m  $E$  et une charge résistive  $R$ . Pour  $t \in [0, \alpha T]$ ,  $K_1$  est ouvert,  $K_2$  fermé ; pour  $t \in [\alpha T, T]$  c'est l'inverse. On prend  $T = 50 \mu\text{s}$  et  $E = 40 \text{ V}$ .

a) Quelle est la nature de ce convertisseur ?

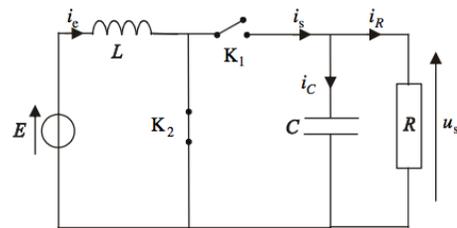
On suppose d'abord  $C$  suffisamment grande pour que l'association  $R//C$  puisse être considérée comme une source de tension de valeur  $u_s = E'$  (on néglige l'ondulation en tension à ses bornes).

b) Étudier l'évolution de  $i_c(t)$  sur une période et en déduire la valeur de  $E'$  permettant d'avoir un fonctionnement périodique.

Commenter. Représenter  $i_c(t)$  et calculer  $\Delta i_c = i_{c \max} - i_{c \min}$

c) On veut obtenir  $E' = 80 \text{ V}$  avec une variation de courant dans la bobine  $\Delta i_c \leq 0,2 \text{ A}$ . Déterminer  $\alpha$  puis la valeur minimale  $L_{\min}$  de l'inductance  $L$ .

d) Lorsque la puissance moyenne échangée est  $P = 160 \text{ W}$ , déterminer les valeurs minimale et maximale de l'intensité dans la bobine si l'on prend  $L = L_{\min}$ . Quelle est la nature des interrupteurs  $K_1$  et  $K_2$  ? Justifier le nom : hacheur parallèle, que l'on donne parfois à ce montage.



On tient maintenant compte de la structure  $R//C$  de la source de sortie, avec  $R = 40 \Omega$ . L'ondulation maximale  $\Delta u_s$  de la tension de sortie doit rester inférieure à  $1 \text{ V}$ .

e) Écrire les deux équations différentielles qui régissent  $u_s(t)$  selon l'intervalle de temps  $[0, \alpha T]$  ou  $[\alpha T, T]$ . Représenter l'allure de  $u_s(t)$ .

f) En supposant que l'ondulation en tension est très faible devant la valeur moyenne de  $u_s$  qui reste donc égale à la valeur trouvée au b), calculer  $\Delta u_s$ , ainsi que la valeur minimale que l'on doit prendre pour la capacité  $C$  du condensateur.

Calculer également  $u_{s \max}$  et  $u_{s \min}$ .

**réponse :** b)  $E' = \frac{E}{1-\alpha} > E$ ;  $\Delta i_c = \frac{E\alpha T}{L}$  c)  $L_{\min} = 5 \text{ mH}$  d)  $i_{c \max} = 4,1 \text{ A}$   $i_{c \min} = 3,9 \text{ A}$ ;  $K_1$  transistor;  $K_2$  diode e)

$[0, \alpha T]$ : décroissance exponentielle,  $[\alpha T, T]$ : de toutes façons on a

$u_s(t)$  en triangles car  $T \ll RC$  f)  $C_{\min} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{ET}{R\Delta u_{s \max}} = 50 \mu\text{F}$ ;  $u_{s \max} = 80,5 \text{ V}$ ;  $u_{s \min} = 79,5 \text{ V}$

## Exercice 2 Hacheur à accumulation capacitive

On considère le montage ci-dessous appelé hacheur à accumulation capacitive, le cycle périodique de commande étant :

Pour  $0 \leq t < \alpha T$  :  $K$  fermé,  $K'$  ouvert.

Pour  $\alpha T \leq t < T$  :  $K$  ouvert,  $K'$  fermé.

a) Peut-on laisser simultanément les deux interrupteurs dans le même état ? Justifier la réponse.

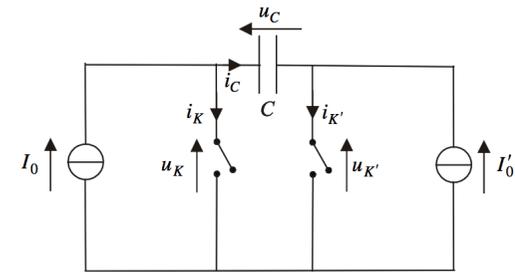
b) On appelle  $U_m$  la valeur minimale de la tension aux bornes du condensateur et  $U_M$  la valeur maximale en régime permanent.

Étudier les variations de  $u_C$ ,  $u_K$ ,  $u_{K'}$ ,  $i_C$ ,  $i_K$  et  $i_{K'}$ . Les représenter.

c) Indiquer la relation qui doit exister entre  $I_0$ ,  $I_0'$  et  $\alpha$  pour que le régime permanent soit possible.

d) Calculer la puissance moyenne fournie par la source d'entrée puis la puissance moyenne consommée par la source de sortie. Commenter.

e) En déduire les caractéristiques tension-courant des deux interrupteurs et indiquer à l'aide de quels composants électroniques ils peuvent être réalisés. Dessiner le montage correspondant.



**réponse :** b)  $0 \leq t < \alpha T$  :  $u_C = U_M - \frac{I_0'}{C} t$ ;  $\alpha T \leq t < T$  :  $u_C = U_m + \frac{I_0}{C} (t - \alpha T)$  c)  $I_0' = \frac{1-\alpha}{\alpha} I_0$

d)  $P_s = P_e = (1-\alpha) \frac{U_M + U_m}{2} I_0$  e)  $K$  fonction transistor,  $K'$  diode

## Un sujet de concours récent sur le MCC avec hacheur série

« classique »

## CCINP 2020 PSI

## Partie II - Machine à Courant Continu (M.C.C.)

Dans les machines électriques, le principe de la conversion d'énergie électromécanique repose sur l'interaction entre le champ magnétique créé par l'inducteur et le courant électrique circulant dans l'induit.

Le circuit magnétique en fer amplifie et canalise les lignes de champs magnétiques. Il comporte un entrefer séparant la partie statique (le stator) de la partie en rotation (le rotor).

Dans une M.C.C. à stator bobiné, l'inducteur comporte un grand nombre de spires en série, alimentées par un courant continu de faible intensité, notée  $i_{exc}$ . Par l'intermédiaire de pièces polaires, ce courant crée un champ radial dans l'entrefer.

Le rotor ou induit est constitué de plusieurs spires plates, connectées en parallèle les unes avec les autres. Il est alimenté par une source de tension continue qui délivre un courant d'intensité  $I$  importante.

On recherche dans cette partie à identifier la constante de temps électrique  $\tau_e$  de l'induit d'une M.C.C..

Le bornier de la machine (figure 3) fait apparaître deux couples de bornes, l'un correspondant à l'induit et l'autre à l'inducteur. Ils sont dénommés couple A et couple B.

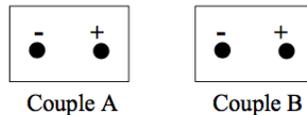


Figure 3 - Bornier de la M.C.C.

Dans une première expérience, on mesure pour deux fréquences différentes, à l'aide d'un impédance-mètre, à la fois la résistance  $R$  et l'inductance  $L$  des deux enroulements de la M.C.C.. Les mesures sont regroupées dans le tableau 1.

	Couple A	Couple B
$f = 120 \text{ Hz}$	$R_A = 4,61 \ \Omega ; L_A = 3,30 \text{ mH}$	$R_B = 160 \ \Omega ; L_B = 822 \text{ mH}$
$f = 1 \text{ kHz}$	$R_A = 8,82 \ \Omega ; L_A = 3,07 \text{ mH}$	$R_B = 920 \ \Omega ; L_B = 568 \text{ mH}$

Tableau 1 - Mesures de résistances et d'inductances

Q10. Quel couple de bornes A ou B correspond *a priori* aux enroulements de l'induit ? Aux enroulements de l'inducteur ?

Q11. Comment expliquez-vous que les résistances puissent augmenter avec la fréquence ? En électromagnétisme, rappeler l'équation locale de Maxwell-Faraday ainsi que la loi de Lenz. Comment expliquez-vous que les inductances puissent diminuer avec la fréquence ?

Dans une seconde expérience, on a bloqué le rotor de la machine. On a ensuite imposé entre les deux bornes du couple A, un échelon de tension d'amplitude  $V_0 = 10 \text{ V}$ , à l'aide d'une alimentation extérieure. On a relevé (figure 4), à l'aide d'un capteur à effet Hall, le courant  $I_A(t)$  circulant dans l'enroulement correspondant au couple de bornes A.

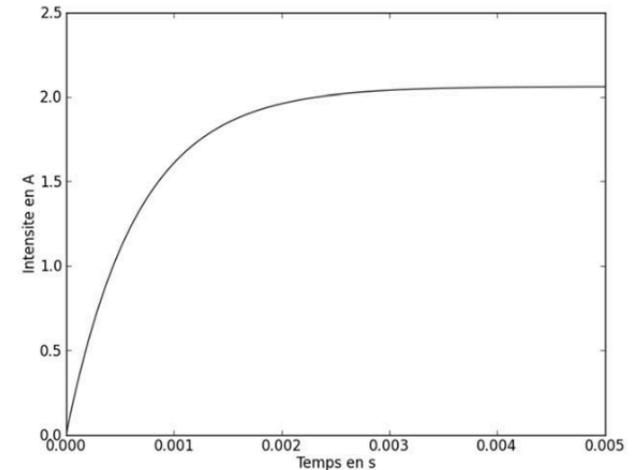


Figure 4 - Réponse à un échelon de tension, rotor bloqué

- Q12. Justifier la nécessité de bloquer le rotor de la M.C.C.. Évaluer alors les valeurs de la résistance  $R$ , de l'inductance  $L$  et de la constante de temps électrique  $\tau_e$  de l'association alimentation-M.C.C.. Ces valeurs sont-elles compatibles avec les relevés de la première expérience ?

## Partie III - Commande de la machine

Dans une M.C.C., la force électromotrice (f.e.m.) induite est proportionnelle à la vitesse de rotation de la machine. La source d'énergie est généralement une source de tension constante notée  $U_0$ . Il convient donc de l'associer à un convertisseur statique pour pouvoir faire varier la vitesse de rotation de la machine.

- Q13. Un étudiant E1 propose d'intercaler, entre la source de tension continue  $U_0$  et la M.C.C., un pont diviseur composé d'une résistance  $R_1$  et d'une résistance  $R_2$  variable (figure 5).

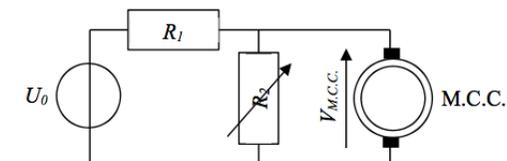
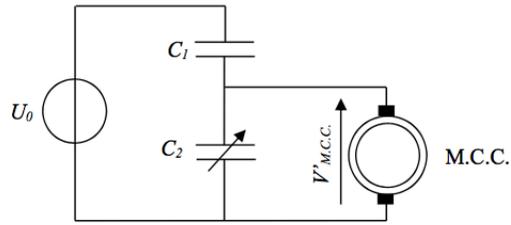


Figure 5 - Pont diviseur résistif

Exprimer, en supposant l'impédance de la M.C.C. grande devant la résistance  $R_2$ , la tension  $V_{M.C.C.}$ , aux bornes de la M.C.C., en fonction de  $U_0$ , de  $R_1$  et de  $R_2$ .

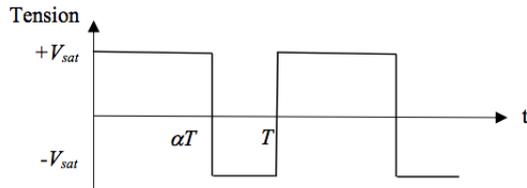
**Q14.** Un étudiant E2 suggère au contraire d'utiliser un pont diviseur de tension capacitif, dont la capacité du condensateur 2 est réglable (**figure 6**).



**Figure 6** - Pont diviseur capacitif

Exprimer, en supposant l'impédance de la M.C.C. grande devant celles des capacités, la tension  $V_{M.C.C.}$ , aux bornes de la M.C.C., en fonction de  $U_0$ , de  $C_1$  et de  $C_2$ .

**Q15.** Un étudiant E3 suggère d'utiliser un amplificateur linéaire qui fonctionne en comparateur, de façon à délivrer sur une période  $T$  de hachage (**figure 7**) une tension hachée  $U_1$  d'amplitude  $+V_{sat}$  pour  $t \in [0; \alpha T]$  et d'amplitude  $-V_{sat}$  pour  $t \in [\alpha T; T]$ .

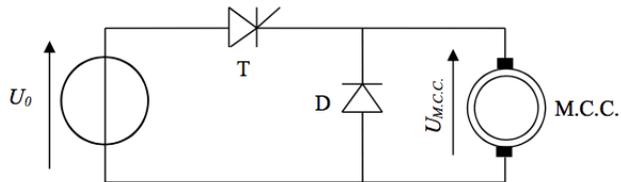


**Figure 7** - Tension hachée  $U_1$

Déterminer en fonction de  $\alpha$  et de  $V_{sat}$ , la valeur moyenne  $V_{moy}$  de la tension hachée  $U_1$ .

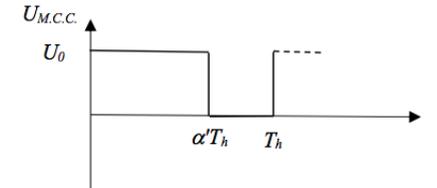
**Q16.** Présenter les avantages et les inconvénients de ces trois propositions en une dizaine de lignes au maximum.

Industriellement, la source de tension continue d'amplitude  $U_0$  est connectée à la M.C.C. par l'intermédiaire d'un hacheur. On considère ici un hacheur série (**figure 8**), comprenant deux composants de puissance : un transistor T et une diode D.



**Figure 8** - Montage avec hacheur série

Le transistor est utilisé en commutation par l'intermédiaire d'une tension de commande  $V_{com}$ . On désire obtenir la tension hachée  $U_2$ , représentée sur la **figure 9**. On note  $\alpha$  le rapport cyclique du hacheur et  $f_h$  la fréquence de hachage ( $f_h = \frac{1}{T_h}$ ).



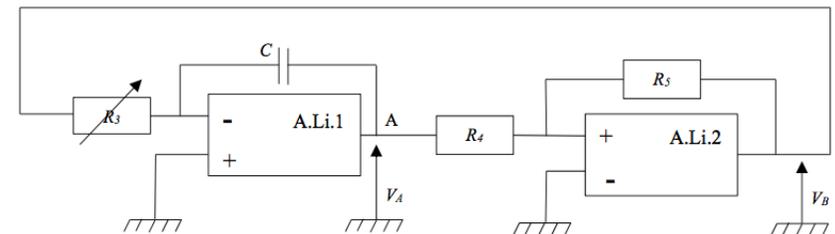
**Figure 9** - Tension hachée  $U_2$

Pour faire simple, on admettra que le transistor est passant lorsque  $V_{com} = +15$  V et qu'il est bloqué lorsque  $V_{com} = -15$  V.

On s'intéresse ici au circuit électronique qui permet de générer la tension de commande  $V_{com}$  du hacheur série.

Dans tout le sujet, les amplificateurs linéaires (A.Li.) sont supposés d'impédance d'entrée infinie et d'impédance de sortie nulle. En mode linéaire, leur gain est considéré comme infini. On note  $\pm V_{sat}$  leur tension de saturation, avec  $V_{sat} = 15$  V.

On considère le circuit de commande de la **figure 10**. La résistance  $R_3$  est une résistance variable, les deux autres résistances sont de valeurs fixes.



**Figure 10** - Circuit de commande du hacheur

**Q17.** Préciser pour chacun des amplificateurs linéaires, s'il fonctionne, *a priori*, en régime linéaire ou saturé.

**Q18.** Déterminer, en fonction de  $R_3$  et  $C$ , la fonction de transfert  $\underline{H}(j\omega) = \frac{V_A}{V_B}$  du montage lié à l'amplificateur linéaire A.Li.1. Quelle est la fonction réalisée par cette partie du montage ?

**Q19.** Quelle fonction réalise le montage lié à l'amplificateur linéaire A.Li.2. ?

**Q20.** On suppose que  $V_A(t=0) = \frac{R_4 V_{sat}}{R_5}$ . En veillant à indiquer toutes les informations nécessaires, tracer sur un même graphe, l'allure des deux tensions  $V_A$  et  $V_B$  en fonction du temps. Comment sont modifiées ces tensions lorsqu'on augmente la résistance  $R_3$  ?

Dans la suite du sujet, on suppose  $R_5 = 2R_4$ .

**Q21.** On connecte le point A du circuit précédent (figure 10) au point C du circuit décrit sur la figure 11. Un potentiomètre relié à un ensemble de deux condensateurs et une source de tension constante  $V_m = 15 \text{ V}$ , permettent d'imposer le potentiel de l'entrée non inverseuse de l'amplificateur linéaire A.Li.3. On a ainsi :  $V^+ = \beta V_m$ .

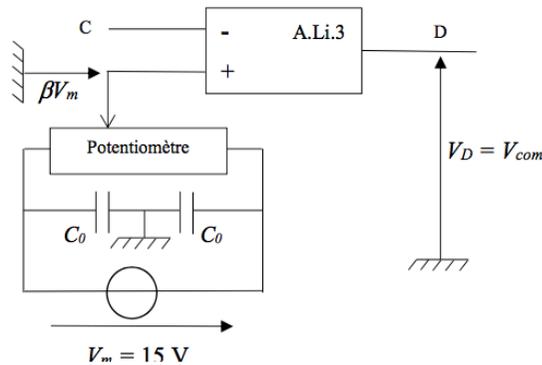


Figure 11 - Circuit supplémentaire

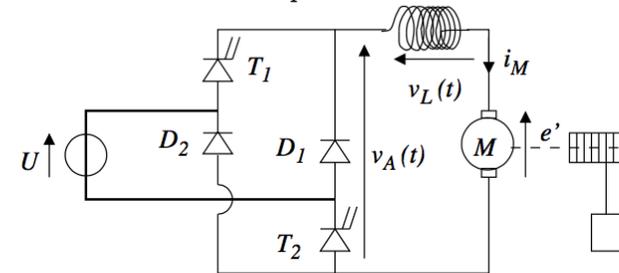
Sur quel intervalle varie la grandeur  $\beta$ ? Dessiner l'allure de la tension  $V_D(t)$  dans les deux cas correspondant à  $\beta = 1/3$  et  $\beta = -1/3$ .

**Q22.** La tension  $V_D(t)$  est utilisée pour commander le transistor du hacheur série qui alimente la M.C.C., on a ainsi :  $V_{com}(t) = V_D(t)$ . Préciser les relations qui relient la fréquence de hachage  $f_h$  et le rapport cyclique  $\alpha'$  du hacheur aux différents éléments présents dans les circuits électroniques représentés sur les figures 10 et 11.

## Approfondissement : pour aller plus loin sur les hacheurs

### Hacheur réversible en tension (sens de rotation) – CCINP 1997 PSI

On considère la structure de hacheur présentée ci-dessous :



Le générateur de tension continue  $U$  est chargé de fournir la puissance nécessaire au moteur.

Les deux transistors  $T_1$  et  $T_2$  fonctionnent comme deux interrupteurs parfaits unidirectionnels et les deux diodes  $D_1$  et  $D_2$  sont idéales.

Les phases de conduction de ces composants sont décrites ci-dessous ; la commande est périodique de période  $T$ .

	phase 1	phase 2
Conducteurs	$T_1$ et $T_2$	$D_1$ et $D_2$
Bloqués	$D_1$ et $D_2$	$T_1$ et $T_2$

La phase 1 correspond à l'intervalle de temps  $\alpha T$ , la phase 2 à  $(1 - \alpha)T$ .

$\alpha$  est une constante réglable, appelé rapport cyclique.

On suppose que le moteur entraîne une charge lui opposant un couple de moment  $C_R$  **constant** indépendant de la vitesse. La charge est représentée symboliquement par un treuil qui entraîne une masse  $M$ .

On suppose que  $i_M(t)$  est périodique de période  $T$  et toujours  $> 0$ .

On admet enfin que la résistance du moteur est négligeable.

#### A - Étude de la tension

1. Tension  $v_A$  :

(a) Donner le graphe de la tension  $v_A(t)$ .

(b) Déterminer  $V_A$  valeur moyenne de cette tension en fonction de  $U$  et  $\alpha$ .

- En appliquant la loi des mailles donnant  $v_A$  en fonction des autres grandeurs et en exprimant cette égalité en moyenne dans le temps, déterminer  $E_M$ , la valeur moyenne de  $e'$ .
- Sachant que le moteur est un moteur à courant continu, expliquer comment le réglage de la vitesse angulaire  $\Omega$  peut être effectué.
- Peut-on inverser la vitesse de rotation, le couple moteur ?

## B - Étude du courant

- En régime quelconque de vitesse, écrire la relation entre  $i_M(t)$ , l'intensité du courant traversant le moteur à courant continu,  $\Omega(t)$  sa vitesse angulaire,  $C_R$  le couple résistant,  $J$  le moment d'inertie du rotor et  $\Phi_0$  la constante de couplage  
Simplifier cette relation en régime permanent.
- Les grandeurs mécaniques évoluant lentement vis à vis des grandeurs électriques, on considère que la vitesse angulaire est constante à l'échelle d'une période  $T$ ; comme  $e' = \Phi_0 \Omega$ , on pourra donc assimiler la force contre électromotrice à sa valeur moyenne  $E_M$ .
  - Déterminer sur chaque phase, l'équation différentielle vérifiée par le courant  $i_M$  en fonction de  $U$ ,  $\alpha$  et  $T$ .
  - Intégrer ces relations en utilisant  $i_M(0)$  et  $i_M(\alpha T)$  supposées connues.
  - Déterminer  $\Delta I_M$  l'amplitude crête à crête de l'ondulation  $\Delta i(t)$  en fonction de  $\alpha$ ,  $U$ ,  $L$  et  $f$ .

Application numérique :

Données :  $L = 10$  mH,  $\alpha = 0,80$ ,  $U = 20$  V,  $f = 5,0$  kHz

Réponses :

Partie A. 1(b) :  $V_A = U(2\alpha - 1)$ ; 2 :  $E_M = V_A = U(2\alpha - 1)$ .

Partie B. 1 :  $J \frac{d\Omega(t)}{dt} = \Phi_0 i_M(t) - C_R$ ;  $C_R = \Phi_0 i_M$ ; 2(a) :  $\forall t \in [0, \alpha T[$ ,  $\frac{di_M}{dt} = \frac{2U(1-\alpha)}{L}$ ;

$\forall t \in ]\alpha T, T[$ ,  $\frac{di_M}{dt} = \frac{-2U\alpha}{L}$ ; 2(b) :  $\forall t \in [0, \alpha T[$   $i_M(t) = i_M(0) + \frac{2U(1-\alpha)}{L} \times t$ ;

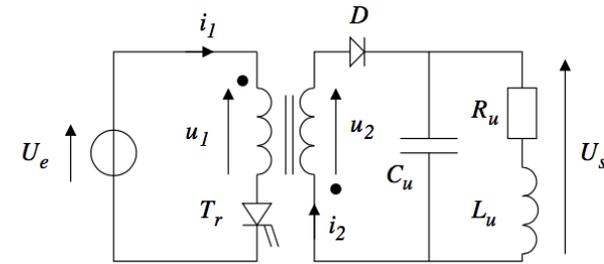
$\forall t \in ]\alpha T, T[$   $i_M(t) = i_M(\alpha T) - \frac{2U\alpha}{L} (t - \alpha T)$ ; 2(c) :  $\Delta i_M = \frac{2U(1-\alpha)\alpha T}{L} = 0,13$  A

## Alimentation à découpage Flyback

La figure suivante représente une alimentation à découpage transférant de la puissance d'une source de tension, vers une charge passive à tension faiblement ondulante.

La source peut être une tension du réseau ERDF, redressée puis filtrée; elle est modélisée par un générateur de tension continue de fem  $U_e$ .

Pour la charge, on peut envisager une charge inductive ( $L_u, R_u$ ) mise en parallèle avec un condensateur stabilisant la tension  $U_s$  qui sera considérée constante et positive pour la suite.



Le transformateur est parfait. On note  $N_1$  et  $N_2$  ses nombres de spires au primaire et au secondaire ( $m = N_2/N_1$ ),  $L_1$  et  $L_2$  ses auto-inductances au primaire et au secondaire. On suppose enfin que le transformateur ne se démagnétise jamais complètement (l'énergie stockée dans un noyau ne s'annule pas).

La commande du transistor  $T_r$  est périodique de rapport cyclique  $\alpha \in ]0, 1[$  :

$$0 < t < \alpha T : T_r \text{ fermé}; \alpha T < t < T : T_r \text{ ouvert}$$

On donne enfin la forme des tensions et courants dans l'alimentation Fly back (Cf. figure page suivante).

- Intervalle  $t \in ]0, \alpha T[$  :

(a) Exprimer  $u_1$  et  $u_2$  sur cet intervalle (attention à la position des bornes homologues). En déduire que la diode est bloquante et expliquer la forme des chronogrammes.

(b) Déterminer une relation liant  $I_{1M}$ ,  $I_{1m}$ ,  $\alpha$ ,  $L_1$ ,  $T$  et  $U_e$ .

- Intervalle  $t \in ]\alpha T, T[$  :

(a) Quelle est la grandeur continue à l'ouverture du transistor? En déduire que la diode devient passante, relier  $I_{1M}$  et  $I_{2M}$  et justifier la forme des chronogrammes sur cet intervalle.

- Montrer finalement que  $U_s = \frac{N_2}{N_1} \frac{\alpha U_e}{1 - \alpha}$ .

Réponses : 1(a) :  $u_1 = U_{1M} = U_e$ ;  $u_2 = U_{2m} = -mU_e$ ; 1(b) :  $\frac{I_{1M} - I_{1m}}{\alpha T} = \frac{U_e}{L_1}$ ;

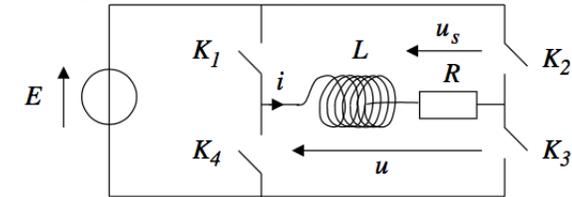
2(a) :  $I_{2M} = \frac{I_{1M}}{m}$

## Onduleurs – Conversion DC/AC

### Onduleur à commande symétrique et décalée (Capes 2009)

Voir CCINP 2017 PSI aussi

On étudie un onduleur de tension autonome à commande symétrique ou décalée. Un onduleur est un convertisseur de tension continue en tension alternative. Le montage est celui représenté sur la figure ci-dessous.



Les quatre interrupteurs bidirectionnels  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  et  $K_4$  sont commandés électriquement de telle façon que :

- pour  $0 < t < T/2$ ,  $K_1$  et  $K_3$  sont fermés et  $K_2$  et  $K_4$  ouverts ;
- pour  $T/2 < t < T$ ,  $K_1$  et  $K_3$  sont ouverts et  $K_2$  et  $K_4$  fermés.

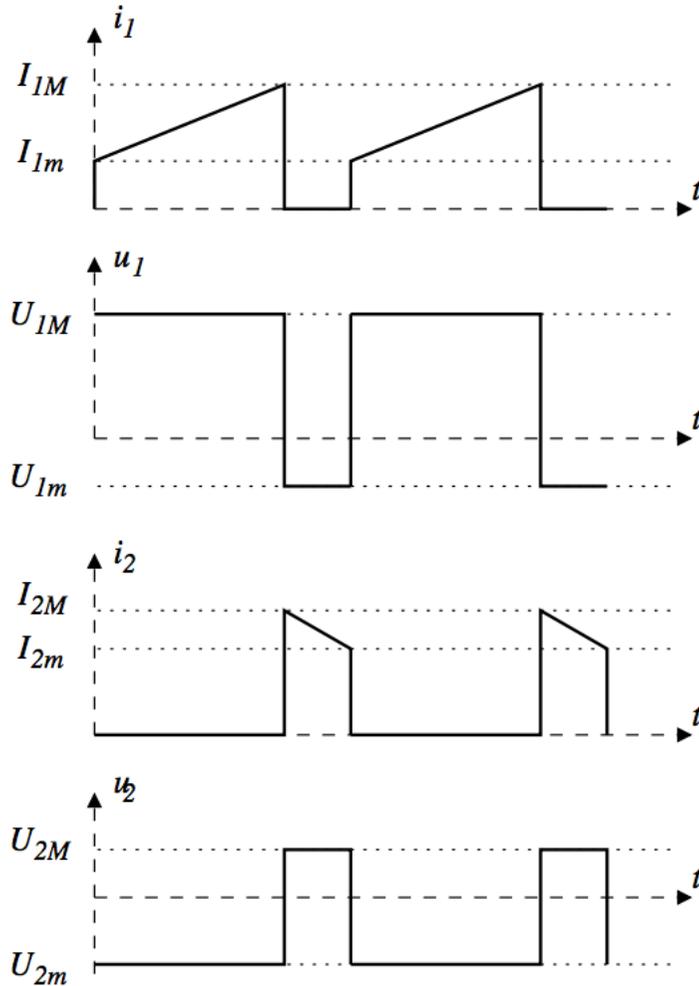
Le générateur est une source de tension idéale de force électromotrice  $E$  constante.  $L$  est une inductance pure dite de lissage et  $R$  représente la charge.

1. Tracer la courbe  $u(t)$  en indiquant les points remarquables.
2. Écrire l'équation différentielle vérifiée par  $i(t)$ , courant circulant dans la charge.
3. Si  $i_1(t)$  est la solution de cette équation pour  $0 < t < T/2$  et  $i_2(t)$  la solution de cette équation pour  $T/2 < t < T$ , déterminer les expressions de  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$  en fonction de  $R$ ,  $L$  et  $E$  et en fonction de deux constantes d'intégration  $A_1$  et  $A_2$  que l'on ne cherchera pas à calculer pour l'instant. On pose  $\tau = L/R$ .

On se place en régime permanent et on cherche à déterminer les valeurs de  $A_1$  et  $A_2$ .

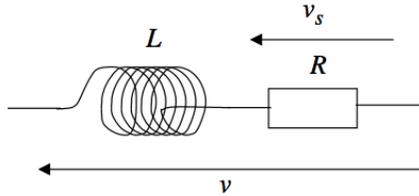
On pose  $\alpha = \exp[-T/(2\tau)]$ .

4. Écrire la condition de raccordement pour le courant en  $t = T/2$ . On obtient ainsi une première équation entre  $A_1$  et  $A_2$ .



- En écrivant que le courant est périodique, écrire une seconde relation entre  $A_1$  et  $A_2$ . Résoudre le système ainsi trouvé.
- Exprimer  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$ . Tracer le graphe  $i(t)$  en faisant apparaître les points remarquables.

On va maintenant étudier l'influence de l'inductance de lissage :



- Montrer que pour une tension  $v$  sinusoïdale de pulsation  $\omega$ , l'ensemble  $R$  et  $L$  se comporte comme un filtre passe-bas du premier ordre pour la tension  $v_s$ .
- Déterminer la pulsation de coupure  $\omega_c$  du filtre en fonction de  $\tau$ .
- La tension en crêteaux  $u(t)$  de la première question admet une décomposition en série de Fourier de la forme :

$$u(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} b_{2k+1} \sin([2k+1]\omega_0 t) \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad \text{et} \quad b_{2k+1} = \frac{4E}{(2k+1)\pi}$$

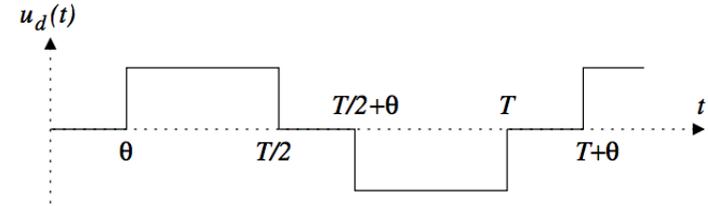
De même la tension  $u_s(t)$  admet une décomposition en série de Fourier de la forme :

$$u_s(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} \beta_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_{S_n})$$

Justifier le fait que seuls les coefficients  $\beta_n$  correspondant à des  $n$  impairs soient différentes de 0. Exprimer les coefficients  $\beta_1$  et  $\beta_3$  de la décomposition en série de Fourier de la tension  $u_s(t)$ .

- Déterminer le rapport  $B = \frac{\beta_3}{\beta_1}$  que l'on exprimera en fonction de  $\omega_0$  et  $\tau$ .  
Le calculer dans le cas  $\omega_0 = \omega_c$ .

Pour alimenter la charge avec un courant quasi-sinusoïdal, on modifie la commande des interrupteurs pour modifier la tension  $u(t)$  et obtenir une tension  $u_d(t)$  représentée sur la figure suivante.



Cette tension admet la décomposition en série de Fourier suivante :

$$u_d(t) = \frac{4E}{\pi} \left[ \cos\left(\frac{\omega_0\theta}{2}\right) \sin\left(\omega_0\left(t - \frac{\theta}{2}\right)\right) + \frac{1}{3} \cos\left(\frac{3\omega_0\theta}{2}\right) \sin\left(3\omega_0\left(t - \frac{\theta}{2}\right)\right) \right] + \frac{4E}{\pi} \left[ \frac{1}{5} \cos\left(\frac{5\omega_0\theta}{2}\right) \sin\left(5\omega_0\left(t - \frac{\theta}{2}\right)\right) \right] + \dots$$

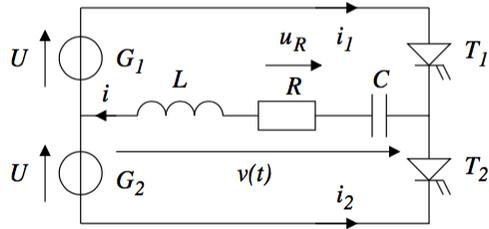
- Comment faut-il choisir  $\theta$  pour que l'harmonique de rang 3 soit nul? Dans ce cas, calculer pour la plus petite valeur positive de  $\theta$  et pour  $\omega_0 = \omega_c$ , le rapport  $D = d_5/d_1$ , où  $d_5$  est l'amplitude de l'harmonique de rang 5 et  $d_1$  est l'amplitude du fondamental (ou l'harmonique de rang 1) de la tension aux bornes de  $R$ . Conclure.

**Réponses :** 2 :  $u(t) = Ri + L \frac{di}{dt}$ ; 3 : Pour  $t \in ]0, T/2[$ ,  $i_1(t) = \frac{E}{R} + A_1 e^{-t/\tau}$ ; pour  $t \in ]T/2, T[$ ,  $i_2(t) = -\frac{E}{R} + A_2 e^{-t/\tau}$ ; 4 :  $\frac{2E}{R} = \alpha(A_2 - A_1)$ ; 5 :  $\frac{2E}{R} = -A_1 + A_2\alpha^2$ ;  $A_1 = \frac{-2E}{R(1+\alpha)}$ ;  $A_2 = \frac{2E}{R\alpha(1+\alpha)}$ ; 6 :  $i_1(t) = \frac{E}{R} \left( 1 - \frac{2}{1 + \exp(-T/(2\tau))} e^{-t/\tau} \right)$ ;  $i_2(t) = \frac{E}{R} \left( -1 + \frac{2}{1 + \exp(-T/(2\tau))} e^{(T/2-t)/\tau} \right)$ ; 7 :  $\underline{H} = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$ ; 8 :  $\omega_c = 1/\tau$ ; 9 :  $\beta_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_0\tau)^2}} \times \frac{4E}{\pi}$ ;  $\beta_3 = \frac{1}{\sqrt{1 + (3\omega_0\tau)^2}} \times \frac{4E}{3\pi}$ ; 10 :  $B = 15\%$ ; 11 :  $\theta = \frac{T}{6}$ ;  $\frac{d_5}{d_1} = \frac{1}{5} \times \frac{\sqrt{1 + (\omega_0\tau)^2}}{\sqrt{1 + (5\omega_0\tau)^2}} = 5,5\%$

## Onduleur à charge résonante - CCINP PSI 1997

Voir aussi E3A 2022 PSI

Le schéma de principe suivant est celui d'une alimentation destinée à fournir un courant  $i(t)$  sinusoïdal à la charge  $RL$ , à partir de deux sources de tension continues  $G_1$  et  $G_2$  de même f.e.m.  $U$ .



On adjoint, à la charge  $RL$  précédente, un condensateur de capacité  $C$  placé en série comme indiqué sur le schéma.

Il s'agit d'un convertisseur continu/alternatif appelé onduleur.

$T_1$  et  $T_2$  sont deux interrupteurs électroniques supposés parfaits et unidirectionnels. Le contrôle de leur conduction est périodique (période  $T_0$ , fréquence  $f_0 = 1/T_0$ ) et s'effectue selon la séquence suivante :

- $0 < t < T_0/2$  :  $T_1$  conducteur,  $T_2$  bloqué ;
- $T_0/2 < t < T_0$  :  $T_1$  bloqué,  $T_2$  conducteur.

1. Montrer que la fonction de transfert  $\underline{H} = \frac{u_R}{V}$  peut se mettre sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_N} - \frac{\omega_N}{\omega} \right)}$$

avec  $\omega_N$  et  $Q$  à exprimer à l'aide de  $L$ ,  $C$  et  $R$ .

Calculer  $\omega_N$  et  $Q$  avec  $L = 1,0 \text{ mH}$ ,  $C = 1,0 \text{ } \mu\text{F}$  ;  $R = 9,48 \text{ } \Omega$

2. On considère dans la suite que  $f_N = f_0 = 5 \text{ kHz}$  et  $U = 60 \text{ V}$ . On admet que dans ce type d'application, les harmoniques ayant subi une atténuation supérieure ou égale à 15 dB sont d'effets négligeables.

- (a) Écrire l'expression numérique approchée du courant  $i(t)$ .

On rappelle que le développement en série de Fourier d'une tension carrée de valeurs extrêmes  $\pm E$  et de fréquence  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{T_0}$  peut s'écrire sous la forme :

$$v(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sin[(2n+1)\omega_0 t]}{2n+1}$$

- (b) Représenter, sur le même graphe, en fonction du temps, les courbes  $v(t)$ ,  $i(t)$ ,  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$ .

- (c) Exprimer la puissance consommée par la charge ainsi que la puissance moyenne fournie par chacun des générateurs  $G_1$  et  $G_2$ .

Que constate-t-on ?

**Réponses :** 1 :  $\omega_N = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  ;  $\omega_N = 3,16 \times 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  ;  $Q = 3,3$  ;

2(a) :  $i(t) = 8,06 \times \sin(3,14 \times 10^4 \times t)$  ; 2(c) :  $\mathcal{P} = RI_{\text{eff}}^2 = 308 \text{ W}$  ;  $\mathcal{P}_{12} = \frac{2UI_0}{\pi} = 308 \text{ W}$