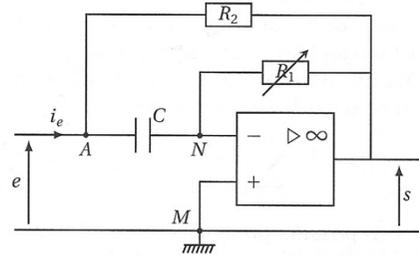


## TD Stabilité des systèmes – ALI et Rétroaction – pour aller plus loin

### Exercice 5 : Montage multiplicateur de capacité

Dans ce montage, l'ALI est supposé idéal et fonctionne en régime linéaire. On se place en régime sinusoïdal forcé à la pulsation  $\omega$ .

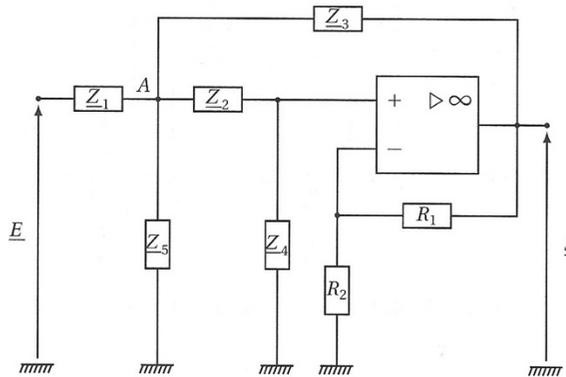
1. Justifier rapidement l'hypothèse du régime linéaire.
2. Déterminer l'expression de l'admittance d'entrée du montage.
3. Proposer un schéma électrique équivalent de même admittance d'entrée.
4. AN : on donne  $R_2 = 1,0 \cdot 10^2 \Omega$ . Quelle valeur de  $R_1$  permet d'obtenir une capacité de  $10^3 C$  ?



### Exercice 6 : Filtre actif de Sallen et Key

La structure générale du filtre de Sallen et Key (ci-contre) permet de réaliser tous les types de filtres d'ordre 2, en choisissant correctement ses composants.

Dans ce montage, l'ALI est supposé idéal et fonctionne en régime linéaire.



Ici nous choisissons  $Z_1 = Z_3 = R$ ,  $Z_2 = Z_5 = \frac{1}{jC\omega}$  et  $Z_4 = 2R$

1. Montrer rapidement qu'il s'agit d'un filtre sélectif (penser aux comportements asymptotiques BF et HF).

2. On admet que la fonction de transfert du filtre s'écrit :

$$H(j\omega) = K \frac{jRC\omega}{1 + (3-K)jRC\omega + (jRC\omega)^2} \quad \text{avec } K = 1 + \frac{R_1}{R_2}$$

Avec une bande passante à -3 dB définie par la relation  $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$  avec  $\omega_0$  la pulsation propre du filtre et Q son facteur de qualité.

Déterminer les expressions de  $\omega_0$  et Q.

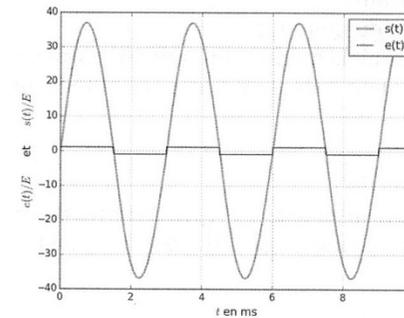
3. Quelle condition doit-on respecter pour que ce montage soit stable ?

4. Ce filtre est excité par un signal créneau d'amplitude E et de période T = 3 ms dont la décomposition en série de Fourier s'écrit :

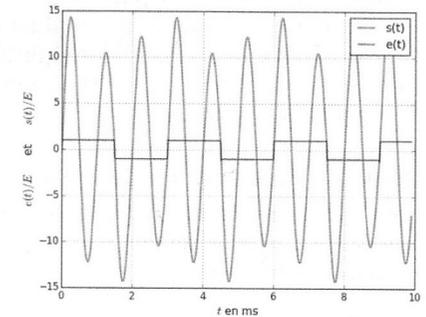
$$e(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin\left((2n+1)2\pi \frac{t}{T}\right)$$

Comment choisir les composants pour sélectionner l'harmonique 3 (n=1) ? Ne pas hésiter à faire preuve d'initiative pour cette réponse.

5. Commenter les simulations suivantes :



a. Sélection du fondamental.



b. Sélection de l'harmonique 3.

## Extrait de concours : Ecole de l'Air 2005

### I. DETECTION DE VEHICULE PAR BOUCLE INDUCTIVE

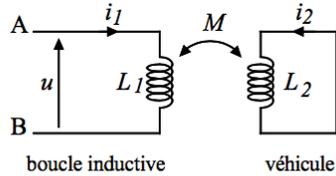
En milieu urbain, la détection des véhicules par boucle inductive s'est fortement développée afin d'améliorer la gestion des feux de signalisation sur certains carrefours stratégiques. On utilise également ces capteurs pour étudier la fréquentation d'une route, cette détection étant parfois capable de discerner différents types de véhicules (poids lourds, voitures, et plus rarement les deux roues).

Le capteur est une boucle conductrice implantée dans la chaussée, formée de spires rectangulaires dont la taille est de l'ordre du mètre. Cette boucle fait partie d'un circuit électronique oscillant dont la fréquence est fonction de son inductance. En présence d'un véhicule, l'environnement électromagnétique de la boucle est perturbé à cause des courants de Foucault induits dans les parties métalliques du véhicule. L'inductance du circuit est alors modifiée et la détection de la variation de fréquence des oscillations permet d'en déduire la présence du véhicule.

Dans cette partie, nous étudierons quelques propriétés relatives à l'induction, puis nous verrons un circuit électronique de principe illustrant cette détection.

#### I.B. Coefficients d'inductance

Le capteur est un dipôle AB formé d'une boucle de courant d'intensité variable  $i_1(t)$  et d'inductance propre  $L_1$ . Lorsqu'un véhicule se trouve à proximité de la boucle, des courants de Foucault sont induits dans la masse métallique. On modélise ce phénomène par un deuxième circuit d'inductance propre  $L_2$ , parcouru par un courant d'intensité  $i_2(t)$ . On note  $M$  le coefficient d'inductance mutuelle et on négligera la résistance des circuits.



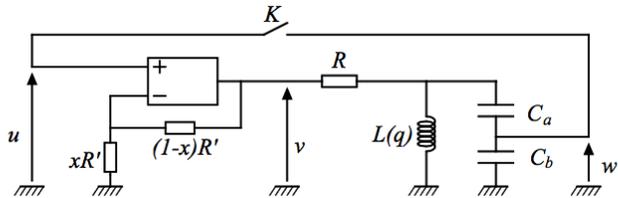
- 7) Montrer qu'en présence du circuit (2), le dipôle AB est équivalent à une inductance propre  $L(q)$  de la forme :

$$L(q) = L_1(1 - q)$$

On exprimera  $q$  en fonction du coefficient de couplage  $M/\sqrt{L_1 L_2}$ .

#### I.C. Oscillateur électrique

On considère le montage suivant utilisant un potentiomètre de résistance totale  $R'$  et de coefficient  $0 \leq x \leq 1$ , une résistance  $R$ , la boucle détectrice d'inductance  $L(q)$ , deux condensateurs de capacité  $C_a$ ,  $C_b$ , et un amplificateur opérationnel considéré comme idéal fonctionnant en régime linéaire.



- 8) Lorsque l'interrupteur  $K$  est ouvert, calculer en régime sinusoïdal de pulsation  $\omega$  la fonction de transfert  $\underline{H}(j\omega) = \underline{W}/\underline{U}$ . On l'écrira sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\Omega} - \frac{\Omega}{\omega}\right)}$$

On exprimera les constantes  $H_0$ ,  $Q$ ,  $\Omega$  en fonction de  $x$ ,  $R$ ,  $C_a$ ,  $C_b$ ,  $L(q)$ .

- 9) En déduire l'équation différentielle reliant  $u(t)$  et  $w(t)$  sous la forme :

$$\frac{d^2 w}{dt^2} + a \frac{dw}{dt} + bw = c \frac{du}{dt}$$

On exprimera les coefficients  $a$ ,  $b$ ,  $c$  en fonction de  $\Omega$ ,  $H_0$ ,  $Q$ .

- 10) On ferme l'interrupteur  $K$  afin de boucler le système. Montrer que le circuit peut être le siège d'une tension  $w$  sinusoïdale pour une valeur particulière  $x_0$  de  $x$  que l'on exprimera en fonction de  $C_a$ ,  $C_b$ . Le coefficient  $q$  de l'expression  $L(q) = L_1(1 - q)$  étant en pratique très inférieur à l'unité, montrer que la pulsation des oscillations est au premier ordre par rapport à  $q$  de la forme :

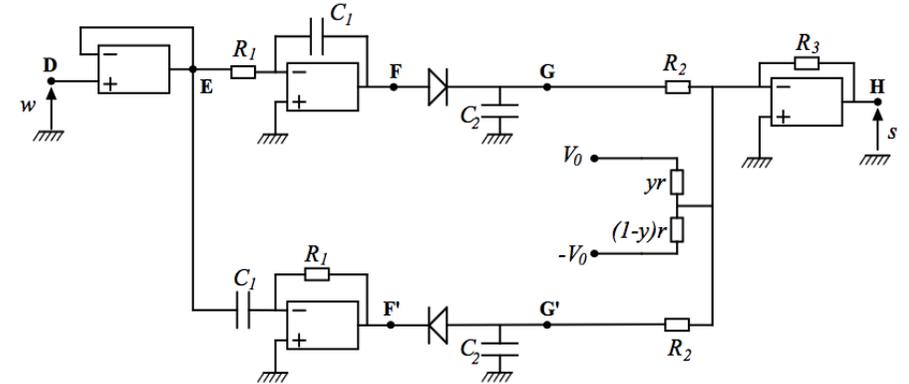
$$\omega(q) = \omega_0 \left(1 + \frac{q}{2}\right)$$

On exprimera  $\omega_0$  en fonction de  $L_1$ ,  $C_a$ ,  $C_b$ .

- 11) En pratique, il est impossible de réaliser exactement la condition  $x = x_0$ . Observe-t-on l'apparition des oscillations pour  $x$  légèrement supérieur ou légèrement inférieur à  $x_0$  ?  
12) Quel phénomène détermine l'amplitude des oscillations ?

### I.D. Détection électronique de la variation de fréquence

L'oscillateur précédent génère la tension  $w$  d'amplitude  $E_0$  et de pulsation  $\omega(q)$  qu'on applique entre la masse et le point D du montage suivant :



Les quatre amplificateurs opérationnels fonctionnent en régime linéaire et sont considérés comme idéaux. Le montage utilise également un ensemble de condensateurs de capacités  $C_1$ ,  $C_2$ , un ensemble de résistances notées  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ , un potentiomètre de résistance totale  $r$  et de coefficient  $0 \leq y \leq 1$ . Une alimentation continue symétrique délivre les potentiels  $\pm V_0$ . Les deux diodes, disposées en sens inverses, sont supposées idéales dans un premier temps.

- 13) Quelle est l'utilité du montage à amplificateur opérationnel placé entre les points D et E ?  
14) On pose  $\omega_1 = 1/(R_1 C_1)$ . Exprimer l'amplitude  $E_F$  du potentiel sinusoïdal  $V_F$  en fonction de  $\omega_1$ ,  $\omega(q)$ ,  $E_0$ .  
15) Exprimer de même l'amplitude  $E_{F'}$  du potentiel sinusoïdal  $V_{F'}$ .  
16) Quelle condition doit remplir le produit  $R_2 C_2$  pour qu'on puisse obtenir le potentiel constant  $V_G = E_F$  ? On supposera cette condition satisfaite par la suite.  
17) Déterminer le potentiel  $V_{G'}$ .  
18) Déterminer la tension de sortie  $s = V_H$  en fonction de  $E_0$ ,  $\omega_1$ ,  $\omega(q) = \omega_0(1 + \frac{q}{2})$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $r$ ,  $y$ ,  $V_0$ . Simplifier cette expression au premier ordre par rapport à  $q$ .  
19) On ajuste le coefficient  $y$  du potentiomètre de compensation afin d'obtenir une tension de sortie nulle en absence de véhicule. En déduire l'expression de  $s$  en présence d'un véhicule en fonction de  $E_0$ ,  $\omega_1$ ,  $\omega_0$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $q$ .  
20) Comment sont modifiées les tensions  $V_G$ ,  $V_{G'}$ , et  $s$  si l'on considère que les diodes présentent une tension de seuil  $U_S$  ?