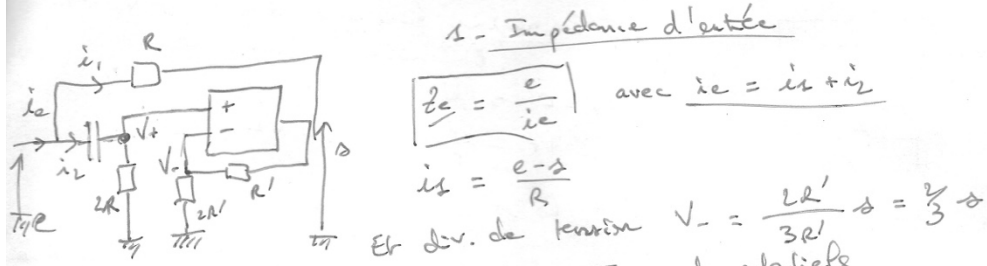


Ex 1 - Impédance d'entrée et simulateur d'une bobine



1 - Impédance d'entrée

$$\underline{z_e} = \frac{e}{i_e} \quad \text{avec } i_e = i_1 + i_2$$

$$i_2 = \frac{e - s}{R} \quad \text{Et div. de tension } V_- = \frac{2R'}{3R'} s = \frac{2}{3} s$$

Pour exprimer V_+ → loi des mailles en termes de potentiels

$$V_+ = \frac{e/z_e}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R}} = \frac{2R}{2R + z_e} e = \frac{2R}{2R + \frac{1}{j\omega C}} e$$

$$\text{donc } i_2 = \frac{e - s}{R} = \frac{e - \frac{3}{2} V_-}{R} = \frac{e - \frac{3}{2} V_+}{R}$$

$$\underline{i_2} = \frac{e}{R} - \frac{3}{2R} \frac{2R}{2R + \frac{1}{j\omega C}} e = \left[\frac{e}{R} - \frac{3}{2R + \frac{1}{j\omega C}} e \right]$$

$$\text{D'autre part, } e - V_+ = z_e i_2 = e - \frac{2R}{2R + \frac{1}{j\omega C}} e$$

$$\underline{i_2} = j\omega C \left(e - \frac{2R}{2R + \frac{1}{j\omega C}} e \right) = j\omega C \left(\frac{\frac{1}{j\omega C}}{2R + \frac{1}{j\omega C}} e \right) = \left[\frac{1}{2R + \frac{1}{j\omega C}} e \right]$$

$$\text{donc } i_e = i_1 + i_2 = \frac{e}{R} - \frac{2e}{2R + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$\frac{i_e}{e} = \frac{2R + \frac{1}{j\omega C} - 2R}{R(2R + \frac{1}{j\omega C})} = \frac{1}{j\omega C(2R + \frac{1}{j\omega C})}$$

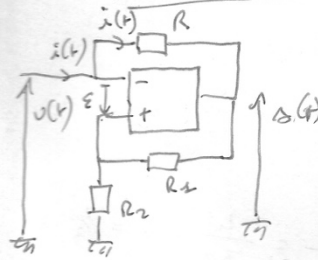
$$\underline{z_e} = \frac{e}{i_e} = j\omega C(2R + \frac{1}{j\omega C})$$

$$\boxed{\underline{z_e} = R + j\omega L} \rightarrow \underline{z_e} = R + j\omega L$$

2 -

bobine avec $L = 2R^2 C$
et résistance interne R !

Ex 2 - Résistance négative équivalente



1 - En régime linéaire $(E = 0 \rightarrow V_+ = V_-)$

ALI idéal $i_+ = i_- = 0$

$$i_+ = 0 \rightarrow \text{div. de tension}$$

$$V_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} s = V_- = 0$$

$$\hookrightarrow s = \frac{R_1 + R_2}{R_2} U$$

$$\text{et } U - s = R i \Rightarrow U \left(1 - \frac{R_1 + R_2}{R_2} \right) = R i$$

$$\Rightarrow \boxed{U = - \frac{R R_2}{R_1} i}$$

Équiv. à une résistance négative

$$\boxed{R' = - \frac{R R_2}{R_1}}$$

si on choisit $R_1 = R_2$
alors $R' = -R$!

(q) la puissance électrique reçue par une telle résistance est < 0 ! Elle fournit de la puissance au reste du circuit, ce qui est impossible avec des composants passifs. L'énergie provient de l'alimentation de l'ALI.

2 - En régime saturé

$$E = V_+ - V_- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} s - U$$

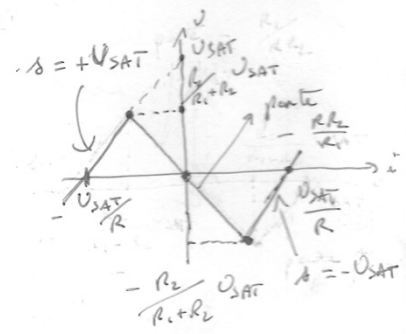
$$\bullet \text{ Saturation haute } E > 0 \text{ et } s = +U_{SAT}$$

$$\text{Alors } U - U_{SAT} = R i$$

$$\text{et } U = U_{SAT} + R i$$

$$\bullet \text{ Saturation basse } E < 0 \text{ et } s = -U_{SAT}$$

$$\text{si } \boxed{U > - \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{SAT}} \text{ alors}$$



$$U + U_{SAT} = R i$$

$$U = -U_{SAT} + R i$$

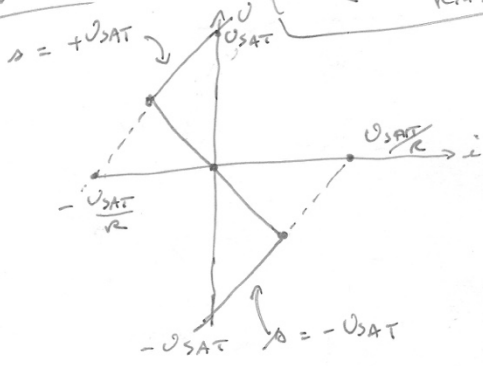
3- En inversant les entées!

En régime linéaire $\rightarrow$ syst. linéaire

En régime saturé $\Rightarrow E = U - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \rightarrow$

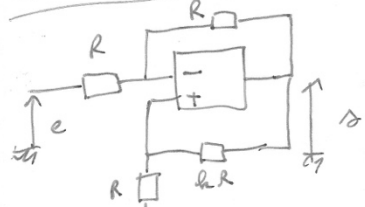
$\rightarrow$ saturation haute $E > 0 \rightarrow U > \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{SAT}$

$\rightarrow$ saturation basse $E < 0 \rightarrow U < -\frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{SAT}$



on exprime les caractéristiques en régime saturé mais les domaines de validité changent.

Exercice 3 : Etude de stabilité : compétition de rétroaction



a) Gain diff. = PB ordre 1

$$\hookrightarrow \tau \frac{ds}{dt} + s = A_0 E$$

avec $E = V_+ - V_-$

$k > 0$ pour diviseur $V_+ = \frac{R}{R + kR} s = \frac{1}{1+k} s$

des deux nœuds en terme de pot. $V_- = \frac{\frac{e}{R} + \frac{s}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{k}{R}} = \frac{e + s}{2}$

donc $E = \frac{1}{1+k} s - \left(\frac{e + s}{2} \right)$

$$E = \frac{1-k}{2(1+k)} s - \frac{e}{2}$$

$$\tau \frac{ds}{dt} + s = A_0 \left(\frac{1-k}{2(1+k)} \right) s - \frac{A_0 e}{2}$$

$$\tau \frac{ds}{dt} + \left(1 - A_0 \frac{(1-k)}{2(1+k)} \right) s = - \frac{A_0 e}{2}$$

Eq. homogène SSR $\Rightarrow e = 0$

$$\tau \frac{ds}{dt} + \left(1 - A_0 \frac{(1-k)}{2(1+k)} \right) s = 0$$

Stable si $1 - \frac{A_0(1-k)}{2(1+k)} > 0$

soit $\frac{A_0(1-k)}{2(1+k)} < 1 \Leftrightarrow A_0(1-k) < 2(1+k)$

$A_0 - 2 < (2 + A_0)k$

$$k > \frac{A_0 - 2}{A_0 + 2}$$

Avec $A_0 \gg 1 \Rightarrow k > 1$ la rétroaction stabilisatrice l'emporte

Ds le cas contraire, le montage est instable $\rightarrow$ comparateur à hystérésis.

(pa) Autre méthode de résolvant équivalente

$$\underline{s} = \frac{A_0}{1 + j\omega_0} \underline{E} \quad \text{avec } \underline{E} = \underline{V_+} - \underline{V_-}$$

PB ordre 1! $\underline{V_+} = \frac{s}{1+k}$ or $\underline{V_-} = \frac{e + s}{2}$

$$\underline{H} = \frac{s}{e} = - \frac{1}{\frac{2}{A_0} [1 + j\omega_0] + \frac{k+1}{k-1}}$$

cof. du m signe pour le polynôme au dénominateur

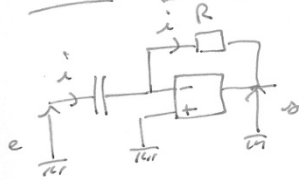
$\hookrightarrow \frac{2}{A_0} + \frac{k+1}{k-1} > 0 \rightarrow k > \frac{A_0 - 2}{A_0 + 2}$

b) ALI idéal en régime linéaire $\Rightarrow V_+ = V_-$ ($E \Rightarrow$)

$$V_+ = \frac{s}{1+s} \quad V_- = \frac{s+e}{2} \rightarrow G = \frac{1}{\frac{2}{1+s} - 1}$$

Lors $h \rightarrow 1^+$ $G \rightarrow \infty \rightarrow$ entrée nulle $\rightarrow s \neq 0!$
divergence du régime linéaire
ceci n'est vrai qu'à la limite.

Ex 4 : Montage dérivateur et ALI idéal



1- ALI idéal $E=0 \rightarrow V_+ = V_-$ ($i_+ = i_- = 0$)
avec $V_+ = 0 = V_-$
et $i = i \Rightarrow \frac{e-0}{\tau C} = -\frac{s}{R}$

$$s = -j\omega C e$$

$$s = -RC \frac{de}{dt}$$

dérivateur (inverseur)

2- dérivé
signal rect.
de $\tilde{m}$ pulsé
amplitude
avec $s = RC\omega E$ (la dérivée supprime le facteur
moy. de e $\tilde{m}$ s'il n'y en a pas ici!)
AN: $s \approx 0,4V$

3- ALI NON IDEAL $= s = \frac{\mu_0}{1+j\omega\tau} E$ avec $V_+ = 0$
 $V_- = \frac{j\omega C e + s}{j\omega C + \frac{1}{R}}$

$$s = \frac{-\mu_0}{(1+j\omega\tau)(1+j\omega RC)} (j\omega C e + s)$$

$$s \left(1 + \frac{\mu_0}{(1+j\omega\tau)(1+j\omega RC)} \right) = \frac{-\mu_0}{(1+j\omega\tau)(1+j\omega RC)} j\omega C e$$

$$s = \frac{-\mu_0 j\omega C e}{\mu_0 + (1+j\omega\tau)(1+j\omega RC)} = \frac{-\mu_0 e}{\mu_0 + (1+j\omega\tau)(1+j\omega RC)}$$

$$H = \frac{-\mu_0}{1 + \frac{\tau}{RC} + j(\omega\tau - \frac{1}{\omega RC} [1 + \mu_0])}$$

avec $\frac{\tau}{RC} \gg 1$ et $\mu_0 \gg 1$

$$H = \frac{-\mu_0}{\frac{\tau}{RC} + j(\omega\tau - \frac{\mu_0}{\omega RC})}$$

$$H = -\frac{\mu_0 RC}{\tau} \frac{1}{1 + j(\omega RC - \frac{\mu_0}{\omega RC})}$$

filtre passe bande d'ordre 2!

$$\frac{1}{1 + j(\omega RC - \frac{\mu_0}{\omega RC})}$$

$$b) \begin{cases} RC = \frac{\tau}{\omega_0} & Q^2 = \frac{RC \mu_0}{\tau} \rightarrow Q = \sqrt{\frac{\mu_0 RC}{\tau}} \\ Q\omega_0 = \frac{\mu_0}{\tau} & \text{or } \omega_0 = \frac{\mu_0}{RC\tau} \end{cases}$$

$$AN \Rightarrow f_0 = 16 \text{ kHz} =$$

$$\begin{aligned} \text{régime} & Q = 10 \gg 1 \\ \text{pseudo-T} & \text{pseudo-pulsat} \approx \omega_0 \\ Q \gg 1 & T \approx \frac{1}{f_0} = 62,5 \mu s \end{aligned}$$

Par lecture graphique 8 pseudo-oscill en 2,5 ms
 $\hookrightarrow T = 6,25 \cdot 10^{-5} \text{ s OK!}$

En repassant en réel

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = -\omega_0^2 RC \frac{de}{dt}$$

Régime linéaire + régime forcé $\Rightarrow$ superposition des 2!

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0$$

$$s = (A \cos \Omega t + B \sin \Omega t) e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}}$$

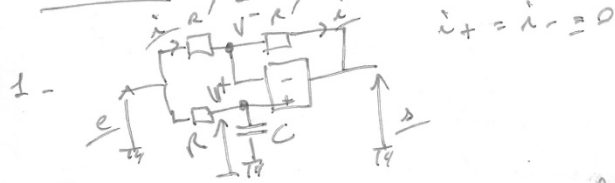
avec $\Omega \approx \omega_0$
pour $Q \gg 1$!

$$\omega_0^2 s = -\omega_0^2 RC \frac{de}{dt}$$

$$s = -RC \frac{de}{dt}$$

$\hookrightarrow$ dérivée du $\tilde{m}$

Exercice 4: Passe-bas déphaseur



1 - Première relat liant e et s en exploitant la relation sur V_-

$$i_+ = i_- \Rightarrow \frac{e - V_-}{R} = \frac{V_- - s}{R'} \rightarrow 2V_- = e + s$$

Deuxième relat en appliquant le div. de tension (valable car $i_+ = 0$)

$$V_+ = \frac{Z_C}{Z_C + Z_R} e = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + R} e$$

$$V_+ = \frac{1}{1 + j\omega RC} e$$

En régime linéaire avec AII idéal $\Rightarrow e = 0 \rightarrow V_+ = V_-$

$$\frac{1}{1 + j\omega RC} e = e + s$$

$$\text{donc } \underline{H} = \frac{s}{e} = \frac{1}{1 + j\omega RC} - 1 = \frac{1 - j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

avec $\tau = RC$ homogène à un temps Rq) R' n'intervient pas ici!

2 - $|\underline{H}| = 1$ car complexes conjugués ($\forall \omega$)
donc passe-bas $\rightarrow$ aucune atténuation ($\forall f$) $\rightarrow$ passe tout le bande de fréq.

$$\varphi = \arg(\underline{H}) = \arg(1 - j\omega RC) - \arg(1 + j\omega RC)$$

$$\boxed{\varphi(\omega) = -2 \arctan(\omega RC)}$$

3 - Valeur typique pour $R \Rightarrow R = 1 \text{ k}\Omega$

$$\text{donc } \underline{C} = \frac{\tau}{R} = \frac{10^{-4}}{10^{-2}} = 10^{-2} \text{ F} = 100 \text{ mF}$$

Rq) R de l'ordre de $1 \text{ k}\Omega$ permet d'avoir des intensités raisonnables de le circuit de l'ordre de mA (tension $\approx$ volt)

Pour R' on choisira $> 10 \text{ k}\Omega$ pour éviter la saturation en courant de sortie de l'AII comme la "saturation" du courant délivré par le générateur qui fournit $e(t)$.

4 - Dans la domaine fréq., le module d'ordre 1 pour l'AII réel s'applique sur la 1^{re} de transfert/

$$\frac{s}{e} = \frac{A_0}{1 + j\omega \tau_0} \quad \text{avec ici } \underline{e} = \underline{V_+} - \underline{V_-}$$

$$\hookrightarrow \underline{e} = \frac{1 - j\omega \tau_0}{2(1 + j\omega \tau_0)} e - \frac{1}{2} e$$

$$\underline{e} = \frac{A_0}{2} e - \frac{1}{2} e \Rightarrow \frac{1}{2} (A_0 - 1) \underline{e} = \frac{1 - j\omega \tau_0}{2(1 + j\omega \tau_0)} e$$

$$\frac{1}{A_0 - 1} = \frac{A_0/2}{1 + j\omega \tau_0}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{A_0}{2} + 1 + j\omega \tau_0 \right) \times (1 + j\omega \tau_0) = \frac{A_0}{2} (1 - j\omega \tau_0) e$$

$$\frac{1}{2} \left(1 + \frac{A_0}{2} + j\omega \left(\tau_0 + RC \left(1 + \frac{A_0}{2} \right) \right) + (j\omega)^2 RC \tau_0 \right)$$

avec $\frac{A_0}{2} \gg 1$

$$\underline{s} \left(\frac{A_0}{2} + j\omega (R_0 + R_c \frac{A_0}{2}) + (j\omega)^2 R_c R_0 \right)$$

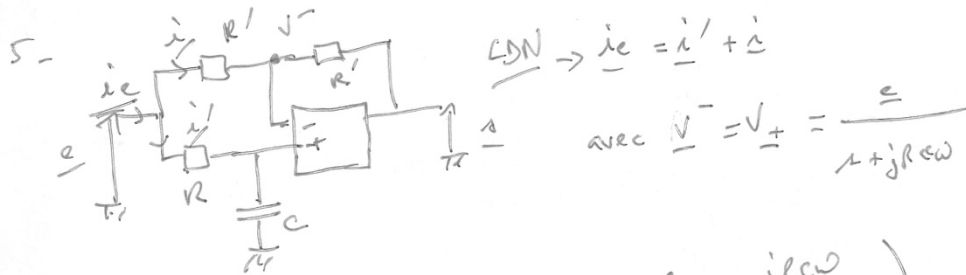
$$\approx \frac{A_0}{2} (1 - j\omega R_c) \underline{e}$$

$$\frac{A_0}{2} \downarrow \underline{s} \left(1 + j\omega \left(R_c + \frac{2R_0}{A_0} \right) + (j\omega)^2 \frac{2R_c R_0}{A_0} \right) = (1 - j\omega R_c) \underline{e}$$

(temporel)

$$\frac{2R_c R_0}{A_0} \frac{d^2 \underline{d}_0}{dt^2} + \left(R_c + \frac{2R_0}{A_0} \right) \frac{d \underline{d}_0}{dt} + \underline{d}_0(t) = \underline{e}(t) - R_c \frac{d \underline{e}}{dt}$$

Ts les coeff. st du m^e signe donc stable.



$$\underline{LON} \rightarrow \underline{i}_e = \underline{i}' + \underline{i}$$

$$\text{avec } \underline{v}_- = \underline{v}_+ = \frac{\underline{e}}{1 + j\omega R_c}$$

$$\underline{i}_e = \frac{\underline{e} - \underline{v}_-}{R'} = \left(\frac{\underline{e}}{R'} \left(1 - \frac{1}{1 + j\omega R_c} \right) \right) = \frac{\underline{e}}{R'} \frac{j\omega R_c}{1 + j\omega R_c}$$

$$\underline{i}' = \frac{\underline{e} - \underline{v}_+}{R} \text{ avec } \underline{v}_+ = \underline{v}_-$$

$$\underline{y}_e = \frac{\underline{i}_e}{\underline{e}} \text{ et } \underline{i}_e = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) (\underline{e} - \underline{v}_+)$$

$$\underline{i}_e = \left(\frac{R + R'}{R R'} \right) \underline{e} \left(1 - \frac{1}{1 + j\omega R_c} \right) = \left(\frac{R + R'}{R R'} \right) \underline{e} + \underline{e} \frac{j\omega R_c}{1 + j\omega R_c}$$

$$\underline{y}_e = + \left(\frac{R + R'}{R R'} \right) \frac{j\omega R_c}{1 + j\omega R_c} \rightarrow \underline{y}_e = + \frac{R + R'}{R'} \left(\frac{j\omega R_c}{1 + j\omega R_c} \right)$$

$$\underline{z}_e = + \frac{R'}{R + R'} \left(R + \frac{1}{j\omega R_c} \right)$$

à BF : $R_c \omega \ll 1 \Rightarrow R \ll \frac{1}{\omega R_c}$

et $\underline{z}_e \approx + \frac{R'}{R + R'} \frac{1}{j\omega R_c} \Rightarrow$ comportement capacitif (analogie de $\underline{z}_e = \frac{1}{j\omega C}$)

à HF : $R_c \omega \gg 1 \Rightarrow R \gg \frac{1}{\omega R_c}$

$\underline{z}_e \approx + \frac{R' R}{R + R'} \Rightarrow$ montage résistif (résistance $\ominus$) !