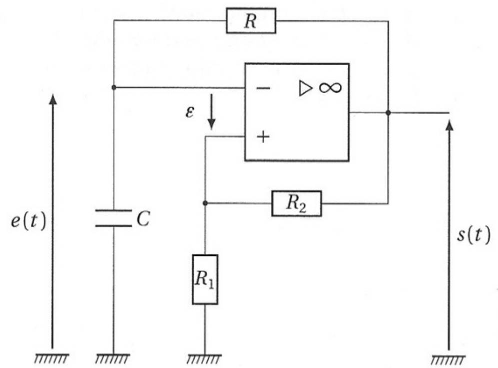
TD Elec 2 – Oscillateurs

Oscillateurs de relaxation

Exercice 1 : Un autre multivibrateur astable



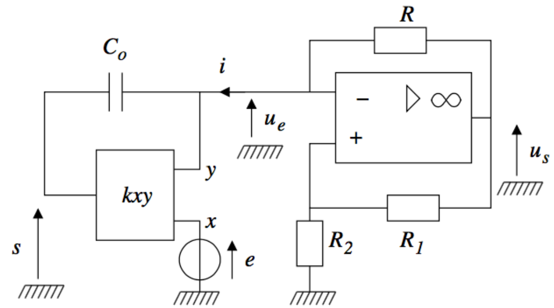
Pour obtenir un signal créneau, sans signal triangulaire, il est possible de se contenter d'un intégrateur approché à simple circuit RC, en faisant l'économie d'un ALI par rapport à l'oscillateur de relaxation présenté dans le cours, c'est aussi un montage multivibrateur astable. L'oscillateur est dit astable, car le circuit ne cesse d'osciller entre ses deux états de fonctionnement, qui sont instables. Il n'est donc pas nécessaire de provoquer le basculement qui est spontané (contrairement à un multivibrateur monostable, par exemple, pour lequel on doit provoquer le basculement entre l'état stable et instable, cf pour aller plus loin).

Aucun générateur n'est utilisé ici, et on observe les oscillations de relaxation du montage à l'aide d'un oscilloscope, qui mesure les tensions d'entrée et de sortie étudiées e(t) et s(t). L'ALI est supposé idéal. On note les tensions de saturation de l'ALI +/- V_{SAT}. On posera $k = R_1/(R_1+R_2) < 1$ (et > 0) et $\tau = RC$.

1. Dans un premier temps, nous supposons que l'ALI fonctionne en régime linéaire. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par e(t) et montrer que le régime linéaire n'est pas stable.
2. Montrer alors que le montage ne possède aucun état stable en régime saturé.
3. On considère qu'à t = 0, le régime de basculement est établi pour la sortie s(t) qui bascule de $+V_{SAT}$ à $-V_{SAT}$ en t = 0. En justifiant la continuité de la tension e(t), montrer que la condition initiale sur la tension est telle que $e(0^+) = -k\,V_{SAT}$.
Coup de pouce : la condition $\varepsilon = 0$ doit être vérifiée juste avant le basculement.
4. Déterminer l'expression temporelles de e(t) pour t > 0. A quel instant t_1 la sortie bascule-t-elle de nouveau ?
5. Représenter graphiquement les évolutions de s(t) et e(t). En déduire la période de l'oscillateur de relaxation.
6. Dans le cas k << 1, retrouve-t-on une période et une forme de signaux comparables à l'oscillateur de relaxation avec intégrateur pur utilisé dans le cours, exprimer la condition de comparaison sur la période T et τ, et commenter.

Réponses : 1. $\tau\frac{de}{dt} - \frac{R_2}{R_1}e = 0$ -> système instable ; 2. en saturation haute $e < kV_{SAT}$ et $\tau\frac{de}{dt} + e = V_{SAT}$ donc $e \to V_{SAT} > kV_{SAT}$ aux temps longs, condition non satisfaite -> instable, en saturation basse $e > -kV_{SAT}$ et $\tau\frac{de}{dt} + e = -V_{SAT}$ donc $e \to -V_{SAT} < -kV_{SAT}$ aux temps longs, condition non satisfaite -> instable ; 4. Pour t > 0^+ en saturation haute : $e(t) = V_{SAT}\left(1-(1+k)e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$, basculement en $t_1 = \tau\ln\left(\frac{1+k}{1-k}\right)$, puis évolution symétrique ; 5. T = 2 t_1 ; 6. k << 1 : $T \approx 4k\tau$ comme dans l'intégrateur pur du cours ! condition $\omega\tau \gg 1$ $soit$ $\frac{\tau}{T} \gg 1$ exponentielle assimilable à sa tangente : droite et e(t) fonction triangulaire.

Exercice 2 : Générateur de signaux carrés commandés en tension



On réalise ici un générateur de signaux carrés à l'aide d'un ALI idéal, de tension de saturation +/- V_{SAT}, d'un multiplieur de constante k = 0,1 V^{-1} et d'une source de tension idéale de fem e constante (avec ke < 1). Les résistances d'entrée du multiplieur sont infinies et sa résistance de sortie nulle.

1. On fait l'hypothèse d'un fonctionnement linéaire de l'ALI. Montrer que ce régime est instable si ke < 1.
2. Tracer la caractéristique $U_s = f(U_e)$ de l'ALI dans le régime de saturation. Conclure qu'il existe deux points de basculement amenant l'ALI d'un état de saturation à l'autre et déterminer les deux valeurs de la tension U_e associée à ces basculements.
3. Déduire de la relation entre i et U_e en régime linéaire que la partie de gauche du montage est équivalente à un condensateur de capacité C dont on donnera l'expression en fonction de C_0, k et e, si la tension e est inférieure à une valeur e_{max} que l'on exprimera.
4. En s'aidant des résultats établis, détailler le fonctionnement du générateur et déterminer la période T du signal $U_s(t)$.
AN : on donne $R_1 = R_2 = R = 10$ kΩ, $C_0 = 50$ nF, calculer T pour e valant respectivement : 0, 9 et -9 V.

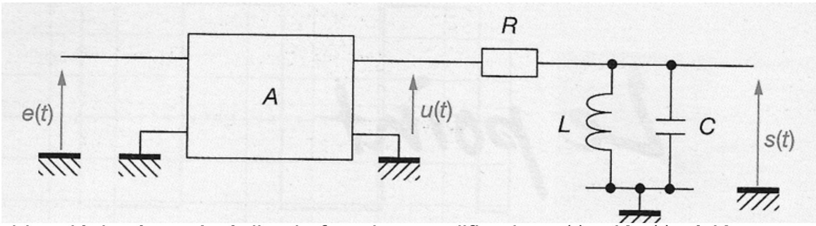
Réponses : 1. $\frac{R_2 R}{R_1}C_0(ke-1)\frac{dU_e}{dt} + U_e = 0$; 3. $i = C_0(1-ke)\frac{dU_e}{dt}, C = C_0(1-ke)$ et $e_{max} = 1/k$; 4. Fonctionnement identique au montage de l'exercice 1 :

$T = 2\,RC\,\ln\left(1+\frac{2R_2}{R_1}\right)$ avec C dépendant de e -> oscillateur de période commandée en tension.

Oscillateurs quasi-sinusoïdaux

Exercice 3 : Oscillateur à cellule LC

Dans le montage ci-dessous, les signaux d'entrée et de sortie sont respectivement e(t) et s(t).



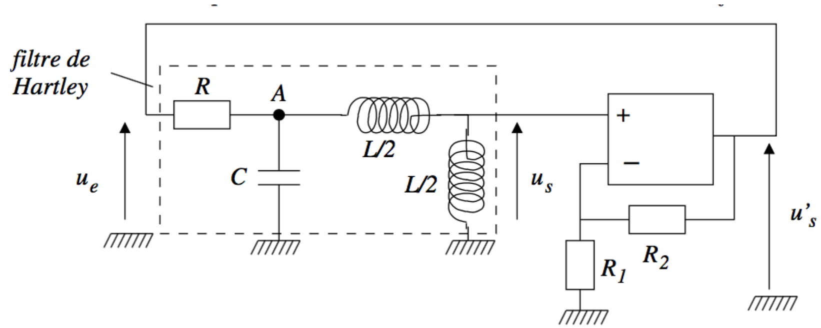
Le bloc désigné par A réalise la fonction amplification u(t) = K e(t) où K est une constante, dans la plage de fonctionnement envisagée dans un premier temps.

1. Quelle est la nature de ce filtre ? L'opérateur global vous semble-t-il linéaire apriori ?
2. Exprimer la relation entrée/sortie sous la forme d'une équation différentielle.
3. On boucle maintenant le circuit en réalisant une rétroaction entre la sortie et l'entrée à l'aide d'un fil (supposé parfaitement conducteur). Discuter selon la valeur de K l'évolution des signaux, à partir d'un état initial où toutes les amplitudes sont très faibles.
4. On souhaite réaliser un oscillateur quasi-sinusoïdal avec la structure proposée, préciser les critères de choix de K. Proposer alors un schéma de réalisation du bloc A à l'aide d'un ALI.
5. Quels phénomènes limiteront la croissance des oscillations ?

Réponses : 1. Filtre passe-bande d'ordre 2 et opérateur linéaire ;
2. $RC\,\frac{d^2s}{dt^2}+\frac{ds}{dt}+\frac{R}{L}s = K\frac{de}{dt}$; 3. $RC\,\frac{d^2s}{dt^2}+(1-K)\frac{ds}{dt}+\frac{R}{L}s=0$; 4. Ampli non inverseur à ALI ; limitations par saturation de l'ALI.

Exercice 4 : Oscillateur de Hartley

La structure étudiée comprend un ALI idéal associé à un filtre de Hartley.



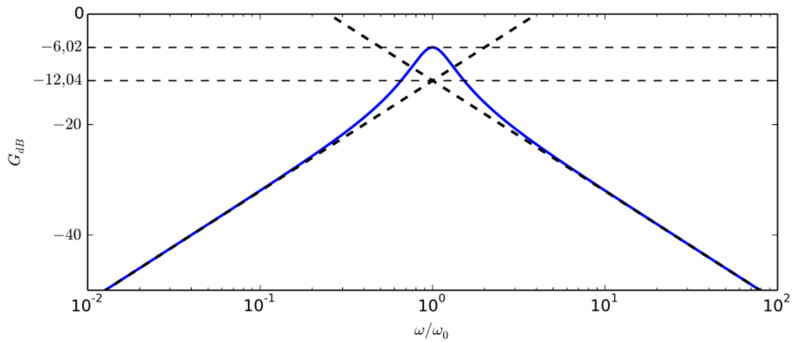
Etude du filtre (révisions!)

1. Quelle est la nature du filtre de Hartley ?
2. On admet que la fonction de transfert du filtre a pour expression :

$$\underline{H} = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = \frac{1}{2}\times\frac{1}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

avec $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ et $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$.

On donne de plus son diagramme de Bode en gain :



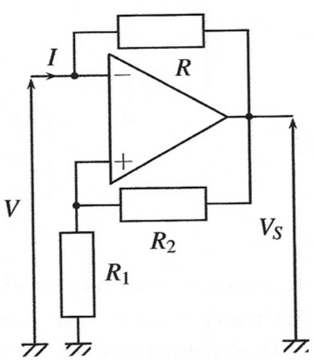
Montrer que le diagramme est compatible avec les expressions asymptotiques BF et HF de la fonction de transfert, ainsi qu'avec la valeur du gain à la résonance. Déterminer en particulier la valeur du facteur de qualité Q.

Etude de l'oscillateur

3. En raisonnant sur les fonctions de transfert du filtre et de la chaîne retour, quelle valeur du rapport R_2/R_1 assure la condition d'oscillations sinusoïdales ?
4. Retrouver ce résultat en considérant l'équation différentielle portant sur U_s.

Question subsidiiare : retrouver par le calcul l'expression de la fonction de transfert du filtre.

Réponses : 1. En HF, pensez à utiliser V_A et exploiter un pont diviseur pour relier ce potentiel à U_s, comportement d'un filtre passe-bande ; 2. Pentes de +/- 20 dB/dcde, vérifier 6,02 dB et Q = 2 ; 3. $(1+R_2/R_1)\ \underline{H} = 1$ -> $\omega = \omega_0$ et $R_2 = R_1$; 4. $2Q\frac{d^2s}{dt^2} + \omega_0\left(2-\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\right)\frac{ds}{dt} + 2{\omega_0}^2 s = 0$ -> même condition.

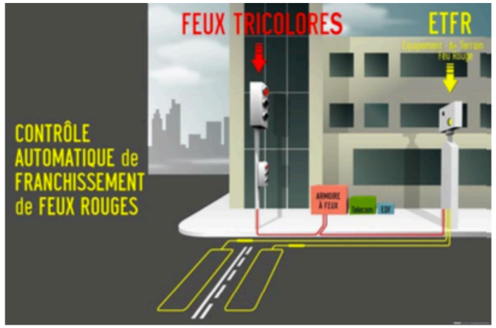


Exercice 5 : Oscillateur à résistance négative

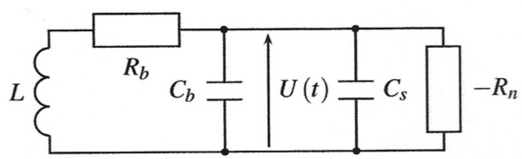
Pour étude préliminaire, on se rapportera aux résultats apportés par l'exercice 2 du TD Elec 1 – Stabilité, ALI et rétroaction. Ainsi les caractéristiques des régimes linéaire ou saturé sont déjà connues. On notera ici - R_n la résistance négative équivalente au montage, et $R_n = RR_1/R_2$.

Document : **détection de véhicule par boucle inductive**

Le principe de fonctionnement d'un détecteur à boucle inductive est le suivant : un enroulement de fil électrique placé dans une tranchée rectangulaire en travers de la chaussée est relié à une borne contenant un oscillateur quasi-sinusoïdal. Ce dernier génère dans la boucle un courant sinusoïdal qui crée au-dessus de celle-ci un champ électromagnétique lui-même sinusoïdal. Lorsqu'un véhicule est à proximité immédiate de la boucle, ce champ induit des courants de Foucault à la surface de celui-ci. Ces derniers ont pour effet de modifier l'inductance de l'enroulement et donc la fréquence de l'oscillateur. Un fréquencemètre permet ainsi de détecter le véhicule passant au-dessus de la boucle.
Une des applications est le contrôle automatique de franchissement des feux rouges. Deux boucles (ou plutôt deux séries de boucles) sont installées dans la chaussée à une distance relative d'environ trois mètres. Lorsqu'un véhicule franchit la première boucle juste avant le feu alors que ce dernier est rouge, une première photo est prise par la caméra de la borne EFTR (équipement de terrain feu rouge). Si le véhicule franchit également la seconde boucle juste après le feu qui est toujours rouge, une seconde photo est prise et l'infraction est enregistrée.



Pour répondre à cette problématique de détection de véhicule, on réalise donc un oscillateur avec la mise en parallèle d'une boucle inductive, constituée par une inductance L, une résistance R_b et une capacité C_b, d'un condensateur C_s (pour augmenter la capacité du circuit RLC et obtenir une fréquence de résonance suffisamment basse), et du dipôle à résistance négative.



1. Justifier que l'on puisse remplacer les deux condensateurs par un seul de capacité C_{eq} dont on donnera l'expression.
2. Montrer que la tension U(t) aux bornes de la boucle vérifie une équation différentielle de la forme $a\frac{d^2U}{dt^2} + b\frac{dU}{dt} + (1-c)U = 0$. Donner les expressions de a, b et c en fonction de L, C_{eq}, R_b et R_n.
3. Quelle est la condition nécessaire sur b pour que les solutions soient sinusoïdales ? En déduire la valeur à fixer pour R_n en fonction de R_b et $Q = \frac{1}{R_b}\sqrt{\frac{L}{C_{eq}}}$.
4. Montrer que les solutions sont effectivement harmoniques dès que Q > Q_{lim}. En pratique, cette condition n'est pas suffisante pour assurer une bonne stabilité et fiabilité. La valeur minimale recommandée est de l'ordre de 8.
5. En déduire dans ce cas que l'on peut écrire l'expression approchée de la fréquence d'oscillation $f = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC_{eq}}}$ avec une erreur inférieure à 1%.
6. On désire que la fréquence d'oscillation f = 50 kHz avec une boucle ayant une inductance L = 150 µF, une capacité C_b = 10 nF et une résistance R_b = 0,7 Ω. Calculer la valeur de la capacité C_s à intégrer dans le circuit oscillant. La valeur de Q est-elle satisfaisante ?
7. En pratique, la condition b = 0 ne permet pas l'amorçage des oscillations. Quel est le signe de b permettant l'amorçage ? R_s doit-il être plus petit ou plus grand que Q^2R_b ?
8. Par quoi est limité l'amplitude des oscillations générées par le circuit ?

Réponses : 1. C en // -> $C_{eq} = C_s + C_b$; 2. a = LC_{eq}, b = $R_bC_{eq} - L/R_n$ et c = R_b/R_n ; 3. b = 0 -> $R_n = R_bQ^2$; 4. (1 – c) > 0 -> Q^2 >1 ou Q > 1 = Q_{lim} ; 5. avec b = 0, l'éq diff donne $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1-\frac{1}{Q^2}}{LC_{eq}}}$, erreur relative avec Q = 8 -> $\frac{\Delta f}{f} = \frac{1-\sqrt{1-\frac{1}{Q^2}}}{\sqrt{1-\frac{1}{Q^2}}} = 7{,}9.10^{-3} = 0{,}79\ \%$; 6. C_s = 57 nF et $Q = \frac{1}{R_b}\sqrt{\frac{L}{C_b+C_s}} = 67 > Q_{lim}$; 7. b < 0 instable soit $R_b < R_n Q^2$; 8. Modélisation valable uniquement pour un comportement linéaire soit V_S limitée par V_{SAT} etc…

TD Elec 2 – Oscillateurs – pour aller plus loin

Sujet 1 : Montage monostable et convertisseur tension/fréquence CCINP

L'objectif est d'étudier un exemple de réalisation de convertisseur tension-fréquence. Il s'agit d'un circuit dont la tension de sortie est proportionnelle à la fréquence de la tension d'entrée.

1. **Montage monostable.**
   Un multivibrateur monostable est un oscillateur dont la sortie possède deux niveaux, un niveau « haut » correspondant à un « 1 logique » et un niveau « bas » correspondant à un « 0 logique ». La particularité de ce circuit est qu'un niveau est stable alors que l'autre est instable. Ainsi, après application d'un signal de commande, la sortie passe de l'état stable à l'état instable. Ce dernier a une durée de vie limitée, notée τ et le circuit retourne dans son état stable initial. La figure 4.31 montre un exemple de multivibrateur monostable. Dans ce montage, l'ALI est idéal.
   À la manière d'un ALI fonctionnant en régime saturé, la diode D ne possède que deux états possibles (*cf.* Caractéristique sur la figure 4.32) :
   - **état passant :** la tension est nulle et l'intensité est positive.
   - **état bloqué :** la tension est négative et l'intensité est nulle.

   a. La tension de commande v_e étant nulle depuis longtemps, justifier que la tension de sortie est dans un état stable à $+V_{sat}$, à condition que la diode soit passante.
   b. Quelles sont alors les valeurs des tensions aux bornes des deux condensateurs ?
   c. À $t = 0$, l'injection d'un échelon de tension de commande $v_e(t = 0^+) = E$ provoque le basculement de la sortie de l'ALI à $-V_{sat}$, ainsi que le blocage de la diode.
      i. Quelle condition doit vérifier E pour que le basculement ait lieu ?
      ii. Déterminer la loi d'évolution de la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur C. Vérifier que la diode est effectivement bloquée.
      Remarque : on pourra introduire la constante de temps $\tau = RC$.
      iii. Déterminer la loi d'évolution de la tension $u'(t)$ aux bornes du condensateur C'.
      Remarque : on pourra introduire la constante de temps $\tau' = \dfrac{R_1R_2C'}{R_1+R_2}$.
      iv. On suppose que $\tau' \ll \tau$. Déterminer une expression approchée de l'instant où la sortie de l'ALI bascule à nouveau vers V_{sat}.

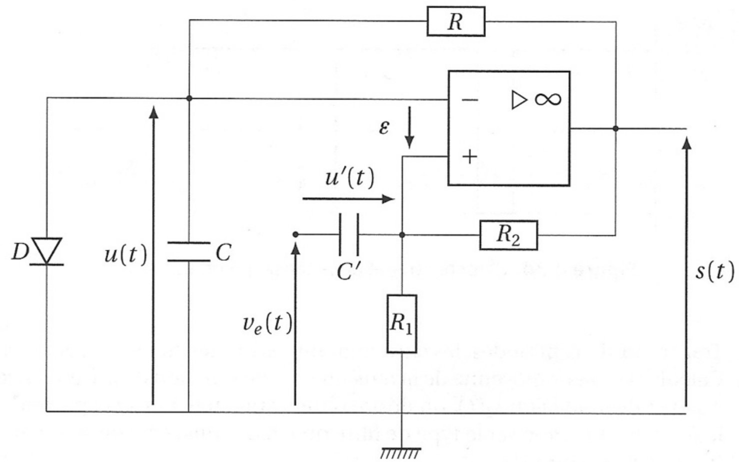


Figure 4.31. Montage multivibrateur monostable.

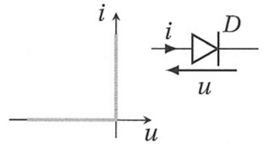


Figure 4.32. Caractéristique d'une diode idéale.

2. **Circuit de mise en forme**
   Dans le montage de la figure 4.33, la tension $e_2(t)$ est un signal rectangulaire compris entre $+V_{sat}$ et $-V_{sat}$, de période T (*cf.* Figure 4.34), dont la durée à l'état bas est τ. La diode D' est supposée parfaite.

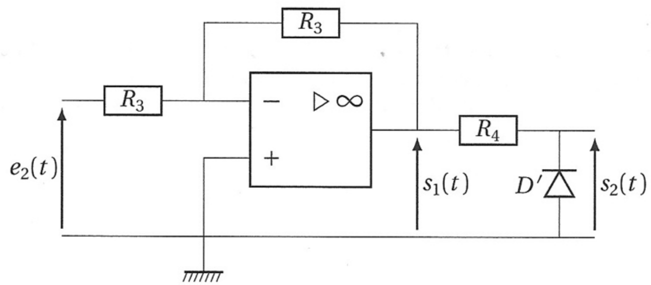


Figure 4.33. Circuit de mise en forme : le premier étage.

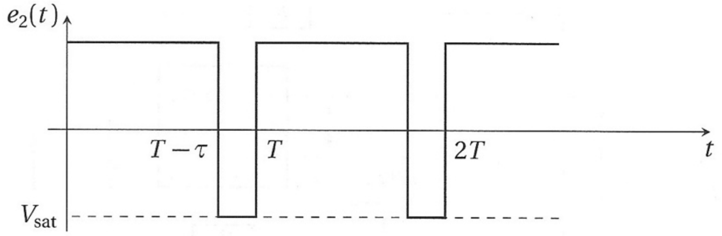


Figure 4.34. Chronogramme de la tension d'entrée $e_2(t)$.

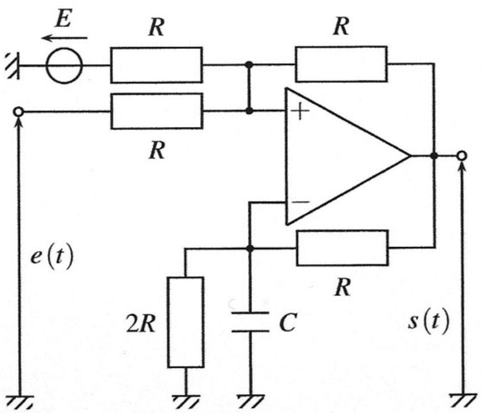
a. Tracer, sur deux périodes, les chronogrammes des tensions $s_1(t)$ et $s_2(t)$.
b. Calculer la valeur moyenne de la tension $s_2(t)$ en fonction de la fréquence $f = 1/T$.
c. À partir de la tension $s_2(t)$, on désire obtenir une tension $s_3(t)$ proportionnelle à la fréquence f. Préciser le type de filtre qu'il faut utiliser et comment en choisir la fréquence de coupure.

Sujet 2 : Circuit d'alimentation d'un télémètre Centrale

Les amplificateurs opérationnels sont idéaux. Ils fonctionnent en régime de saturation. Les tensions de sortie sont notées $+E$ et $-E$ ($E > 0$).

A – Oscillateur commandé

On considère le montage M_1 ci-contre.



1. Préciser un ordre de grandeur de E.

2. Déterminer la tension $u^+(t)$, entre l'entrée non-inverseuse et la masse, en fonction de $e(t)$, $s(t)$ et E.

3. Mode bloqué : $e(t) = -E$.
Montrer qu'en régime établi indépendant du temps, où toutes tensions sont constantes, la tension de sortie $s(t)$ conserve toujours la même valeur que l'on déterminera.

4. Mode multivibrateur : $e(t) = E$.

a. Montrer que la tension de sortie $s(t)$ ne peut garder une valeur constante ($\pm E$) en régime établi indépendant du temps. On pourra raisonner par l'absurde.

b. Déterminer l'équation différentielle liant $u^-(t)$, tension entre la borne inverseuse et la masse, à $s(t)$. On posera $\tau_a = \dfrac{2}{3}RC$.

c. Tracer le cycle d'hystérésis du comparateur : $s = f(u^-)$.

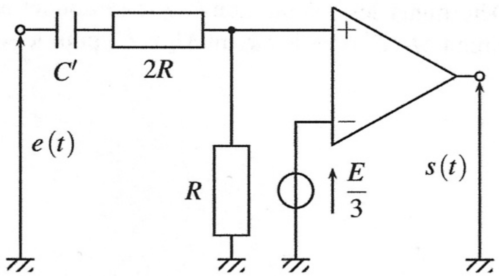
d. On choisit l'origine des temps telle que $u^-(0) = -\dfrac{E}{3}$ et $s(0) = +E$.
Résoudre l'équation différentielle et donner l'expression de $u^-(t)$ pour $u^-(t) < \dfrac{E}{3}$.
Que se passe-t-il à l'instant t_0 où $u^-(t_0) = \dfrac{E}{3}$? Que se passe-t-il après ?

e. Tracer soigneusement, pour une période du signal de sortie, les graphes de $u^-(t)$ et de $s(t)$.

f. En déduire la période T_1 de $s(t)$ en fonction de τ_a.

B – Générateur d'impulsions

On considère le montage M_2 ci-contre.



5. La tension $e(t)$ est constante. Montrer que le montage possède, en régime établi indépendant du temps, un seul état stable ; donner la valeur de $s(t)$ correspondante.

6. Déterminer, en régime variable, l'équation différentielle liant $u^+(t)$ à $e(t)$. On posera $\tau_m = 3RC'$.

7. Pour $t < 0$, $e(t) = -E$. Ainsi, à l'instant $t = 0^-$, $e(0^-) = -E$; le régime établi est atteint. L'entrée bascule à $t = 0$ et $e(t)$ prend la valeur $e(0^+) = +E$.
Déterminer la valeur de la discontinuité $\Delta u^+ = u^+(0^+) - u^+(0^-)$ de la tension $u(t)$ à l'instant $t = 0$.

8. Montrer : $u^+(0^-) = 0$.

9. Déterminer l'évolution de $u^+(t)$ pour $t > 0$.

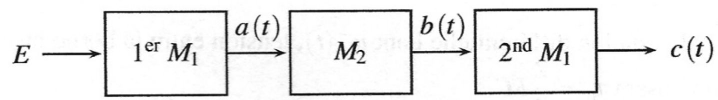
10. Examiner $\varepsilon(t)$ pour $t > 0$ et préciser les valeurs de $s(t)$ en fonction de t.

11. La tension d'entrée $e(t)$ est un signal rectangulaire symétrique prenant les valeurs $+E$ et $-E$, de période T_e.
Tracer soigneusement, sur la même graphe, pour $T_e = 10\,\tau_m$ et pendant une période de $e(t)$, les tensions $e(t)$, $u^+(t)$ et $s(t)$.

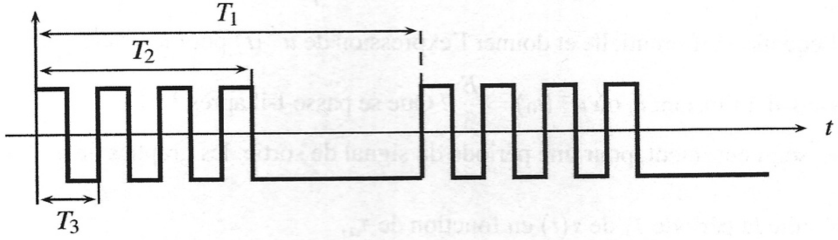
12. On note T_2 le temps pendant lequel $s(t) = +E$ sur une période de $e(t)$.
Calculer T_2 en fonction de τ_m.

C – Association des circuits précédents

13. Montrer comment, en plaçant en série un circuit M_1, un circuit M_2, puis un autre circuit M_1, comme le montre la figure suivante :



on peut réaliser les salves décrites sur la figure ci-dessous :



Préciser quel circuit impose T_1, T_2 et T_3.

14. On prend $R = 1{,}0\ \mathrm{k\Omega}$ pour tous les circuits, $T_1 = 60$ ms, $T_2 = 0{,}40$ ms et $T_3 = 25\ \mu$s. Déterminer les valeurs numériques à donner aux différentes capacités (C_1 pour le premier circuit M_1, C' pour le circuit M_2 et C_2 pour le second circuit M_1).