

**DS PSI – Lycée du Parc des Loges**  
**18 septembre 2024**

**PHYSIQUE**  
**Durée : 4 heures**

*Les calculatrices sont autorisées.*

*NB. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.*

*Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

**Problème I : Accordeur de guitare**

Nous allons étudier quelques aspects d'un accordeur de guitare. La problématique est la suivante.

- La guitare comporte six cordes : Mi grave, La, Ré, Sol, Si, Mi aigu.
- Les fréquences fondamentales théoriques de vibration de ces cordes, notées  $f_{ac}$  sont données dans le tableau 1.

| Corde    | Fréquence ( $f_{ac}$ ) |
|----------|------------------------|
| Mi grave | 82,4 Hz                |
| La       | 110,0 Hz               |
| Ré       | 146,8 Hz               |
| Sol      | 196 Hz                 |
| Si       | 246,9 Hz               |
| Mi aigu  | 329,6 Hz               |

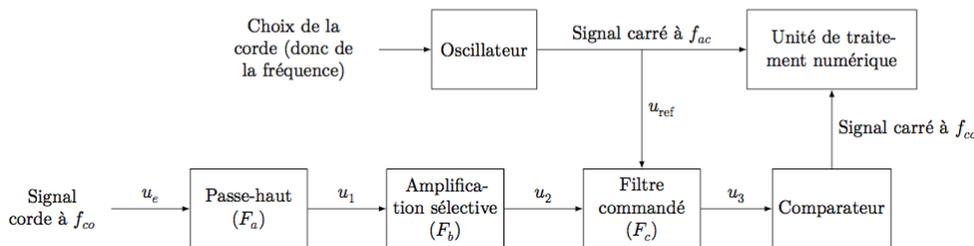
**Tableau 1** Fréquences fondamentales de vibration des cordes de guitare

- On souhaite accorder une corde *légèrement* désaccordée : on notera  $f_{co}$  la fréquence fondamentale de vibration de la corde en question.

**Principe de l'accordeur**

- Sélection de la corde à accorder (donc  $f_{ac}$  est fixée).
- Création d'un signal carré de référence de fréquence  $f_{ac}$  avec un oscillateur de type astable.
- Enregistrement du signal  $u_e(t)$  provenant de l'excitation de la corde à accorder : signal quelconque, d'amplitude assez faible, de fréquence  $f_{co}$ .
- Amplification et filtrage de ce signal.
- Extraction de la fondamentale du signal : obtention d'un signal sinusoïdal de fréquence  $f_{co}$  par l'utilisation d'un filtre à fréquence caractéristique réglable par le signal extérieur de référence.
- Mise en forme de ce signal : obtention d'un signal carré de fréquence  $f_{co}$ .
- On a donc à disposition deux signaux carrés (signaux logiques) de fréquences respectives  $f_{ac}$  et  $f_{co}$ . Dans les accordeurs récents le traitement est numérique : les signaux sont envoyés dans un calculateur numérique intégré qui calcule l'écart de fréquence et indique à l'utilisateur quand la corde est accordée, c'est-à-dire quand  $f_{co} = f_{ac}$ .

Ce principe général est schématisé sur la figure 1.

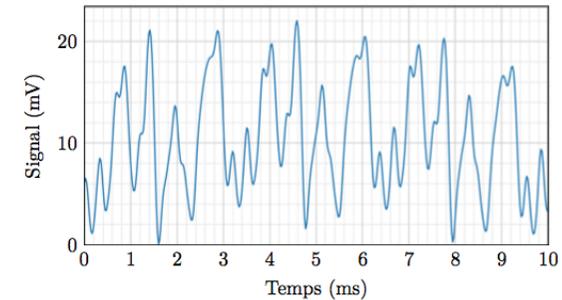


**Figure 1** Principe de fonctionnement de l'accordeur de guitare

Ce problème s'intéresse au traitement du signal venant de la corde.

**I.A – Le signal**

La figure 2 montre un exemple de signal électrique à la sortie du micro d'une guitare électrique.



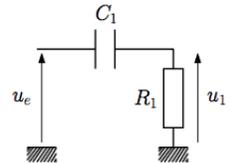
**Figure 2** Signal de la guitare

- Q 1.** Donner une valeur approchée de la valeur moyenne de ce signal.
- Q 2.** Donner une estimation de la valeur de la fréquence de ce signal (on peut supposer qu'en première approximation le signal est périodique).
- Q 3.** De quelle corde de guitare s'agit-il ?
- Q 4.** L'analyse spectrale de ce signal fera-t-elle apparaître des harmoniques ? Justifier.

**I.B – Premier filtre**

Avant toute chose, le signal électrique provenant du micro de la guitare est envoyé sur le filtre de la figure 3 (filtre ( $F_a$ )).

- Q 5.** En supposant l'entrée sinusoïdale, définir et exprimer la fonction de transfert  $\underline{H}_1(j\omega)$  de ce filtre en fonction de  $R_1$ ,  $C_1$  et de la pulsation  $\omega$  du signal.
- Q 6.** De quel type de filtre s'agit-il ? Faire apparaître une pulsation caractéristique  $\omega_1$  en fonction de  $R_1$  et  $C_1$  et préciser sa signification.
- Q 7.** Tracer sans calcul l'allure du diagramme de Bode asymptotique relatif au gain.
- Q 8.** On a choisi  $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$  et  $C_1 = 100 \text{ nF}$ . Calculer la fréquence de coupure  $f_1$  à  $-3 \text{ dB}$  de ce filtre. Au vu de l'allure du signal de la figure 2, quel est le rôle de ce premier filtre ?



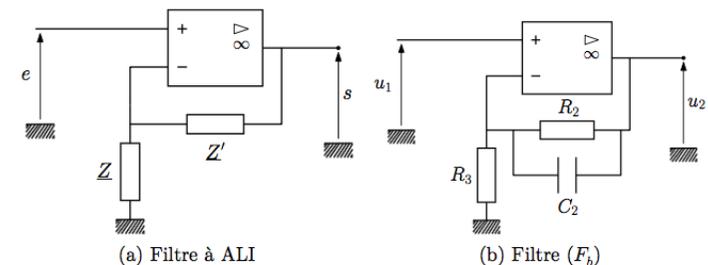
**Figure 3** Filtre ( $F_a$ )

**I.C – Deuxième filtre**

Dans cette sous-partie, les signaux sont sinusoïdaux et les amplificateurs linéaires intégrés (ALI) sont supposés idéaux et fonctionnent en régime linéaire.

**I.C.1) Préambule**

Soit le filtre de la figure 4(a).



**Figure 4** Deux filtres

- Q 9.** Exprimer sa fonction de transfert  $\underline{H}$  en fonction de  $Z$  et  $Z'$ .
- Q 10.** Que devient  $\underline{H}$  si  $Z$  et  $Z'$  sont des résistances ( $Z = R$ ,  $Z' = R'$ ) ? Quel est, dans ce cas, l'intérêt du montage ?

### I.C.2) Amplification (légèrement) sélective

En sortie du filtre de la figure 3 le signal  $u_1(t)$  est envoyé sur le filtre de la figure 4(b) (filtre  $(F_b)$ ).

- Q 11.** Quelle est l'impédance  $Z_{\text{vq}}$  de la branche constituée par  $R_2$  en parallèle avec  $C_2$  ?
- Q 12.** Dédire de la question 9 l'expression de la fonction de transfert  $H_2$  de ce filtre en fonction de  $R_2$ ,  $R_3$  et  $C_2$ .
- Q 13.** Mettre  $H_2$  sous la forme

$$H_2 = 1 + \frac{G_0}{1 + j\omega/\omega_2}$$

et donner les expressions de  $G_0$  et  $\omega_2$ .

- Q 14.** Quelle est la limite de  $|H_2|$  en basse fréquence ? en haute fréquence ?
- Q 15.** Calculer numériquement la fréquence caractéristique  $f_2$  correspondant à  $\omega_2$  si  $R_2 = 680 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 6 \text{ k}\Omega$  et  $C_2 = 470 \text{ pF}$  ainsi que son gain  $G_0$ . Expliquer quel est le rôle de ce second filtre.

### I.D – Filtrage (très) sélectif commandé

On souhaite maintenant sélectionner la fréquence fondamentale  $f_{co}$  du signal  $u_2$ , dont la valeur est a priori voisine de celle de la fréquence fondamentale théorique de vibration de la corde sélectionnée sur l'accordeur ( $f_{ac}$ ) (on suppose que la corde est légèrement désaccordée). On suppose pour la suite que c'est la corde Mi aigüe que l'on souhaite accorder.

Le principe du filtre  $(F_c)$  est que sa fréquence caractéristique soit réglée par le signal de référence de fréquence  $f_{ac}$ . Ce type de commande (à capacité commutée) sera précisé dans la sous-partie I.F.

#### I.D.1) Diagramme de Bode

La figure 5 représente le diagramme de Bode relatif au gain du filtre  $(F_c)$  tracé à deux échelles différentes.

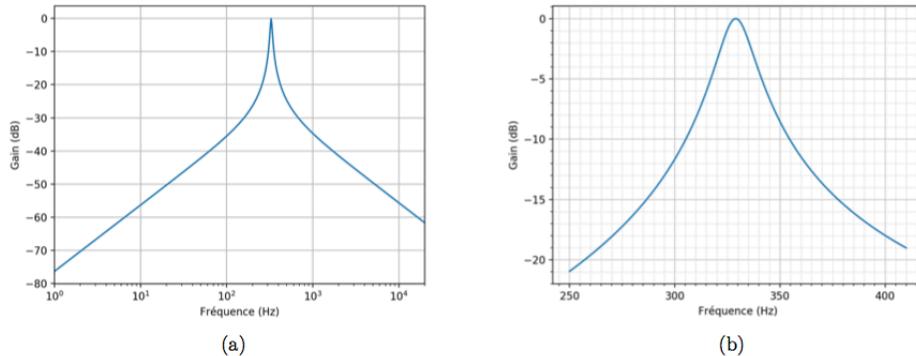


Figure 5 Diagramme de Bode en gain du filtre  $(F_c)$

- Q 16.** Dire en le justifiant rapidement, de quel type de filtre il s'agit. Quelle est sa fréquence centrale caractéristique ?
- Q 17.** Donner une estimation de sa bande-passante à  $-3 \text{ dB}$  après l'avoir définie.
- Q 18.** Si la corde est désaccordée à  $f_{co} = 315 \text{ Hz}$ , estimer, en le justifiant, de quel facteur est atténuée sa composante spectrale fondamentale en sortie de ce filtre.

#### I.D.2) Analyse spectrale

La figure 6 correspond au spectre du signal d'entrée  $u_e$  représenté sur la figure 2.

- Q 19.** Justifier qu'il est parfaitement cohérent qu'il s'agisse du spectre du signal de la figure 2.
- Q 20.** En le justifiant soigneusement, dire quel spectre de la figure 7 correspond à la sortie du premier filtre  $(F_a)$ .
- Q 21.** Même question, pour la sortie du filtre  $(F_b)$ .
- Q 22.** Tracer l'allure du spectre du signal en sortie du filtre  $(F_c)$ . Tracer l'allure du signal (temporel) correspondant.

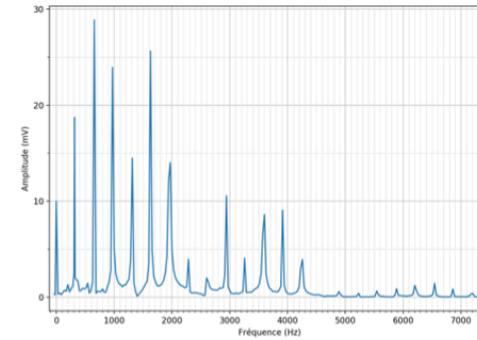


Figure 6 Spectre du signal d'entrée

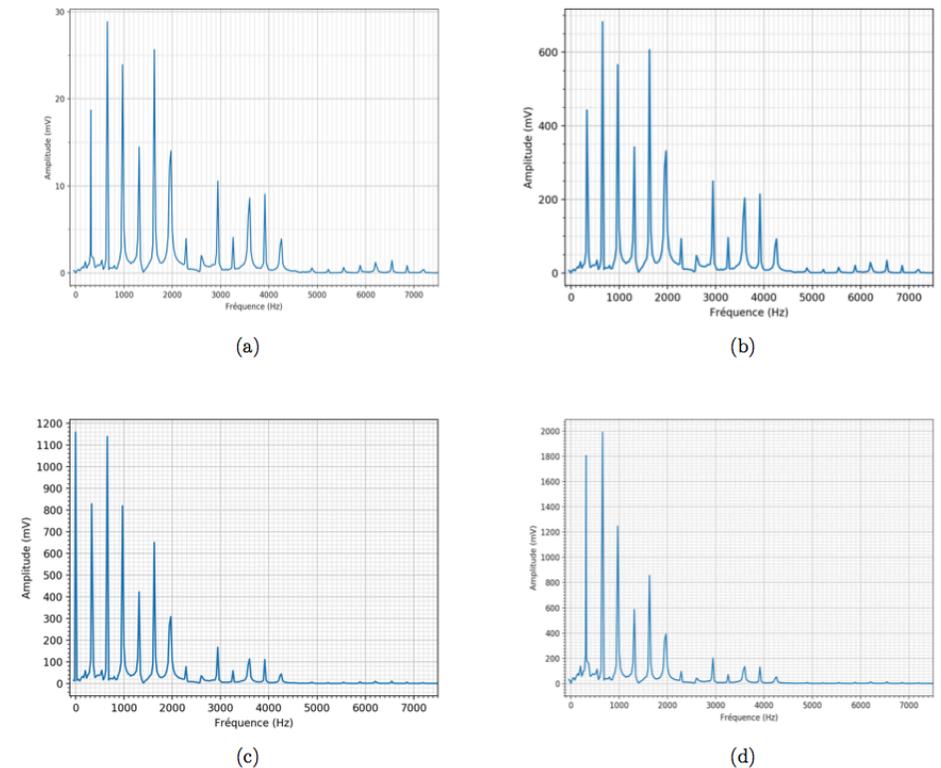
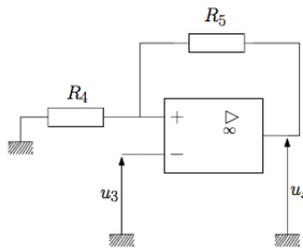


Figure 7 Spectres

### I.E – Mise en forme

À la sortie de l'étage précédent, le signal est donc proche d'un signal sinusoïdal de fréquence  $f_{co}$  et d'amplitude dépendant de la force avec laquelle on a gratté la corde, mais de l'ordre du volt. Pour effectuer un traitement numérique qui permettra de comparer  $f_{co}$  à la fréquence théorique  $f_{ac}$  on souhaite fabriquer à partir du signal précédent un signal créneau de fréquence  $f_{co}$ . Pour cela, on utilise un comparateur à hystérésis, représenté figure 8.



**Figure 8** Comparateur à hystérésis

On note  $U_{\text{sat}}$  la tension de saturation de l'ALI et on suppose que l'ALI est idéal. Le signal  $u_3$  est sinusoïdal alternatif d'amplitude 1 V et de fréquence  $f_{co}$  (c'est le signal sortant du filtre sélectif ( $F_c$ )).

**Q 23.** Qu'est ce qui permet d'être certain que l'ALI fonctionne en régime saturé ? Rappeler les propriétés d'un ALI idéal en régime saturé.

**Q 24.** Exprimer  $V^+$  le potentiel de la borne non inverseuse de l'ALI en fonction de  $R_4$ ,  $R_5$  et  $u_s$ . En déduire l'expression de  $\epsilon = V^+ - V^-$ .

**Q 25.** Comment varie  $\epsilon$  quand  $u_3$  varie ( $u_s$  étant fixé) ?

Supposons que  $u_3$  soit suffisamment faible pour que  $\epsilon > 0$ .

**Q 26.** Quelle est la valeur de  $u_s$  ? À partir de cette situation,  $u_3$  augmente : exprimer en fonction des données la valeur  $U_{\text{seuil}}$  de  $u_3$  pour laquelle on observera le basculement de  $u_s$ . Quelle est alors la nouvelle expression de  $\epsilon$  ?

**Q 27.** À partir de cette nouvelle situation, traiter le cas où  $u_3$  diminue.

**Q 28.** Représenter finalement le cycle d'hystérésis de ce montage :  $u_s = f(u_3)$ .

Dans le cadre de l'accordeur de guitare,  $R_4 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_5 = 10 \text{ k}\Omega$  et  $U_{\text{sat}} = 5 \text{ V}$ .

**Q 29.** Tracer sur le document réponse l'allure du signal de sortie  $u_s(t)$  correspondant aux deux exemples de signal  $u_3(t)$  proposés.

**Q 30.** Que peut-il se passer si la corde est vraiment trop désaccordée ?

### I.F – Retour sur le filtre sélectif commandé

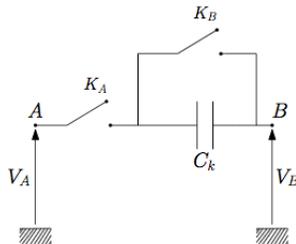
Regardons plus en détails la manière de fabriquer le filtre ( $F_c$ ) dont la fréquence centrale est commandée par un signal carré externe. On utilise pour cela un filtre à *capacité commutée*.

#### I.F.1) Capacité commutée

Soit un condensateur de capacité  $C$  aux bornes duquel on applique une tension  $u_c$ .

**Q 31.** Rappeler l'expression de la charge  $q$  transférée au condensateur en fonction de  $C$  et  $u_c$ . On précisera, à l'aide d'un schéma, les conventions utilisées.

On monte maintenant le condensateur de capacité  $C_k$  entre deux interrupteurs commandés notés  $K_A$  et  $K_B$ , comme l'indique la figure 9.



**Figure 9** Capacité commutée

On fait les hypothèses suivantes.

- Les interrupteurs sont idéaux (d'impédance infinie quand ils sont ouverts et nulle quand ils sont fermés).
- Ils sont toujours dans des états *complémentaires* : si  $K_A$  est ouvert, alors  $K_B$  est fermé et inversement.
- Ils sont commandés de manière périodique par un signal extérieur (signal  $u_{\text{ref}}$  carré périodique de fréquence  $f_k$  (période  $T_k$ )) de telle sorte que :
  - sur l'intervalle  $[0, T_k/2]$  :  $K_A$  est fermé et  $K_B$  ouvert ;
  - sur l'intervalle  $[T_k/2, T_k]$  :  $K_A$  est ouvert et  $K_B$  fermé.

— Les condensateurs ont le temps de se charger/décharger sur chaque intervalle de temps.

— La période  $T_k$  est faible devant tous les autres temps caractéristiques.

**Q 32.** Donner les expressions de  $q_1$  et  $q_2$ , les charges portées par l'armature du condensateur reliée directement au point  $B$  respectivement sur l'intervalle  $[0, T_k/2]$  et  $[T_k/2, T_k]$ . On précisera les conventions utilisées.

On en déduit  $\delta q = q_2 - q_1$  la charge transférée de l'entrée vers la sortie en une période.

**Q 33.** À quoi est alors égale la charge totale  $Q$  transférée de l'entrée vers la sortie en un temps  $t \gg T_k$  ?

**Q 34.** En déduire l'expression de l'intensité moyenne  $I_m$  associée à ce transfert en fonction de  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $C_k$  et  $f_k$ .

**Q 35.** Pourquoi peut-on en conclure que ce dipôle  $AB$  se comporte comme une résistance  $R_k$  ? Donner l'expression de cette résistance en fonction de  $f_k$  et  $C_k$ .

La capacité commutée se comporte donc comme une résistance  $R_k$  dont la valeur est commandée par un signal extérieur et plus exactement par la fréquence  $f_k$  de ce signal.

#### I.F.2) Filtre à capacité commutée

**Q 36.** Expliquer qualitativement comment utiliser cette capacité commutée pour créer des filtres dont la fréquence caractéristique est réglée par le signal de référence  $u_{\text{ref}}$  et, en particulier, un filtre du type recherché pour ( $F_c$ ).

## Problème II : Les oscillateurs électroniques quasi-sinusoïdaux

Les systèmes étudiés dans cette partie utilisent des amplificateurs linéaires intégrés. Il est important de se rappeler des principales propriétés de ces circuits.

**Q28.** Quelles sont les principales caractéristiques d'un amplificateur linéaire intégré, en le supposant tout d'abord idéal, puis en considérant un amplificateur réel de type standard.

**Q29.** Donner des ordres de grandeurs pour les caractéristiques d'un amplificateur réel standard.

Cet oscillateur sera construit autour d'un filtre et d'un montage amplificateur. Ces deux blocs fonctionnels sont tout d'abord étudiés séparément.

### C.II.1. Étude du filtre

Sur la Figure F9 on donne le schéma d'un filtre. On note  $\underline{H}_F(\omega)$  sa fonction de transfert.

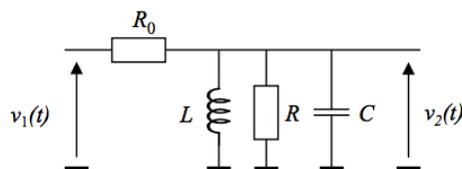


Figure F9. Schéma du filtre.

**Q45.** Déterminer l'expression de  $\underline{H}_F(\omega)$  et la mettre sous la forme  $\underline{H}_F = \frac{H_0}{1 + jQ_F \left[ x - \frac{1}{x} \right]}$  avec

$$x = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \omega_0 \text{ étant la pulsation propre du filtre.}$$

Expliciter littéralement  $Q_F$ ,  $H_0$  et la fréquence caractéristique  $f_0$ .

**Q46.** Donner l'expression reliant le facteur de qualité, la fréquence propre et la bande passante à -3 dB.

On choisit  $R_0 = 470 \Omega$ ,  $R = 120 \Omega$ ,  $L = 50 \mu\text{H}$  et  $C = 50 \text{ nF}$  de sorte que :  $H_0 \approx 0,2$ ,  $f_0 \approx 100 \text{ kHz}$  et  $Q_F \approx 3$ .

**Q47.** Faire une représentation graphique approchée du gain en décibel  $G_{\text{dB}}$  en fonction de  $\log(x)$  ; préciser quelques valeurs sur ce graphe. Faire apparaître sur ce graphe la "bande passante à -3 dB".

### C.II.2 Étude de l'amplificateur

On considère deux structures possibles à placer en sortie du filtre pour amplifier le signal (Figures F10 et F11). Le circuit U1 est un amplificateur linéaire intégré supposé idéal.

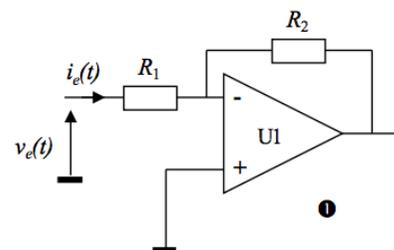


Figure F10. Structure amplificatrice n°1.

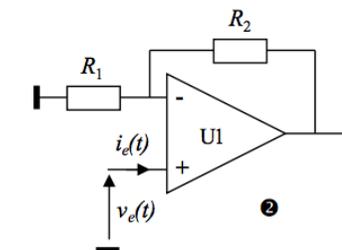


Figure F11. Structure amplificatrice n°2.

**Q48.** Déterminer, en précisant bien les hypothèses faites, les fonctions de transfert de ces deux structures, notées respectivement  $\underline{A}_1$  et  $\underline{A}_2$ .

**Q49.** Déterminer les impédances d'entrée  $Z_{e1}$  et  $Z_{e2}$  de chaque montage et expliquer pourquoi la structure n°2 est a priori un meilleur choix pour l'application envisagée.

**Q50.** En déduire alors l'expression de la fonction de transfert globale du montage associant les deux blocs fonctionnels filtre puis amplificateur en la mettant sous la forme  $\underline{H}_{FA} = \frac{H_1}{1 + jQ \left[ x - \frac{1}{x} \right]}$  ; expliciter  $H_1$  et  $Q$ .

### C.II.3 Étude des oscillations

On associe maintenant les deux blocs en connectant la sortie du montage amplificateur à l'entrée du filtre, réalisant le système dont le schéma est donné Figure F12.

La sortie de l'amplificateur U1, toujours supposé dans un premier temps comme idéal, est connectée à l'entrée du filtre au travers d'un interrupteur K.

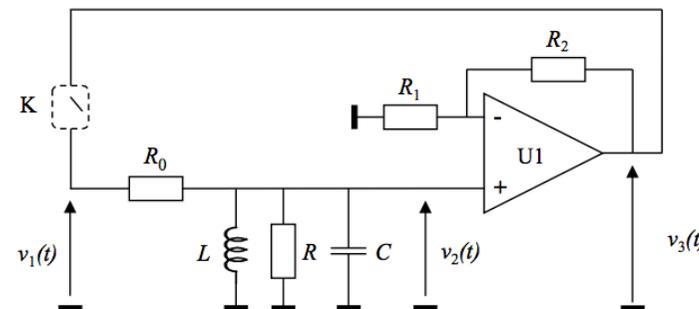


Figure F12. Structure bouclée associant le filtre et l'étage amplificateur.

À l'instant  $t=0$  on ferme l'interrupteur K, le condensateur  $C$  étant déchargé.

**Q51.** Déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension  $v_3(t)$  ; on fera apparaître dans cette équation la pulsation propre, le facteur de qualité et le gain maximal.

On désire obtenir à la fermeture de l'interrupteur des oscillations pseudo-périodiques d'amplitude croissante.

**Q52.** À quelle condition sur  $H_1$  cela sera-t-il possible ?

**Q53.** Que vaut la fréquence d'oscillation pendant la phase de démarrage ?

**Q54.** À quelles conditions la fréquence des oscillations peut-elle être considérée comme égale à la fréquence propre du filtre ?

**Q55.** En considérant d'une part l'étude précédente, et d'autre part le fait que le circuit U1 n'est pas idéal expliquer pourquoi il est préférable que le gain de l'étage amplificateur ne soit pas trop grand.

## C.II.4 Oscillateur réel et modélisation de dipôle

### C.II.4.1 Schéma réel de l'oscillateur

Le schéma réel de l'oscillateur est donné figure F13, indiquant les composants réactifs *réels* à implémenter sur un circuit imprimé.

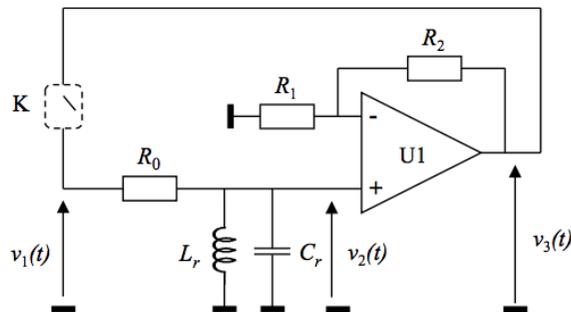


Figure F13. Schéma réel de l'oscillateur.

**Q56.** Quelle différence voit-on entre les schémas des figures F12 et F13 ?

**Q57.** Quels composants du schéma Figure F13 peut expliquer, par une étude de son modèle physique, le fait que les deux schémas des Figures F12 et F13 puissent être bien équivalents ?

### C.II.5 Stabilité de l'oscillateur

La stabilité d'un oscillateur est un critère fondamental de sa qualité, qu'il est indispensable de prendre en compte selon la précision nécessaire pour une application. On considère en général la stabilité à court-terme et la stabilité à long-terme.

### C.II.5.1 Oscillateur quasi-sinusoidal

On considère (Figure F15) le schéma théorique de l'oscillateur comme à la Figure F12. On suppose qu'il fonctionne en régime permanent et pour simplifier on fait l'hypothèse que l'oscillateur est de type quasi-sinusoidal. Les signaux  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  et  $v_3(t)$  sont alors considérés comme sinusoidaux, on peut donc raisonner dans l'espace des fréquences et noter les signaux  $\underline{V}_1$ ,  $\underline{V}_2$  et  $\underline{V}_3$  en représentation complexe.

Le filtre (entrée  $\underline{V}_1$ , sortie  $\underline{V}_2$ ) a pour fonction de transfert  $\underline{H}_F$ .

L'amplificateur (entrée  $\underline{V}_2$ , sortie  $\underline{V}_3$ ) a pour fonction de transfert  $\underline{A}$ .

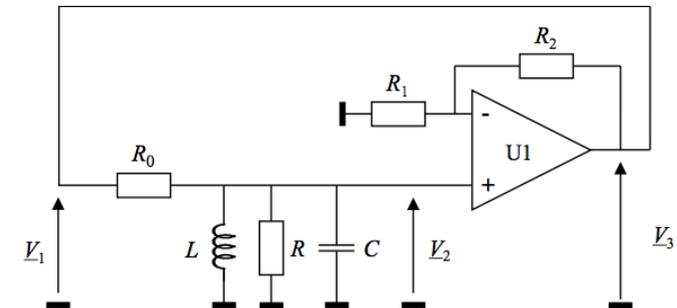


Figure F15. Oscillateur considéré en fonctionnement sinusoidal.

**Q63.** Exprimer  $\underline{V}_2$  en fonction de  $\underline{V}_1$ ,  $\underline{V}_3$  en fonction de  $\underline{V}_2$  et  $\underline{V}_1$  en fonction de  $\underline{V}_3$ . En déduire une relation entre  $\underline{A}$  et  $\underline{H}_F$  valable s'il y a effectivement oscillation. Cette relation est appelée condition d'oscillation.

**Q64.** Montrer que la condition d'oscillation conduit à la relation  $\text{Arg}[\underline{H}_F(\omega)] = 0$ .

### C.II.5.2 Stabilité à court-terme

On suppose maintenant qu'en sortie de l'amplificateur il y a une petite fluctuation de phase, exprimée par le gain de l'amplificateur  $\underline{A}' = A_0 e^{j\delta\psi}$  où  $A_0$  est un réel positif.

**Q65.** Quelle est la nouvelle condition d'oscillation relative à la phase de  $\underline{H}_F(\omega)$  ?

On considère que la fluctuation de phase  $\delta\psi$  induit une fluctuation  $\delta\omega$  de la pulsation d'oscillation, petite par rapport à la pulsation propre. On pourra donc écrire que  $\omega = \omega_0 + \delta\omega$  dans l'expression de  $\underline{H}_F$  sous forme canonique.

**Q66.** Déduire, à partir de la condition d'oscillation et de l'expression de  $\underline{H}_F$  simplifiée grâce à l'hypothèse précédente, l'expression de la variation  $\delta\omega$  de la pulsation. Calculer alors la fluctuation de fréquence pour  $\delta\psi = 1^\circ$ .

**Q67.** Que se passe-t-il si la fluctuation  $\delta\psi$  varie au cours du temps mais avec une amplitude faible ? Quel serait alors l'aspect du spectre du signal de l'oscillateur ?

**Q68.** Conclure sur la façon d'améliorer la qualité de l'oscillateur.

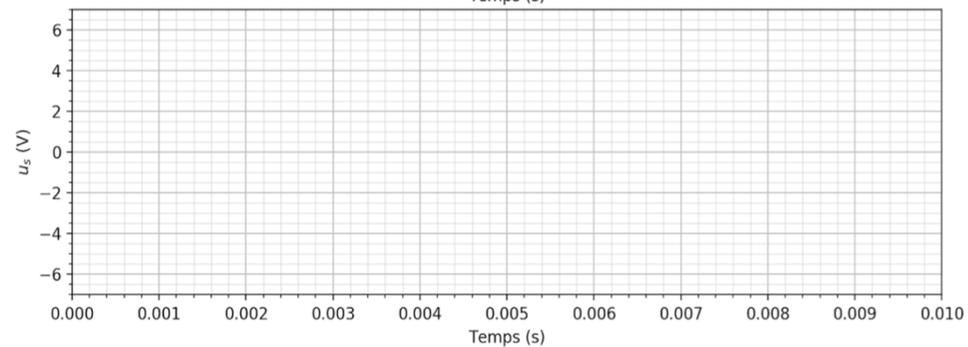
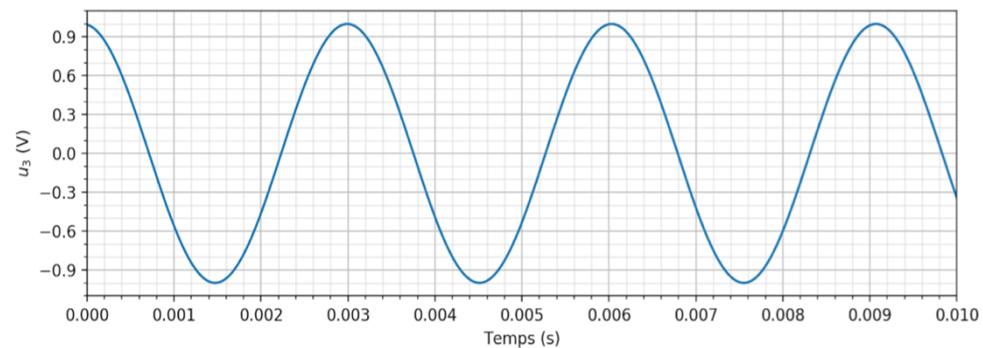


**Document réponse** (à rendre avec la copie)

Nom

Prénom

**Q29. Premier exemple**



**Q29. Deuxième exemple**

