Problème I : Accordeur de guitare

2019 – Centrale TSI

I.A – Le signal

Q1. La valeur moyenne du signal est d'environ 10 mV.

Q2. On relève la période sur le graphe de la figure 2, et on trouve environ 3,2 ms. La fréquence correspondante est $f \approx 315$ Hz.

Q3. La fréquence donnée la plus proche de la fréquence mesurée correspond à la corde de Mi aigu (désaccordée).

Q4. Le signal n'étant pas sinusoïdal, plusieurs harmoniques seront présents dans le spectre.

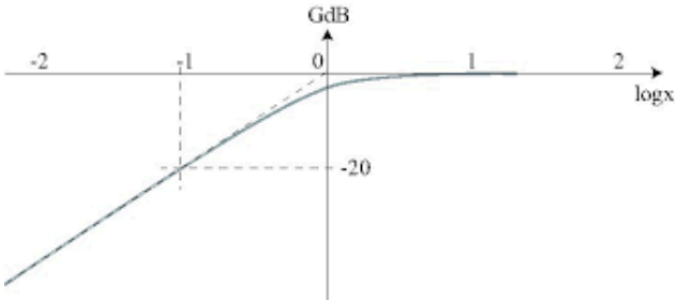
I.B – Premier filtre

Q5. On suppose qu'aucun courant n'est prélevé aux bornes de R_1, on applique donc le pont diviseur de tension :

$$\boxed{\underline{H}(j\omega) = \frac{jR_1C_1\omega}{1+jR_1C_1\omega}}$$

Q6. Il s'agit d'un filtre passe-haut (d'ordre 1) de pulsation caractéristique $\boxed{\omega_1 = \frac{1}{R_1C_1}}$, correspondant à sa pulsation de coupure.

Q7. En posant $x = \omega/\omega_1$, on peut tracer le diagramme de Bode suivant :



Q8. La fréquence de coupure à -3 dB vaut donc $\boxed{f_1 = \frac{1}{2\pi R_1C_1}}$ soit numériquement $f_1 \approx 15,9$ Hz. Le rôle de ce filtre est donc de supprimer la composante continue afin d'obtenir un signal de valeur moyenne nulle.

I.C – Deuxième filtre

I.C.1. Préambule

Q9. Comme l'ALI est idéal, on a $i^- = 0$ et on peut appliquer le pont diviseur de tension à l'entrée inverseuse. Il vient alors : $\underline{v}^- = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z}+\underline{Z}'}\underline{s}$. Or comme l'ALI idéal est en régime linéaire, on a $\underline{v}^- = \underline{e}$ d'où la fonction de transfert : $\boxed{\underline{H} = 1 + \frac{\underline{Z}'}{\underline{Z}}}$.

Q10. On obtient $\boxed{\underline{H} = 1 + \frac{R'}{R}}$, il s'agit d'un amplificateur non-inverseur.

I.C.2. Amplification (légèrement) sélective

Q11. On a pour une association parallèle : $\frac{1}{\underline{Z}_{eq}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2}$ d'où, ici : $\boxed{\underline{Z}_{eq} = \frac{R_2}{1+jR_2C_2\omega}}$.

Q12. De ce qui précède, il vient :

$$\underline{H}_2 = \frac{R_3 + \frac{R_2}{1+jR_2C_2\omega}}{R_3} \Longleftrightarrow \boxed{\underline{H}_2 = 1 + \frac{R_2/R_3}{1+jR_2C_2\omega}}$$

Q13. On obtient bien la forme demandée en posant $\boxed{G_0 = \frac{R_2}{R_3}}$ et $\boxed{\omega_2 = \frac{1}{R_2C_2}}$.

Q14. En basses fréquences ($\omega << \omega_2$) $|\underline{H}_2| \longrightarrow 1 + G_0$, et en hautes fréquences ($\omega >> \omega_2$) $|\underline{H}_2| \longrightarrow 1$.

Q15. On a $\boxed{f_2 = \frac{1}{2\pi R_2C_2}}$ soit numériquement $f_2 \approx 498$ Hz, et $G_0 \approx 113$. Ce second filtre va donc amplifier fortement les fréquences inférieures à 500 Hz (c'est à dire correspondant au fondamental qui nous intéresse) et ne modifiera pas les harmoniques de rang élevé.

I.D – Filtrage (très) sélectif commandé

I.D.1. Diagramme de Bode

Q16. Ce filtre correspond à un filtre passe-bande (car le gain diminue rapidement en dehors de la bande passante $[f_{c1}; f_{c2}]$) d'ordre 2 (car les pentes des asymptotes sont ± 20 dB/décade). La fréquence centrale caractéristique est $f_0 \approx 330$ Hz par lecture sur la figure 5b. *Remarque : on peut supposer qu'il s'agit en réalité de 329,6 Hz correspondant à la fréquence du Mi aigu.*

Q17. Les fréquences de coupure sont les fréquences pour lesquelles le gain vaut $G_{\text{dB, max}} - 3$ dB ; la bande passante l'intervalle où $G_{dB} > G_{\text{dB,max}} - 3$ dB. Graphiquement, on lit :

$$\boxed{\begin{cases} f_{c1} \approx 320 \text{ Hz} \\ f_{c2} \approx 340 \text{ Hz} \end{cases}}$$ La bande passante est donc : $\boxed{[320 \text{ Hz}; 340 \text{ Hz}]}$

Q18. On lit graphiquement $G(315 \text{ Hz}) = -6$ dB. Comme $G = 20\log|\underline{H}|$, on en déduit que $\boxed{|\underline{H}| = 0,5}$. Si la fréquence est de 315 Hz, l'atténuation est de 50%.

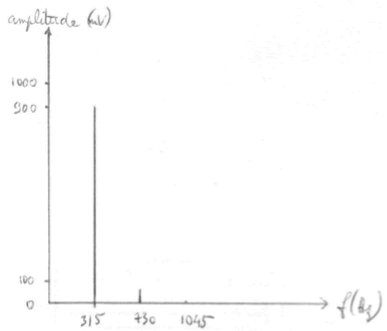
I.D.2. Analyse spectrale

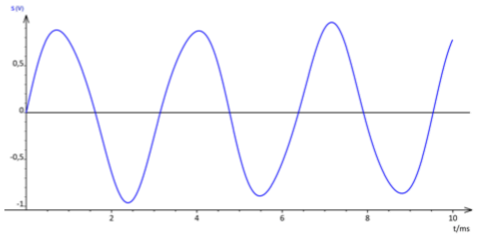
Q19. On trouve un premier pic (à $f = 0$) à 10 mV ce qui correspond bien à la valeur moyenne estimée en début de problème. On remarque que le fondamental est un peu au-dessus de 300 Hz, ce qui est bien compatible avec un signal à 315 Hz. Enfin, le 10e harmonique a une fréquence de 3200 Hz environ. Ceci correspond à un signal à 320 Hz ce qui, compte tenu des incertitudes lors du relevé initial, correspond à la valeur attendue.

Q20. En sortie du premier filtre, seule la composante continue sera supprimée, le reste du spectre n'étant pas modifié. Il s'agit donc du spectre (a).

Q21. À 315 Hz, le filtre B amplifie environ 100 fois le fondamental, un peu moins l'harmonique de rang 2 et quasiment pas les autres harmoniques. On peut donc s'attendre à un signal avec un fondamental d'amplitude environ égale à 1800 mV, ce qui correspond au spectre (d).

Q22. Le spectre du signal en sortie de (Fc) comprendra un fondamental à peu près divisé par 2 (gain à -6 dB) soit environ 900 mV, un harmonique de rang 2 très faible (un calcul montre qu'on obtient environ 63 mV) et des autres harmoniques quasi-absents. Le signal temporel sera quasi-sinusoïdal, d'amplitude 900 mV, et de fréquence 315 Hz.





I.E – Mise en forme

Q23. Comme il n'y a pas de rétroaction sur l'entrée inverseuse, l'ALI est nécessairement en fonctionnement saturé. En régime saturé, pour un ALI idéal, on a :

$$\begin{cases} u_s = \pm U_{SAT} \\ i^+ = 0 \\ i^- = 0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} u_s = +U_{SAT} \text{ si } v^+ > v^- \\ u_s = -U_{SAT} \text{ si } v^+ < v^- \end{cases}$$

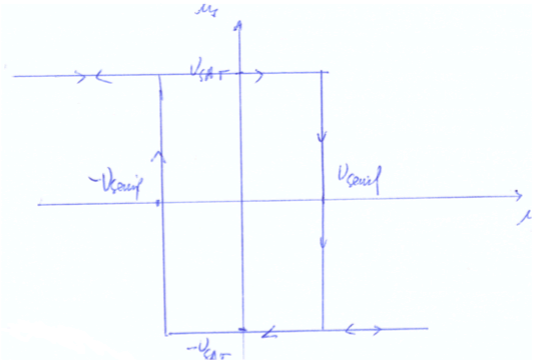
Q24. Comme $i^+ = 0$, on peut appliquer le pont diviseur de tension et il vient $\boxed{V^+ = \dfrac{R_4}{R_4 + R_5} u_s}$ d'où $\boxed{\epsilon = \dfrac{R_4}{R_4 + R_5} u_s - u_3}$.

Q25. On a ϵ qui diminue si u_3 augmente.

Q26. Comme $\epsilon > 0$, $\boxed{u_s = +U_{SAT}}$. Tant que $\epsilon > 0$, la situation ne change pas. L'ALI va donc basculer lorsque $\epsilon < 0$ c'est à dire lorsque u_3 atteint $\boxed{U_{seuil} = \dfrac{R_4}{R_4 + R_5} U_{SAT}}$. u_s devient alors $-U_{SAT}$ et ϵ s'écrit alors $\epsilon = -\frac{R_4}{R_4+R_5} U_{SAT} - u_3$ et est négatif.

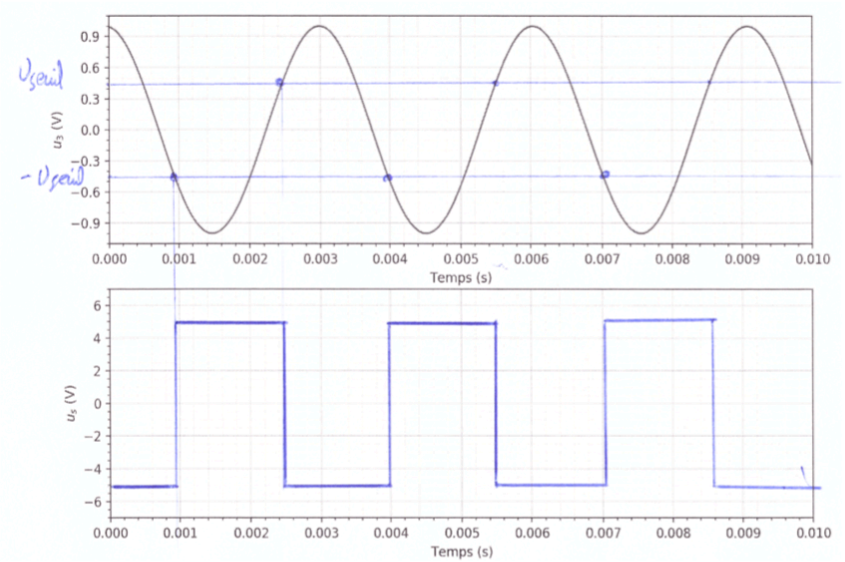
Q27. Par un raisonnement analogue, on trouve que le nouveau basculement a lieu lorsque u_3 atteint $-U_{seuil} = -\frac{R_4}{R_4+R_5} U_{SAT}$.

Q28. On obtient un cycle d'hystérésis :

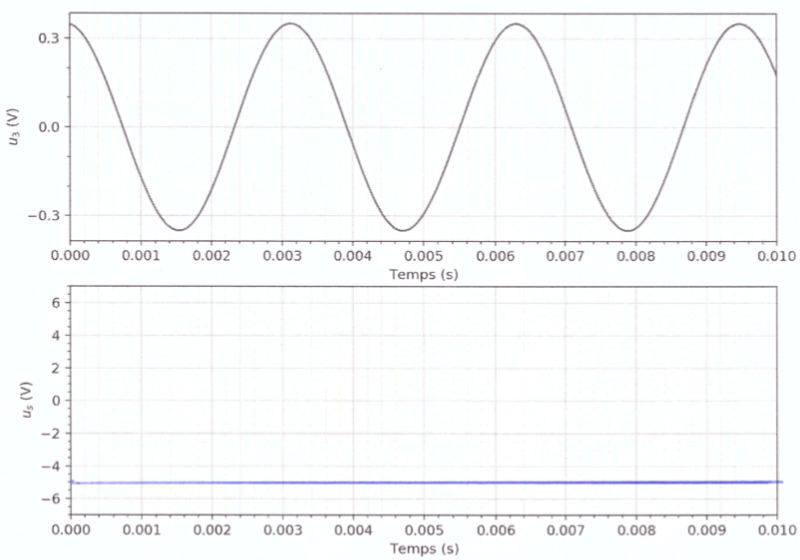


Q29. On calcule la valeur des seuils : $\boxed{U_{seuil} = 0,45 \text{ V}}$. On obtient alors les courbes suivantes :

Premier exemple :



Deuxième exemple



Dans ce dernier cas, on remarque que l'amplitude est trop faible pour que l'ALI bascule, on n'obtient pas un signal carré comme souhaité.

Q30. Si la corde est trop désaccordée, on s'éloignera des 330 Hz et le signal correspondant sera trop atténué par le filtre (F_c) si bien qu'on se retrouvera dans le cas du second exemple. Le signal de sortie ne sera alors pas un signal carré exploitable.

I.F – Retour sur le filtre sélectif commandé

I.F.1. Capacité commutée

Q31. En convention récepteur, $q = Cu_c$.

Q32. Pendant la première demi-période, $t \in [0; T_k/2]$, le schéma équivalent est un condensateur situé entre A et B, on trouve alors $\boxed{q_1 = C_k(V_B - V_A)}$; pendant la seconde demi-période, $t \in [Tk/2; T_k]$, le schéma équivalent est un condensateur court-circuité et on a alors $\boxed{q_2 = 0}$.

Q33. Le courant vaut donc $i = \dfrac{\delta q}{T_k/2} = \dfrac{C_k(V_B - V_A)}{T_k/2}$ pendant la première demi-période et 0 ensuite. La chage transférée pendant un temps long vaut donc $\boxed{Q = \dfrac{C_k(V_B - V_A)}{T_k} t}$.

Q34. On sait que le courant moyen peut alors s'exprimer par $I_m = Q/t$ d'où $I_m = \frac{C_k(V_B - V_A)}{T_k}$ soit $\boxed{I_m = f_k C_k(V_B - V_A)}$.

Q35. On peut définir une grandeur R_k telle que l'on peut écrire $U = V_B - V_A = R_k I_m$. La capacité commuté est alors équivalente à une résistance $\boxed{R_k = \dfrac{1}{f_k C_k}}$.

Q36. On peut introduire cette capacité commutée dans un filtre actif d'ordre 2, passe-bande, dont la fréquence centrale dépend de R_k (filtre à structure de Rauch p.e.). Ainsi, un réglage de la fréquence f_k permettra de régler la valeur de la fréquence centrale.

Problème II : Les oscillateurs électroniques quasi-sinusoïdaux

PT 2021

Temps - Fréquence

c) Oscillateurs électroniques :

Q28) Q29) ALI idéal :

→ résistance d'entrée infinie : $R_e \to \infty$

⇒ $i^+ = i^- = 0$

→ résistance de sortie nulle : $R_s = 0$

⇒ la sortie de l'ALI idéal est donc assimilable à une source idéale de tension (v_s indépendant de i_s)

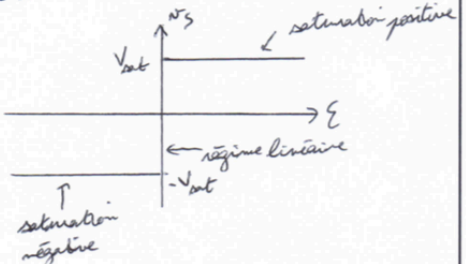
→ saturation de la tension de sortie :

$|v_s| \leq V_{sat}$ avec V_{sat} (tension de saturation) légèrement inférieure à la tension d'alimentation.

→ saturation de l'intensité de sortie : $i_s \simeq 20\,mA$ max

→ gain infini ⇒ en régime linéaire : $\varepsilon = 0$, $V^+ = V^-$

($\varepsilon = V^+ - V^-$ = tension différentielle d'entrée)



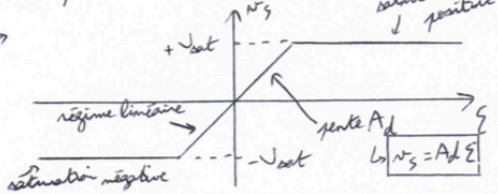
ALI réel :

→ impédance d'entrée : $Z_e \simeq 10^{12}\,\Omega$

$i^+ \simeq i^- \simeq 10^{-11}\,A$

→ impédance de sortie : $Z_s \simeq 100\,\Omega$

→



↳ $v_s = A_d \varepsilon$

→ en régime linéaire, modèle de l'ALI du 1er ordre

$$\underline{A_d} = \frac{A_0}{1 + j\omega\tau} = \frac{A_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

A_0 : gain différentiel statique : $A_0 \simeq 10^5$

τ : temps de réponse : $\tau \simeq 5$ à $10\,ms$

ω_0 : pulsation de coupure : $\omega_0 \simeq 100\,rad.s^{-1}$

→ limitation en fréquence (slew rate) : la vitesse de balayage d'un ALI est limitée : il ne peut donner une pente supérieure à une valeur limite :

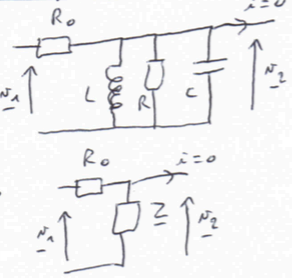
$\sigma \simeq 10\,V.\mu s^{-1}$

BANQUE PT 2021
EPREUVE DE PHYSIQUE A

II) Oscillateur quasi-sinusoïdal :

1) Etude du filtre :

Q45)



$\Leftrightarrow$

avec $\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{jL\omega} + \frac{1}{R} + jC\omega$

diviseur de tension : $\underline{H_F}(\omega) = \frac{\underline{v}_2}{\underline{v}_1} = \frac{\underline{Z}}{R_0+\underline{Z}} = \frac{1}{1+\frac{R_0}{\underline{Z}}}$

$$\underline{H_F}(\omega) = \frac{1}{1+R_0\left(\frac{1}{jL\omega}+\frac{1}{R}+jC\omega\right)}$$

$$= \frac{1}{1+\frac{R_0}{R}+R_0\left(jC\omega+\frac{1}{jL\omega}\right)}$$

$$= \frac{\frac{R}{R+R_0}}{1+\frac{RR_0}{R+R_0}\left(jC\omega+\frac{1}{jL\omega}\right)}$$

$$= \frac{H_0}{1+jQ_F\left(x-\frac{1}{x}\right)} \quad \text{avec } x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

avec $\boxed{H_0 = \frac{R}{R+R_0}}$

$$\begin{cases} \frac{Q_F}{\omega_0} = \frac{RR_0}{R+R_0}C \\ Q_F\,\omega_0 = \frac{RR_0}{R+R_0}\frac{1}{L} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ Q_F = \frac{RR_0}{R+R_0}\sqrt{\frac{C}{L}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

Q46) On reconnaît la fonction de transfert d'un filtre passe-bande, et on sait que : $\boxed{Q_F = \frac{f_0}{\Delta f}}$

Q_F : facteur de qualité
f_0 : fréquence propre = fréquence de résonance
Δf : largeur de la bande passante à -3dB.

Q47) $|\underline{H}| = \frac{H_0}{\sqrt{1+Q_F^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}}$ maximum pour $x=1$

$\Rightarrow |\underline{H}|_{max} = H_0$
$\Rightarrow G_{max} = 20\log H_0 = 20\log 0,2 < 0$

* BF : $x \to 0$, $\underline{H} \to \frac{H_0}{jQ_F\left(-\frac{1}{x}\right)} = j\frac{H_0}{Q_F}x$

$|\underline{H}| = \frac{H_0}{Q_F}x$ $\quad G = 20\log\frac{H_0}{Q_F} + 20\log x$

pente +20 dB/décade

* HF : $x \to \infty$, $\underline{H} \to \frac{H_0}{jQ_F\left(x-\frac{1}{x}\right)} = -j\frac{H_0}{Q_F x}$

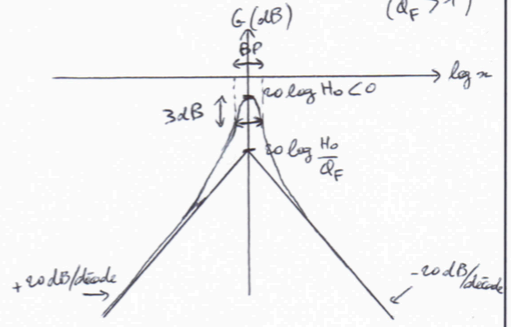
$|\underline{H}| = \frac{H_0}{Q_F x}$ $\quad G = 20\log\frac{H_0}{Q_F} - 20\log x$

pente -20 dB/décade

* intersection des asymptotes :

$20\log\frac{H_0}{Q_F} + 20\log x = 20\log\frac{H_0}{Q_F} - 20\log x$

$\Rightarrow x = 1$ et alors $G = 20\log\frac{H_0}{Q_F} < 20\log H_0$ $\quad (Q_F > 1)$



2) Etude de l'amplificateur :

Q48) * ALI idéal $\Rightarrow i^- = 0 \Rightarrow$ on a le même courant dans R_1 et R_2

* 3 boucle de rétroaction entre la sortie de l'ALI et l'entrée inverseuse, c'est un gage de stabilité du régime linéaire.

On suppose que le régime est linéaire.

On suppose l'ALI de gain infini $\Rightarrow V^+ = V^-$

* montage 1 : $V^- = V^+ = 0$

$i_2 = \frac{v_2 - V^-}{R_1} = \frac{V^- - v_3}{R_2} \Rightarrow \boxed{\underline{A_1} = \frac{v_3}{v_2} = -\frac{R_2}{R_1}}$

* montage 2 : $V^- = V^+ = v_2$

$i = \frac{0 - V^-}{R_1} = \frac{V^- - v_3}{R_2} \Rightarrow v_3 = R_2\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_1}\right)v_2$

$\Rightarrow \boxed{\underline{A_2} = \frac{v_3}{v_2} = 1 + \frac{R_2}{R_1}}$

Q49) $\underline{Z_{e1}} = \frac{v_2}{i_2} = \frac{v_2 - V^-}{i_2}$ $\quad (V^- = 0)$

$\Rightarrow \boxed{\underline{Z_{e1}} = R_1}$ (d'après la loi d'Ohm)

$\underline{Z_{e2}} = \frac{v_2}{i^-_2} \to \infty$ car $i_2 = i^+ = 0$ (ALI idéal)

$\boxed{\underline{Z_{e2}} \to \infty}$

$Z_{e2} \to \infty$, le montage 2 ne perturbera pas le filtre (le filtre travaillera bien à vide, avec un courant de sortie nul). La fonction de transfert calculée à vide est utilisable.

Q50) cf figure 12 : v_1 en entrée du filtre
v_2 en sortie du filtre, entrée de l'amplificateur
v_3 en sortie de l'amplificateur

$$\underline{H_{FA}} = \frac{\underline{v_3}}{\underline{v_1}} = \frac{\underline{v_3}}{\underline{v_2}} \times \frac{\underline{v_2}}{\underline{v_1}} = \underline{A_2}\,\underline{H_F}$$

$$= \frac{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)H_0}{1+jQ_F\left(x-\frac{1}{x}\right)} = \frac{H_1}{1+jQ\left(x-\frac{1}{x}\right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = Q_F = \frac{RR_0}{R+R_0}\sqrt{\frac{C}{L}}}$$

$$\boxed{H_1 = \underline{A_2}\,H_0 = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)H_0 = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R}{R+R_0}}$$

3) Etude des oscillations :

Q51) $\underline{H_{FA}} = \frac{H_1}{1+jQ\left(x-\frac{1}{x}\right)}$

H_1 : gain maximal (pour $x=1$)
Q : facteur de qualité
ω_0 : pulsation propre.

$$\underline{H_{FA}} = \frac{H_1 j\frac{x}{Q}}{1+j\frac{x}{Q}+(jx)^2} = \frac{j\omega\frac{H_1}{\omega_0 Q}}{1+j\omega\frac{1}{\omega_0 Q}+(j\omega)^2\frac{1}{\omega_0^2}} = \frac{\underline{v_3}}{\underline{v_1}}$$

or $\times j\omega \Leftrightarrow \frac{d}{dt}$

$$\Rightarrow v_3 + \frac{1}{\omega_0 Q}\dot{v_3} + \frac{1}{\omega_0^2}\ddot{v_3} = \frac{H_1}{\omega_0 Q}\dot{v_1}$$

or $v_3 = v_1$ quand l'interrupteur est fermé

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{v_3} + \frac{\omega_0}{Q}\left(1-H_1\right)\dot{v_3} + \omega_0^2 v_3 = 0}$$

Q52) On veut que le système soit instable (amplitude croissante) $\Rightarrow$ il faut que les 3 coefficients dans l'équation différentielle ne soient pas de même signe

1 (>0), $\frac{\omega_0}{Q}(1-H_1)$, ω_0^2 (>0)

$\Rightarrow$ il faut $\frac{\omega_0}{Q}(1-H_1) < 0 \Rightarrow H_1 > 1$

* Equation caractéristique : $r^2 + \frac{\omega_0}{Q}(1-H_1)r + \omega_0^2 = 0$

$\Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2}(1-H_1)^2 - 4\omega_0^2$

Il faut $\Delta < 0$ pour avoir un régime pseudo-périodique

$\Rightarrow \left(\frac{1-H_1}{Q}\right)^2 < 4 \Rightarrow (1-H_1)^2 < (2Q)^2$

$\Rightarrow \underbrace{(H_1-1)^2}_{>0 \text{ (c'est vrai)}} < (2Q)^2 \Rightarrow H_1 - 1 < 2Q$

$\Rightarrow H_1 < 1+2Q$

$\Rightarrow \boxed{1 < H_1 < 1+2Q}$

Q53) solutions de l'équation caractéristique :

$$r = \frac{-\frac{\omega_0}{Q}(1-H_1) \pm j\sqrt{-\Delta}}{2} = \alpha \pm j\omega$$

$\Rightarrow v_3 = A\cos(\omega t + \varphi)\, e^{\alpha t}$

avec $\alpha = \dfrac{(H_1-1)\omega_0}{2Q} > 0$ si $H_1 > 1$ ou amplitude croissante

$f = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{\sqrt{-\Delta}}{4\pi} = \dfrac{\sqrt{4\omega_0^2 - \frac{\omega_0^2}{Q^2}(H_1-1)^2}}{4\pi}$

$$\boxed{f = f_0\sqrt{1 - \frac{(H_1-1)^2}{4Q^2}} \qquad \left(f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}\right)}$$

Q54) $f = f_0$ si $\boxed{H_1 = 1}$

Rq : si $H_1 = 1$, l'équation différentielle devient :

$\ddot{v}_3 + \omega_0^2 v_3 = 0 \Rightarrow$ oscillateur harmonique à la fréquence f_0.

Mais pour que les oscillations prennent naissance (et que leur amplitude se stabilise), il faut $H_1 > 1$

$$\Rightarrow \boxed{H_1 = 1^+}$$

Q55) * $H_1 = \underline{A}_2 H_0$

$\Rightarrow$ si $\underline{A}_2$ "trop grand", alors H_1 sera trop grand, $H_1 > 1$, $f < f_0$ et les oscillations vont croître très vite ($\alpha >> 0$).

En régime établi, les oscillations seront écrêtées pendant longtemps, on n'aura pas des oscillations quasi-sinusoïdales (génération d'harmoniques d'amplitudes importantes)

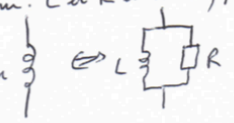
* Par ailleurs, on sait que le produit gain x bande passante est constant $\Rightarrow$ si le gain augmente, la bande passante diminue. On ne pourra plus travailler avec des fréquences élevées (ce qui est le cas ici : $f_0 = 100\ kHz$!)

4) Oscillateur réel et modélisation de dipôle :

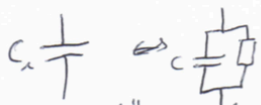
4-1) Schéma réel de l'oscillateur :

Q56) Sur la figure 13, il n'y a pas de résistor entre l'entrée non inverseuse et la masse.

Q57) * Une bobine n'est pas modélisable par une inductance pure. En effet, une bobine est un enroulement de fil conducteur, qui a donc une certaine résistance. Ici, le modèle choisi est de mettre L et R en parallèle (modèle généralement retenu : L et R en série), étonnant...



* Un condensateur aussi a une résistance de fuite (il finit toujours par se décharger) ; cette résistance est très élevée (décharge lente !)



"Quel composant" au singulier ?! $\Rightarrow$ étonnant...

4-2) Réalisation d'une inductance :

Q58) * $R = \dfrac{1}{\sigma_{Cu}}\dfrac{l}{S}$ avec l la longueur du fil de cuivre et S la section d'un fil de cuivre.

* Soit r le rayon d'une spire (supposée circulaire) :

$\Rightarrow l = N_{sp}(2\pi r)$ avec $S_B = \pi r^2$

$\Rightarrow r = \sqrt{\dfrac{S_B}{\pi}}$

$\Rightarrow l = 2N_{sp}\sqrt{\pi S_B}$

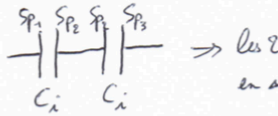
* $S = \pi\dfrac{d_{Cu}^2}{4}$

$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{8N_{sp}\sqrt{S_B}}{\sigma_{Cu}\, d_{Cu}^2\sqrt{\pi}}}$$

Rq : si $\sigma \to \infty$, $R \to 0$. Ça serait la résistance à mettre en série avec une inductance pure pour modéliser la bobine. Or ici on a pris un modèle $L \| R$ ... Etonnant...

Q59) La tension aux bornes de la bobine n'étant pas nulle, le potentiel varie tout le long de la bobine $\Rightarrow$ 2 spires adjacentes ne sont pas au même potentiel.
Ces 2 spires conductrices à des potentiels différents sont séparées par un isolant $\Rightarrow$ elles forment un condensateur.

Q60)



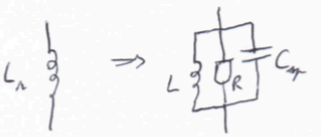
$\Rightarrow$ les 2 capacités sont en série

N_{sp} spires $\Rightarrow N_{sp}-1$ condensateurs

$$\Rightarrow \frac{1}{C_{sp}} = \sum_1^{N_{sp}-1}\frac{1}{C_i} = (N_{sp}-1)\frac{1}{C_i}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_{sp} = \frac{C_i}{N_{sp}-1}}$$

Q61) Il convient d'ajouter C_{sp} en parallèle à L et R.



Q62) C_{sp} est en $\|$ avec $C_{montage}$

$\Rightarrow$ il convient de remplacer $C_{montage}$ par $(C_{montage} + C_{sp})$.

5) Stabilité de l'oscillateur :

5-1) Oscillateur quasi-sinusoïdal :

Q63)

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{V}_2 &= \underline{H}_F\,\underline{V}_1 \\ \underline{V}_3 &= \underline{A}\,\underline{V}_2 \\ \underline{V}_1 &= \underline{V}_3 \end{aligned}} \quad \text{(fil)}$$

$\underline{V}_2 = \underline{H}_F\underline{V}_1 = \underline{H}_F\underline{V}_3 = \underline{H}_F\underline{A}\,\underline{V}_2$

$$\Rightarrow \boxed{\underline{H}_F\,\underline{A} = 1}$$

Q64) $\underline{A} = \underline{A}_2 = \left(1 + \dfrac{R_2}{R_1}\right)$ réel > 0

$\Rightarrow \underline{H}_F = \dfrac{1}{\underline{A}} = \dfrac{1}{1+\frac{R_2}{R_1}}$ réel > 0

$$\Rightarrow \boxed{\arg\left[\underline{H}_F(\omega)\right] = 0}$$

5-2) Stabilité à court-terme :

Q65) $\underline{H}_F\,\underline{A}' = 1$

$\underline{H}_F = \dfrac{1}{\underline{A}'} = \dfrac{1}{A_0}e^{-j\delta\varphi}$

$$\Rightarrow \boxed{\arg\left[\underline{H}_F(\omega)\right] = -\delta\varphi}$$

Q66) $\underline{H}_F = \dfrac{H_0}{1 + jQ_F\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} = \dfrac{H_0}{1 + jQ_F\left(\frac{\omega_0+\delta\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_0+\delta\omega}\right)}$

$$\underline{H}_F = \frac{H_0}{1 + jQ_F\left(1 + \frac{\delta\omega}{\omega_0} - \frac{1}{1+\frac{\delta\omega}{\omega_0}}\right)}$$

$$\simeq \frac{H_0}{1 + jQ_F\left(1 + \frac{\delta\omega}{\omega_0} - \left(1 - \frac{\delta\omega}{\omega_0}\right)\right)} \qquad (\delta\omega << \omega_0)$$

$$= \frac{H_0}{1 + 2jQ_F\frac{\delta\omega}{\omega_0}}$$

$\arg \underline{H}_F = -\text{Arctan}\dfrac{2Q_F\delta\omega}{\omega_0} \overset{\delta\omega << \omega_0}{\simeq} -\dfrac{2Q_F\delta\omega}{\omega_0} = -\delta\varphi$

$$\Rightarrow \boxed{\delta\omega = \frac{\omega_0}{2Q_F}\delta\varphi}$$

$\delta f = \dfrac{f_0}{2Q_F}\delta\varphi = \dfrac{100.10^3 \times 1 \times \frac{\pi}{180}}{2\times 3} = \dfrac{1.10^5}{3,6.10^2}$

$$\boxed{\delta f \simeq 3.10^2\ Hz}$$

Q67) Si $\delta\Psi$ varie au cours du temps, alors $\delta\omega$ varie au cours du temps, et donc la fréquence des oscillations varie au cours du temps.

Si on suppose que les oscillations sont sinusoïdales (en réalité, elles seront légèrement écrêtées), alors le pic va se déplacer très légèrement.

Vu le temps de réponse du capteur, on observera sans doute un pic avec une certaine largeur, un élargissement spectral (largeur faible si amplitude faible pour $\delta\Psi$).

Q68) $\delta\omega = \dfrac{\omega_0}{2Q_F}\delta\Psi$ ↘ si Q_F ↗

⇒ il faut que le filtre ait un fort facteur de qualité pour augmenter la stabilité en fréquence, pour avoir une grande pureté spectrale.