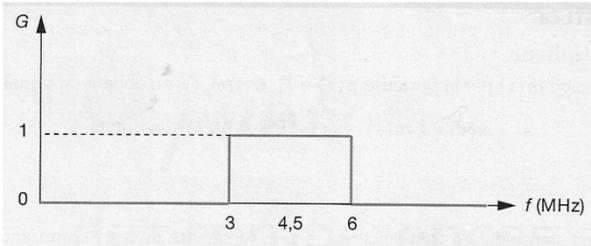


TD Elec 3 – Modulation/Démodulation

Exercice 1 : Transmission des couleurs en vidéo



Un signal vidéo $u(t)$ de fréquences comprises entre 0 Hz et 1,5 MHz doit être transmis à travers un dispositif de transport de l'information dont on modélise le comportement par un filtre passe-bande. Le gain de ce filtre est fonction de la fréquence selon le gabarit ci-contre.

1. Montrer qu'il est possible d'utiliser un signal sinusoïdal $p(t)$ de fréquence f_p à préciser, et d'amplitude notée P , pour obtenir un signal $s(t)$ transmissible à travers le dispositif.
2. Le composant multiplicateur utilisé est défini par la relation entre valeurs instantanées d'entrée x, y et de sortie z : $z = k x y$ où $k = 0,1 \text{ V}^{-1}$. Quelle amplitude P doit-on choisir si l'on désire que u et s aient même amplitude ?
3. Décrire comment est-il possible de retrouver $u(t)$ après transport à partir du signal $s(t)$. Représenter les spectres de $s(t)$ et des autres signaux d'intérêt.
4. En considérant la bande réelle de fréquences occupée par $u(t)$, quelle limitation s'impose pour la chaîne de démodulation ?
5. Pour un signal vidéo, il est nécessaire de transporter simultanément un autre signal $v(t)$, compris dans le même intervalle de fréquences, correspondant à une couleur différente de l'image vidéo.

On propose alors d'utiliser le signal modulé :

$$s(t) = k (P \cos(2\pi f_p t) * u(t) + P \sin(2\pi f_p t) * v(t))$$

- $s(t)$ peut-il traverser sans dommage le dispositif de transport ?
 - proposer un schéma synoptique (bloc) pour réaliser l'opération de construction de $s(t)$
 - proposer un schéma synoptique pour réaliser la démodulation de $s(t)$
 - la démodulation est-elle encore efficace ?
6. Quel est l'intérêt de ce procédé de modulation ?

Réponses : 1. $f_p = 4,5 \text{ MHz}$ est un bon choix ; 2. $P = 10 \text{ V}$; 3. démodulation synchrone ; 4. fréquence de coupure du passe-bas ; 5. $r(t) = s(t) p(t) = k k' / 2 P^2 (u(t) (1 + \cos(2\pi(2f_p) t)) + v(t) \sin(2\pi(2f_p) t)) \dots$

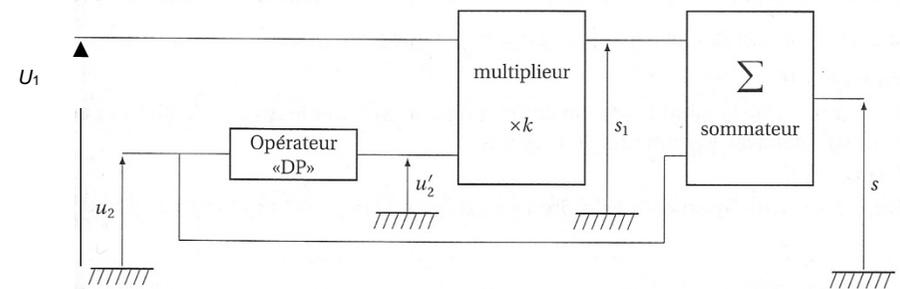
Rappels : $\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin(2a)$; $\sin a \cos b = \frac{1}{2} (\sin(a+b) + \sin(a-b)) \dots$

Exercice 2 : Modulation de fréquence

Un certain nombre d'applications exploitent la modulation de phase. Plus précisément, il s'agit d'une modulation de la phase de la porteuse au rythme du message pour obtenir un signal de la forme :

$$w(t) = U_0 \cos(\omega_p t + m \cos(\omega_m t))$$

Dans le cadre des faibles taux (ou indice de modulation) $m \ll 1$, on peut utiliser le schéma synoptique de démodulation simplifié ci-dessous, initialement imaginé par Armstrong en 1933, où $u_1(t) = U_m \cos(\omega_m t)$ et où $u_2(t) = U_0 \cos(\omega_p t)$

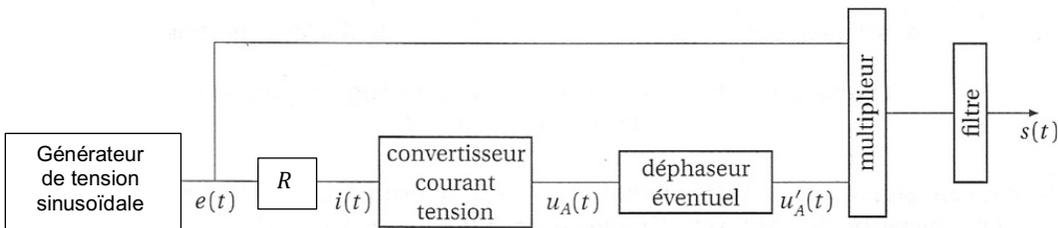


1. Quels noms peut-on donner aux signaux u_1 et u_2 ? Comparer le procédé de modulation d'Armstrong FM à la modulation AM en termes de schéma synoptique. On admettra dans la suite que $m = kU_m$.
2. Dans la mesure où $m \ll 1$, montrer que le signal modulé peut s'écrire : $w(t) = U_0 \cos(\omega_p t) + f(t) \sin(\omega_p t)$ où $f(t)$ est à déterminer.
3. Quelle doit être la tension $u_2(t)$ en sortie de l'opérateur « Dp » pour obtenir $s(t) = w(t)$? En déduire la fonction réalisée par « Dp ».

Réponses : 2. $f(t) = -m U_0 \cos(\omega_m t)$; 3. $u_2(t) = U_0 \cos(\omega_p t + \pi/2)$

Exercice 3 : Mesures d'impédance par détection synchrone

La détection synchrone qui utilise un multiplieur a de nombreuses applications. L'une d'entre elles est la mesure des parties réelles et imaginaires d'une bobine excitatrice dont le rôle est de détecter des fissures métalliques par contrôle non-destructif. En effet, l'impédance complexe de cette bobine réagit aux courants de Foucault induits dans le matériau sous test. Lorsque celui-ci est fissuré ces courants sont diminués, car leur circulation et leur développement sont entravés par ces défauts.



Le protocole de détection utilise le schéma ci-dessus :

- Le circuit est alimenté par une tension sinusoïdale $e(t) = E \cos(\omega t)$.
- Pour obtenir la partie réelle de l'impédance \underline{Z} , on multiplie $e(t)$ par une tension proportionnelle à $i(t)$, puis on en prend la valeur moyenne
- Pour obtenir la partie imaginaire, on fabrique une tension proportionnelle à $i(t)$ que l'on déphase de $\pm \pi/2$ avant de réaliser la multiplication par $e(t)$. On en prend à nouveau la valeur moyenne.

Le convertisseur courant/tension s'appuie sur le montage amplificateur inverseur à ALI, dans lequel on remplace une résistance par l'impédance \underline{Z} et l'autre sera notée R . On obtient alors la relation $U_A = -\frac{Z}{R}E$

1. Proposer un schéma du convertisseur courant/tension qui regroupe le bloc R et le convertisseur courant/tension du schéma présenté, et vérifier la fonction réalisée.
2. Montrer que le protocole proposé permet effectivement de mesurer les parties réelles et imaginaires de \underline{Z} .
3. Proposer un montage pour réaliser l'extraction de la valeur moyenne.

TD Elec 3 – Modulation/Démodulation – pour aller plus loin

Sujets de concours

Pour le traitement de la boucle à verrouillage de phase (PLL Phase-locked-loop)

Voir Mines Pont PSI 2001 (complet) et Mines Ponts MP 2000

Sujet 1 - Mesure de la fréquence Doppler et radar

E3A MP 2018

Une partie intégrale du sujet vous est présentée – commencer au E

Partie 2 : principe d'un radar à effet Doppler

On décrit dans cette partie les différentes étapes permettant de mesurer la vitesse d'un véhicule à l'aide d'un radar fonctionnant sur le principe de l'effet Doppler. Dans les parties C, D, E, le radar émet une onde électromagnétique monochromatique de fréquence $f = 1,00$ GHz qui se propage dans l'air que l'on assimilera au vide. Dans la partie F, on s'intéresse à un radar modulé en fréquence. On donne : $c = 3,00.10^8$ m.s⁻¹.

Relations utiles :

$$\cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2} (\cos(a+b) + \cos(a-b))$$

$$\text{rot}(\text{rot}(\vec{A})) = \text{grad}(\text{div}(\vec{A})) - \Delta(\vec{A})$$

C Généralités sur les ondes électromagnétiques

C1. Quelle est la longueur d'onde associée à l'onde électromagnétique émise ? De quel domaine du spectre électromagnétique s'agit-il ?

On choisit de décrire cette onde électromagnétique comme une onde plane polarisée rectilignement se propageant dans le sens positif de l'axe (Oz) et dont le champ électrique en notation complexe est noté :

$$\vec{E}_i = E_{0i} \cdot e^{j(\omega t - kz)} \cdot \vec{e}_x$$

C2. Rappeler les équations de Maxwell dans le vide.

C3. Établir l'équation de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide.

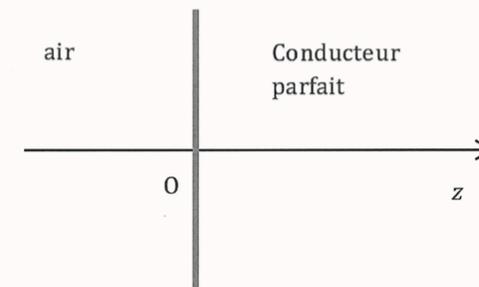
C4. En déduire la relation de dispersion : $\omega^2 = c^2 k^2$.

C5. Établir l'expression complexe du champ magnétique associé à cette onde électromagnétique.

C6. En déduire la valeur moyenne du vecteur de Poynting en fonction de l'amplitude E_{0i} du champ électrique. Que représente-t-elle ?

Cette onde rencontre maintenant en $z = 0$ et sous incidence normale un plan conducteur parfait occupant tout le demi-espace $z > 0$. Les relations de passage à l'interface entre deux milieux de natures différentes imposent :

- La continuité de la composante tangentielle du champ électrique.
- La continuité de la composante normale du champ magnétique.



C7. Rappeler l'hypothèse du modèle du conducteur parfait. Montrer que cette hypothèse implique que le champ électrique dans le demi-espace $z > 0$ est nul.

C8. En déduire l'existence d'une onde réfléchie ayant la même fréquence que l'onde incidente.

C9. Déterminer l'expression du champ électrique réfléchi dans le demi-espace $z < 0$.

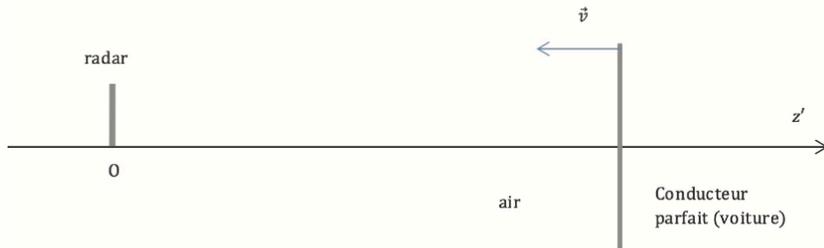
D Effet Doppler

L'effet Doppler est la modification de la fréquence d'une onde lorsque l'émetteur et le récepteur sont en mouvement relatif. Si la distance entre émetteur et récepteur diminue, la fréquence perçue est plus élevée que la fréquence émise par l'émetteur, et inversement.

D1. Citer un exemple de la vie courante illustrant l'effet Doppler.

On s'intéresse au cas de l'onde émise par le radar qui se réfléchit sur une voiture, modélisée par un plan conducteur parfait se déplaçant à une vitesse constante v en direction du radar.

On cherche à déterminer la fréquence de l'onde réfléchie par la voiture au niveau de l'antenne du radar. Pour cela, on choisit d'une part de garder un modèle d'onde plane pour l'onde émise, d'autre part de placer l'origine d'un axe (Oz') au niveau de l'antenne.



Au voisinage du radar, le champ électrique de l'onde émise a pour expression $\vec{E}_i(t, 0) = E_{0i} e^{j\omega t} \cdot \vec{e}_x$. On appelle d_0 la distance entre la voiture et le radar à la date $t = 0$.

D2. Déterminer l'expression du champ incident au niveau de la voiture en fonction de E_{0i} , ω , c , v et d_0 .

D3. En déduire que l'onde reçue au niveau du véhicule a une fréquence apparente $f' = f \cdot (1 + \frac{v}{c})$.

La relation précédente décrit l'effet Doppler dans le cas d'un émetteur fixe et d'un récepteur mobile se rapprochant à la vitesse v . Dans le cas opposé (récepteur fixe, émetteur se rapprochant à la vitesse v), la fréquence de l'onde réceptionnée est $f'' = \frac{f}{1 - \frac{v}{c}}$.

D4. Montrer que dans le cas où $v \ll c$, la fréquence de l'onde réceptionnée après réflexion sur le véhicule s'exprime de manière approchée : $f_r \approx f + \frac{2vf}{c}$. Dans la suite, on notera $f_D = \frac{2vf}{c}$.

D5. Comparer f et f_r pour des valeurs usuelles de v . Que penser d'une mesure directe de f_r dans le but d'en déduire f_D ?

E Mesure de la fréquence Doppler

On niveau de l'antenne du radar, on dispose de deux tensions sinusoïdales correspondant aux ondes électromagnétiques émise et réceptionnée par le radar.

On note :

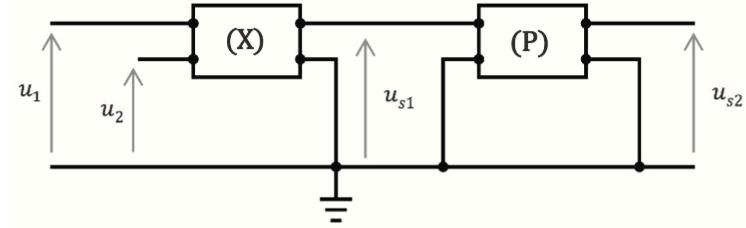
— $u_1(t) = u_{1m} \cos(\omega_1 \cdot t)$ la tension correspondant à l'onde émise ($\omega_1 = 2\pi \cdot f$).

— $u_2(t) = u_{2m} \cos(\omega_2 \cdot t + \phi)$ la tension correspondant à l'onde réfléchie ($\omega_2 = 2\pi \cdot f_r$).

On rappelle que les résultats de la partie D conduisent à définir une fréquence $f_D = f_r - f \ll f_r$ telle que $f_D \ll f_r$ et $f_D \ll f$ et ayant pour expression :

$$f_D = \frac{2 \cdot f \cdot v}{c}$$

Le schéma de principe de la mesure du décalage en fréquence f_D est donné ci-dessous :



Le multiplicateur (X) réalise l'opération : $u_{s1}(t) = K \cdot u_1(t) \cdot u_2(t)$.

E1. Linéariser l'expression de $u_{s1}(t)$.

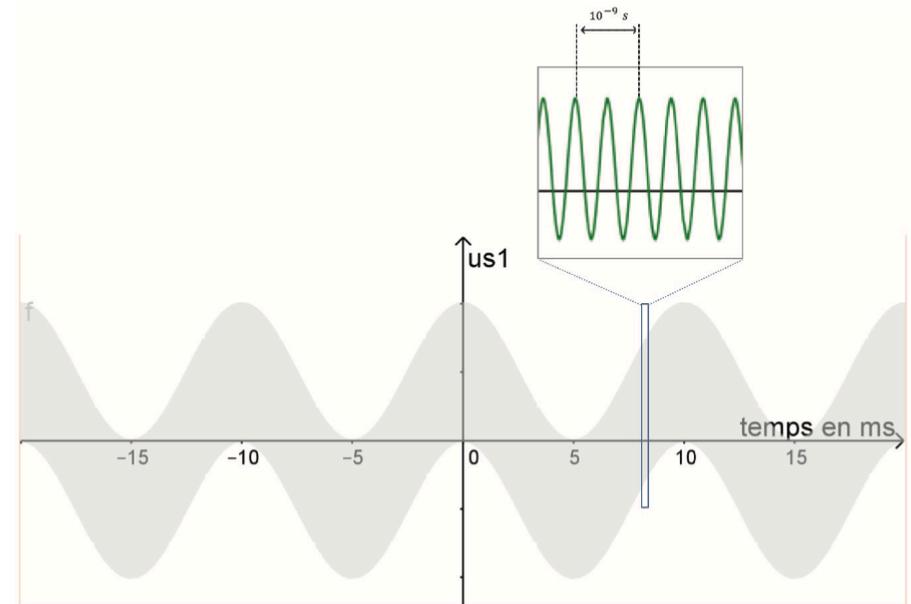
E2. En déduire l'allure du spectre en amplitude de la tension $u_{s1}(t)$.

E3. Quelle doit-être la fonction du quadripôle (P) pour obtenir une tension de sortie sous la forme :

$$u_{s2}(t) \approx K' \cos(2\pi \cdot f_D \cdot t + \phi)$$

E4. Proposer, en justifiant, une structure électrique pour ce quadripôle ainsi que des valeurs réalistes pour les composants choisis si on veut mesurer des vitesses de l'ordre de $30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

On donne ci-dessous la courbe représentant $u_{s1}(t)$ et un zoom sur une petite portion de celle-ci.



E5. Justifier l'allure de cette courbe.

E6. Représenter sur votre copie l'allure de la courbe $u_{s2}(t)$ en indiquant l'échelle de temps.

E7. Déterminer la vitesse de la voiture.

F Le radar FMCW

Le radar à onde continue tel qu'il a été présenté plus haut ne permet pas de mesurer la distance du radar à la cible, ce qui est problématique dans le cas d'une utilisation dans l'aviation ou la marine. Une possibilité pour y remédier est d'utiliser un radar à onde continue modulé en fréquence. Ce radar émet un « chirp », signal sinusoïdal dont la fréquence instantanée évolue au cours du temps. D'une manière générale, on peut écrire $s(t) = s_0 \cdot \cos(\phi(t))$ et définir une fréquence instantanée :

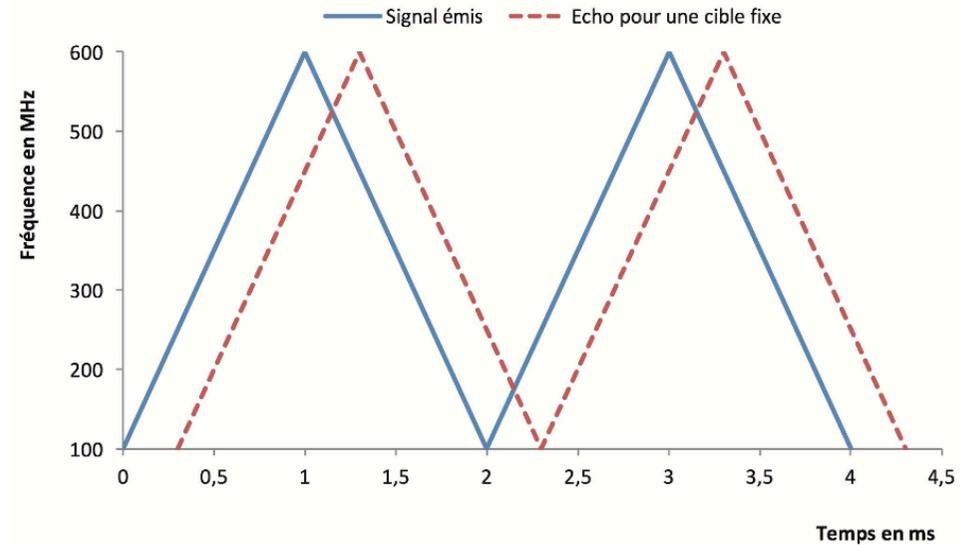
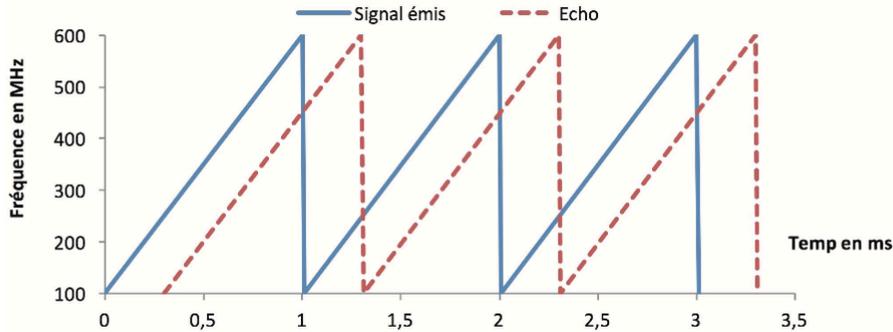
$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\phi}{dt}$$

Dans le cas d'un radar FMCW, le signal émis est défini par :

$$s(t) = s_0 \cos\left(2\pi \cdot \left(f_0 \cdot t + \frac{B}{2T} \cdot t^2\right)\right) \text{ pour } 0 < t < T$$

et est émis avec une période de répétition T .

On donne ci-dessous le graphique représentant la fréquence instantanée $f(t)$ du signal émis et celle $f_r(t)$ de l'écho dans le cas où le radar vise une cible fixe à la distance d_0 .



F1. Déterminer l'expression littérale de la fréquence $f(t)$ du signal $s(t)$.

F2. À l'aide du graphique, déterminer f_0 , B et T .

F3. On appelle $f_m = f - f_r$ le décalage en fréquence entre le signal émis et le signal réfléchi. Ce décalage peut être mesuré par une méthode analogue à celle décrite dans la partie E pour mesurer f_D . Déterminer la distance d_0 en fonction de f_m , B , T et c .

F4. Si l'on souhaite obtenir une précision de 1 m sur la distance de la cible, avec quelle précision doit-on mesurer f_m ? Commenter.

F5. Quelle est la distance maximale à laquelle la cible peut se trouver sans qu'il n'y ait ambiguïté dans la mesure? Faire l'application numérique et commenter.

F6. On considère maintenant que la cible est en mouvement, par exemple qu'elle se rapproche du radar avec une vitesse v . Peut-on alors accéder à la vitesse et à la distance de la cible? Justifier.

Pour pallier ce problème, on peut choisir une modulation triangulaire de la fréquence de l'onde émise, comme indiqué sur la figure ci-dessous. On effectue alors deux mesures du décalage en fréquence entre les signaux émis et réfléchis, Δf_a sur la partie ascendante de la variation de fréquence et Δf_b sur la partie descendante.

F7. Comment peut-on accéder à f_m et f_D à l'aide des valeurs de Δf_a et Δf_b ? On pourra supposer que $f_D < f_m$.

F8. Application numérique : on mesure $\Delta f_a = 10,000600$ MHz et $\Delta f_b = -9,999400$ MHz. Déterminer la vitesse de la cible (supposée se rapprocher du radar) et sa distance au radar en considérant qu'au moment de l'émission, la fréquence était de 500 MHz.

Sujet 2 – Le guidage des avions, un instrument essentiel : l'altimètre

Mines Ponts 2011 PC

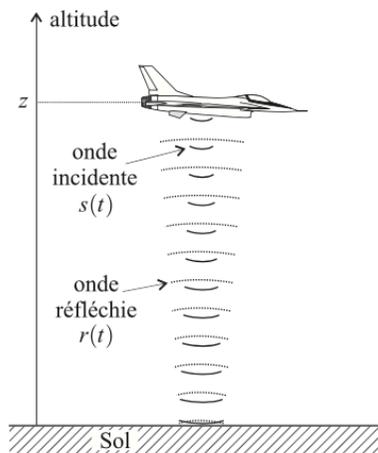


FIG. 4 – Principe de l'altimètre

Le principe général d'un altimètre est très simple. Il est décrit sur la figure 4. Un oscillateur embarqué dans l'avion émet un signal sinusoïdal $s(t)$ modulé en fréquence. Ce signal se propage verticalement à la vitesse $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$. Il ne sera pas tenu compte du déphasage dû à la réflexion ni également de l'effet Doppler. Une antenne fixée sur l'avion permet à l'altimètre de mesurer son altitude z à partir du temps mis par l'onde radioélectrique pour effectuer l'aller-retour entre le sol et l'avion. La fréquence $f_s(t)$ du signal $s(t)$ émis par l'oscillateur de l'altimètre varie périodiquement au cours du temps selon le graphe représenté sur la figure 5.

❑ 18 — À partir du graphe de la figure 5, établir la loi de variation de la fréquence $f_s(t)$ sur une période, en fonction de t , f_0 , δ_f et t_0 .

La quantité $f_s(t)$ est en fait la fréquence instantanée du signal $s(t)$ émis par l'altimètre. Cela signifie ici que $s(t) = A \cos(\theta(t))$ avec

$$f_s(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt}.$$

❑ 19 — Sachant que $s(0) = A$, déterminer l'expression de $s(t)$ en fonction de A , t , $\omega_0 = 2\pi f_0$ et $\omega_1 = \delta_f / (2f_0 t_0)$. Tracer l'allure du graphe de $s(t)$ sur une période.

On admet que le signal réfléchi par le sol puis capté par l'antenne de l'altimètre peut se mettre sous la forme $r(t) = a \times s(t - \tau)$ où le paramètre τ est positif et homogène à un temps.

❑ 20 — Après avoir donné la signification physique des paramètres a et τ , déterminer l'expression de τ en fonction de l'altitude z de l'avion et de la vitesse de propagation c de l'onde radioélectrique qu'il émet. Quelle est la valeur numérique de τ si l'altitude de l'avion est $z = 3000 \text{ m}$.

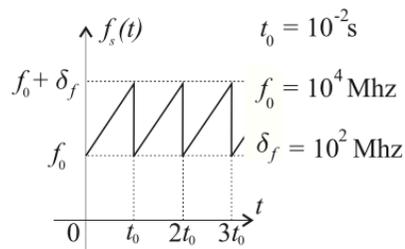


FIG. 5 – Fréquence du signal émis par l'avion

Le schéma bloc décrivant le fonctionnement de l'altimètre est décrit sur la figure 6. On admet que $\delta_f \ll f_0$ et $\tau \ll t_0$.

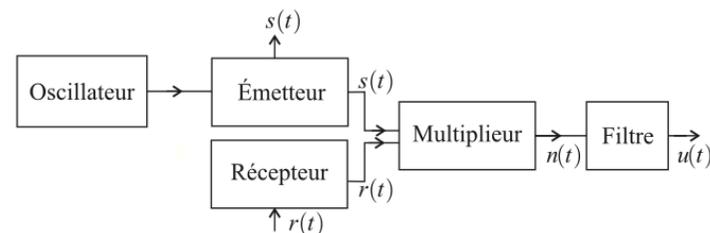


FIG. 6 – Schéma de principe de l'altimètre

❑ 21 — Montrer que le signal de sortie du multiplieur $n(t)$ peut s'écrire comme la somme de deux signaux sinusoïdaux dont l'un possède une fréquence instantanée f_1 qui ne dépend pas de t et l'autre une fréquence instantanée $f_2(t)$ qui varie avec t . On donnera l'expression de ces deux fréquences en fonction de τ , δ_f et t_0 dans le cas de f_1 et t , τ , δ_f , t_0 et f_0 dans le cas de f_2 .

❑ 22 — Pour les avions standards on a toujours $\tau \leq 100 \mu\text{s}$. Quel type de filtre doit on utiliser et comment calibrer ce dernier pour pouvoir obtenir un signal de sortie $u(t)$ qui permette de déterminer facilement la valeur de l'altitude z de l'avion. On justifiera la réponse et on pourra proposer un moyen effectif pour obtenir cette valeur.

❑ 23 — Parmi les filtres dont les schémas sont représentés sur la figure 7, quel est celui qui vous paraît le plus adapté à l'application d'altimétrie étudiée précédemment ? On justifiera sa réponse en commentant les caractéristiques de chacun d'entre eux.

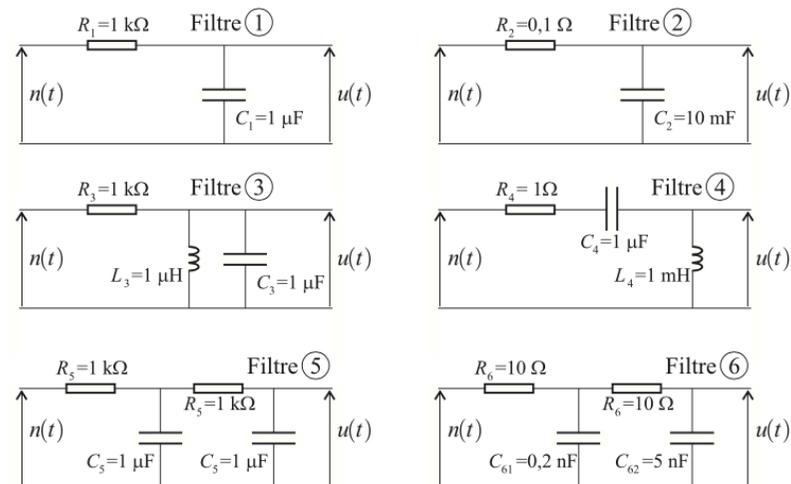


FIG. 7 – Différents filtres