DS de Physique 8 janvier 2025

PSI - Lycée du Parc des Loges

Durée 4H

Calculatrices autorisées

Ce sujet comporte trois parties indépendantes.

Pour les applications numériques, on utilisera 3 chiffres significatifs.

Première partie – Etude de l'écoulement du pétrole dans un oléoduc (durée conseillée 1H)

L'oléoduc Bakou-Tbilissi-Ceyhan (parfois abrégé en oléoduc BTC), ouvert en 2005, transporte sur 1776 km le pétrole brut du champ pétrolifère d'Azeri-Chirag-Guneshli sur la mer Caspienne jusqu'à la mer Méditerranée (figure 1). Sa longueur est de 440 km en Azerbaïdjan, de 260 km en Géorgie et enfin de 1076 km en Turquie. L'oléoduc tire son nom de la traversée de Bakou, capitale de l'Azerbaïdjan, de Tbilissi, capitale de la Géorgie, et de Ceyhan, port du sud-est de la côte méditerranéenne turque. C'est le deuxième plus long oléoduc du monde après l'oléoduc Droujba qui relie la Russie à l'Europe centrale. Il est parallèle au gazoduc Bakou-Tbilissi-Erzurum.

Figure 1 Tracé de l'oléoduc BTC

La construction de l'oléoduc BTC a été l'un des plus importants projets de génie civil du début du XXIe siècle, et certainement un des plus importants jamais conduits dans la partie orientale de l'Asie depuis la chute de l'Union soviétique. Sa construction a nécessité l'assemblage de 150 000 sections de tube de 12 m de long, correspondant à une masse de 594 000 tonnes. Il est prévu pour transporter un million de barils par jour.

Son architecture comprend 8 stations de pompage, deux stations intermédiaires de relayage et 101 postes de vannes d'arrêt. Le diamètre du tube est de 1070 mm sur sa plus grande longueur, se réduisant à 865 mm à l'approche de Ceyhan.

Le 10 mai 2006, du pétrole fut injecté, côté Bakou, dans l'oléoduc. Il parvint à Ceyhan le 28 mai 2006.

Contenance d'un baril de pétrole normalisé	1 baril = 159 L
Masse volumique du pétrole	$\rho_p = 800\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
Viscosité du pétrole	$\eta = 0{,}2\ \text{Pa}\cdot\text{s}$
Module de Young de l'acier	$E = 200\ \text{GPa}$
Masse volumique de l'acier	$\rho_a = 8000\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
Masse volumique du sol	$\rho_s = 2800\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
Intensité du champ de pesanteur à la surface de la Terre	$g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
Constante gravitationnelle	$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$

I.A – Préliminaires

Q 1. Calculer le débit volumique D_v (en $\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$) de pétrole prévu dans l'oléoduc BTC.

Q 2. En déduire une estimation de la vitesse moyenne (vitesse débitante) v_m du pétrole dans l'oléoduc.

Q 3. Calculer la vitesse moyenne (débitante) sur une section de conduite du pétrole lors de la première injection. Commenter.

I.B – Profil de vitesse et débit volumique dans la conduite

On cherche à déterminer, en régime permanent, le profil de vitesse du pétrole dans la conduite, c'est-à-dire la loi $v(r)$ donnant la vitesse v du pétrole à une distance r de l'axe de la conduite (figure 2).

On adopte le modèle suivant :

— la conduite est un cylindre d'axe (Oz) horizontal et de rayon R ;

— l'écoulement est stationnaire et à symétrie de révolution autour de l'axe (Oz) ;

— le pétrole est assimilé à un fluide newtonien de viscosité η.

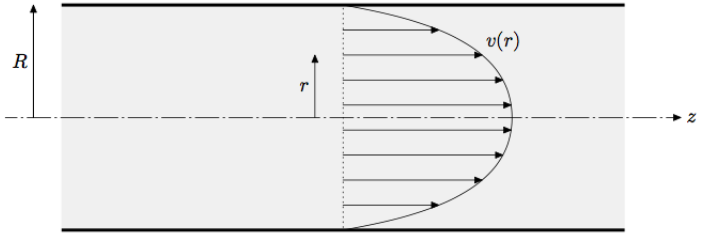

Figure 2 Profil de vitesse dans la conduite

On rappelle que la force tangentielle de viscosité exercée par un fluide newtonien sur une surface S parallèle à la direction de l'écoulement et située à la distance r de l'axe s'écrit en norme

$$F_t = \eta S \left|\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\right|.$$

Q 4. Justifier le fait que $v(r = R) = 0$.

On isole à une date donnée une portion cylindrique Σ de pétrole en mouvement, d'axe (Oz), de rayon $r < R$ et de longueur ℓ (figure 3).

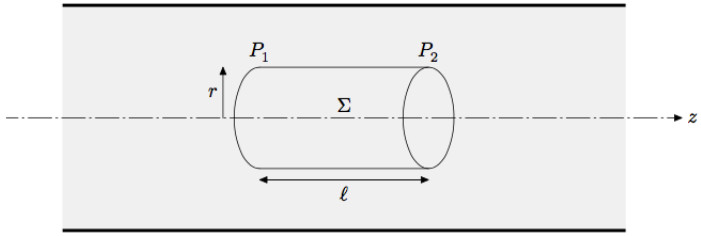

Figure 3 Portion de pétrole dans la conduite

On note P_1 la pression en amont de la portion cylindrique et P_2 la pression en aval. Les pressions sont supposées être uniformes dans une section droite.

Q 5. Effectuer le bilan des forces horizontales appliquées au système Σ. Exprimer ces forces en fonction des données.

Q 6. En régime permanent, il y a conservation de la quantité de mouvement, qui est constante pour le système considéré. Que peut-on dire de la résultante des forces ? En déduire la relation :

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r} = -Kr$$

en exprimant K en fonction de P_1, P_2, η et ℓ.

Q 7. Déterminer la loi $v(r)$ en tenant compte des conditions aux limites.

Q 8. Par un calcul intégral, en déduire l'expression du débit volumique D_v. Le mettre sous la forme

$$P_1 - P_2 = R_H D_v$$

Montrer que $\left| R_H = \frac{8\eta\ell}{\pi R^4} \right.$

Q 9. Quelle est la signification physique de la grandeur R_H ? Écrire et nommer une loi physique où intervient une grandeur analogue.

I.C – Diminution de la pression dans l'oléoduc – Compensation par des pompes

La vitesse moyenne de l'écoulement est définie par la relation $D_v = v_m \pi R^2$.

Q 10. Montrer que la pression $P(z)$ dans l'oléoduc vérifie la relation

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\frac{8\eta}{R^2} v_m.$$

Q 11. Comment nomme-t-on ce type de diminution de la pression dans la conduite ? Quelles peuvent-être les autres causes de chute de la pression dans la conduite ? Comment les nomme-t-on alors ?

Q 12. Calculer $\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z}$. *Données* : $v_m = 2\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, $R = 0{,}5\ \mathrm{m}$.

Q 13. Dans le cadre de ce modèle, calculer en bar la diminution de pression qui existerait entre le point de départ et le point d'arrivée dans l'oléoduc si on ne compensait pas cette diminution par des pompes de relève.

Cette diminution de pression est préjudiciable au transport du pétrole. Il est donc nécessaire de la compenser : c'est le rôle des stations de pompage et de relevage qui sont réparties le long du parcours de l'oléoduc.

Le pétrole est injecté dans l'oléoduc à une pression de 60 bar. La pression du pétrole dans l'oléoduc ne doit jamais descendre en-dessous de 20 bar.

Q 14. À quelle distance doit se trouver la première station de relevage de la pression ? En déduire le nombre de stations théoriquement nécessaires au bon acheminement du pétrole de son point de départ à son point d'arrivée. Pourquoi ce nombre est-il sous-évalué par rapport au nombre réel de pompes nécessaires ?

On considère une station de pompage qui reçoit en entrée le pétrole à une pression de 20 bar et qui le réinjecte dans l'oléoduc à une pression de 60 bar.

Q 15. Calculer la puissance indiquée minimale de la pompe. Commenter.

Deuxième partie – Fort Boyard - Mégagaf

(durée conseillée 2H)

*Dans cette épreuve, après une démonstration de Mégagaf (Vincent Lagaffe), un des candidats doit s'élever, à l'aide d'un flyboard, à environ cinq mètres de la surface de l'eau afin d'attraper la clé suspendue dans les airs (***figure 1***).*

Figure 1 - Mégagaf et son flyboard

I.1 - Présentation du système

Un flyboard est une plateforme sur laquelle les pieds d'un individu sont fixés et qui est composée :

- d'un tuyau de section S_e amenant jusqu'au flyboard de l'eau pompée par un jetski situé plus loin à la surface de l'eau ;
- de deux tuyères de section S_s évacuant l'eau à grande vitesse vers le bas dans l'air extérieur à la pression uniforme P_0 (indépendante de z).

Dans toute la suite, on adopte les notations et la géométrie simplifiée de la **figure 2** sur laquelle le tuyau central, beaucoup plus long si on respecte l'échelle, a été tronqué par aspect pratique, mais il fait partie du système.

On ne s'intéresse pas au système de pompage (jetski) et on suppose que l'eau est propulsée depuis la surface de l'eau ($z = 0$) à la vitesse $\overrightarrow{v_e}$ et à la pression P_e.

L'eau est considérée comme un fluide parfait homogène incompressible de masse volumique μ.

On note :

- M_{eau} la masse d'eau contenue dans le dispositif flyboard (ensemble des tuyaux) ;
- $M = M_c + M_{fly}$ la masse de l'ensemble {candidat + flyboard (sans l'eau qu'il contient)} ;
- $v_e = \|\overrightarrow{v_e}\|$ la vitesse de l'eau à l'entrée du flyboard ;
- $v_s = \|\overrightarrow{v_s}\|$ la vitesse de l'eau à la sortie du flyboard.

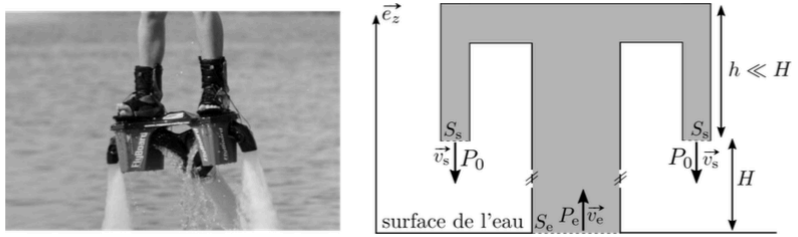

Figure 2 - Schématisation du flyboard

I.2 - Vitesse d'expulsion nécessaire à l'équilibre

Q1. Peut-on appliquer le principe fondamental de la dynamique (deuxième loi de Newton) au système {candidat + flyboard + eau qu'il contient} ? Justifier.

On désire effectuer un bilan de quantité de mouvement pour le système Σ^* = {eau contenue dans le flyboard}, grisé et délimité par les pointillés dans la **figure 2**. Pour ce faire, on se place en régime stationnaire et on suppose le candidat en équilibre à l'altitude H = 5 m.

Q2. Que signifie concrètement, pour les grandeurs v_e, v_s, S_e et S_s, le fait de se placer en régime stationnaire ?

Q3. Définir le système fermé Σ correspondant au système ouvert Σ^* en précisant sa composition à l'instant t et à l'instant $t + dt$.

Q4. Rappeler la définition générale du débit volumique D_v et justifier qu'il se conserve ici le long de l'écoulement. En déduire deux expressions de D_v en fonction de v_e, v_s, S_e et de S_s.

Q5. Effectuer le bilan de quantité de mouvement en projection sur $\overrightarrow{e_z}$. En notant $F\,\overrightarrow{e_z}$ la force exercée par l'eau sur les parois intérieures du flyboard, montrer que :

$$F = P_e S_e + 2P_0 S_s - M_{eau} g + \mu D_v^2 \alpha$$

où α est une constante dont on déterminera l'expression en fonction de S_e et de S_s.

Q6. Après avoir vérifié toutes les hypothèses nécessaires, appliquer le théorème de Bernoulli entre deux points à préciser afin d'exprimer P_e en fonction de P_0, μ, g, H, D_v, S_e et de S_s.

Q7. Déduire des trois questions précédentes que :

$$F = P_0(2S_s + S_e) - M_{eau} g + \mu g H S_e + \mu D_v^2 \beta$$

où β est à expliciter en fonction de S_e et de S_s.

La masse d'eau contenue dans le flyboard se décompose en deux parties :

- première partie : la masse d'eau contenue dans le tube d'alimentation de hauteur H et de section S_e ;
- deuxième partie : la masse d'eau contenue dans les tuyaux de la plateforme, à une distance h sous les pieds du candidat.

Puisque l'on s'intéresse à un vol stationnaire à une altitude de cinq mètres, on a $H \gg h$ et on néglige donc la masse d'eau contenue dans cette deuxième partie.

Q8. Donner l'expression de M_{eau} en fonction de H. En déduire une expression simplifiée de F.

Q9. Appliquer le PFD, toujours en projection sur $\overrightarrow{e_z}$, au système {candidat + flyboard à vide (sans l'eau qu'il contient)} considéré comme étant à l'équilibre à l'altitude H dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Montrer que le débit volumique $D_{v,eq}$ permettant cet équilibre s'écrit :

$$D_{v,eq} = \sqrt{\frac{Mg}{\mu\beta}}.$$

Q10. L'application numérique donne $D_{v,eq}$ = 6,0·10^{-2} m^3·s^{-1}. En déduire les valeurs numériques de v_e et de v_s à 0,1m·s^{-1} près, avec S_e = 80 cm^2 et S_s = 25 cm^2.

I.3 - Puissance de la pompe

L'eau de mer est poussée vers le flyboard à travers le tube d'alimentation par la pompe d'un jetski qui pompe de l'eau à la surface de la mer (pression P_0) et l'injecte à la base du tube, lui aussi à la surface de la mer, à la pression $P_e > P_0$.

On néglige les variations d'énergie cinétique, d'énergie interne, et d'énergie potentielle de pesanteur entre l'entrée et la sortie de la pompe.

On cherche à évaluer la puissance minimale de la pompe permettant la pratique du flyboard.

I.3.1 - Non prise en compte des pertes de charge dans le tuyau d'alimentation

Q11. En prenant g = 10 m·s^{-2}, H = 5,0 m, μ = 1,0·10^3 kg·m^{-3} et en reprenant les valeurs de la **Q10** pour S_e et S_s, déterminer par un calcul d'ordre de grandeur, la bonne valeur numérique pour $\Delta P = P_e - P_0$ parmi :

ΔP = 0,09 bar ΔP = 0,9 bar ΔP = 9 bar.

I.3.2 - Prise en compte des pertes de charge dans le tuyau d'alimentation

Le tuyau d'amenée d'eau qui va du jetski au flyboard est cylindrique. On note ℓ sa longueur et d son diamètre. Pour éviter que le tuyau ne soit tendu et retienne le sportif et pour laisser du mou au conducteur du jetski, la longueur de ce tuyau est très supérieure à la hauteur maximale que peut atteindre le flyboarder. En pratique ℓ = 20 m et d = 10 cm.

L'eau, de viscosité dynamique η = 1,0·10^{-3} Pl, y circule avec le même débit volumique qu'à la **Q10**, D_v = 6,0·10^{-2} m^3·s^{-1}. La rugosité absolue du tuyau, quant à elle, vaut ε = 0,05 mm.
On admet que la viscosité de l'eau implique une perte de charge ΔP_c telle que la pression en entrée du tuyau est en fait $P_e + \Delta P_c > P_e$ avec :

$$\Delta P_c = \frac{\mu v_e^a \ell \varepsilon^b}{K d^2}$$ avec $a, b \in \mathbb{Q}$ et K un coefficient adimensionné.

Q12. Par analyse dimensionnelle, établir les valeurs numériques de a et de b.

Q13. En admettant que la puissance P_{pompe} fournie par la pompe est égale à la puissance des forces de pressions, exprimer P_{pompe} en fonction de la rehausse de pression totale qu'elle procure $P_e + \Delta P_c - P_0$. On admet que l'application numérique donne P_{pompe} = 12 kW.

Commenter la faiblesse de la valeur obtenue sachant que la gamme de puissance recommandée pour le jetski pilotant le flyboard est de 75 kW – 125 kW.

Troisième partie – Réfrigérateur à compresseur

Le réfrigérateur à compresseur est le réfrigérateur le plus courant dans les cuisines. Comment le reconnaître ? Si votre réfrigérateur fait du bruit de temps en temps, c'est justement à cause du compresseur !

Un réfrigérateur a pour but de refroidir les aliments qu'il contient pour permettre leur conservation. Pour cela, un fluide va décrire un cycle thermodynamique appelé cycle frigorifique.
On se propose, dans cette partie, d'étudier un modèle thermodynamique simple du fonctionnement du réfrigérateur.
On considère une machine frigorifique ditherme cyclique basée sur le principe de fonctionnement suivant : " Un fluide frigorigène circule entre les différents organes de la machine. Mis en mouvement par le compresseur, ce fluide refroidit la source froide et réchauffe la source chaude ".

Un schéma simplifié de ce réfrigérateur est donné **figure 6**.

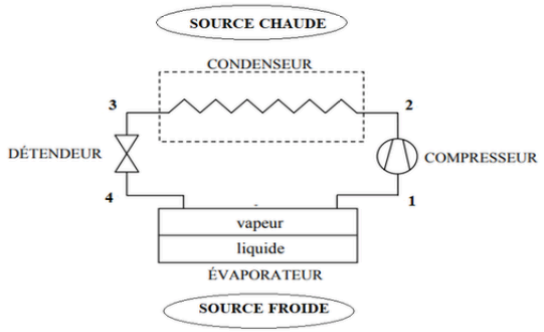

Figure 6 - Schéma simplifié du réfrigérateur

On notera Q_f et Q_c les transferts thermiques reçus algébriquement par le fluide de la part, respectivement de la source froide et de la source chaude au cours d'un cycle modèle.
On notera *W*, le travail reçu par le fluide au cours d'un cycle.

Q35. Donner et justifier les signes des quantités algébriques suivantes : Q_f, Q_c et *W*.

Q36. Sachant que le réfrigérateur est installé dans la cuisine, indiquer où se situe la source froide et où se situe la source chaude.

Le condenseur est la série de longs et fins tubes noirs situés généralement sur la face arrière du réfrigérateur.

Q37. Sans utiliser le diagramme enthalpique de la **figure 7**, indiquer si, lorsque le fluide traverse le condenseur, sa température est supérieure, inférieure ou égale à celle de l'air ambiant.

La **figure 7** représente le diagramme enthalpique (pression P en fonction de l'enthalpie massique h) d'un fluide frigorigène (ici le R134a). Les transformations au cours d'un cycle sont :

- 1 → 2 : compression adiabatique réversible du fluide dans le compresseur calorifugé ;
- 2 → 3 : échange thermique isobare à haute pression P_c dans le condenseur ;
- 3 → 4 : détente isenthalpique dans le détendeur ;
- 4 → 1 : échange thermique isobare à basse pression P_e dans l'évaporateur.

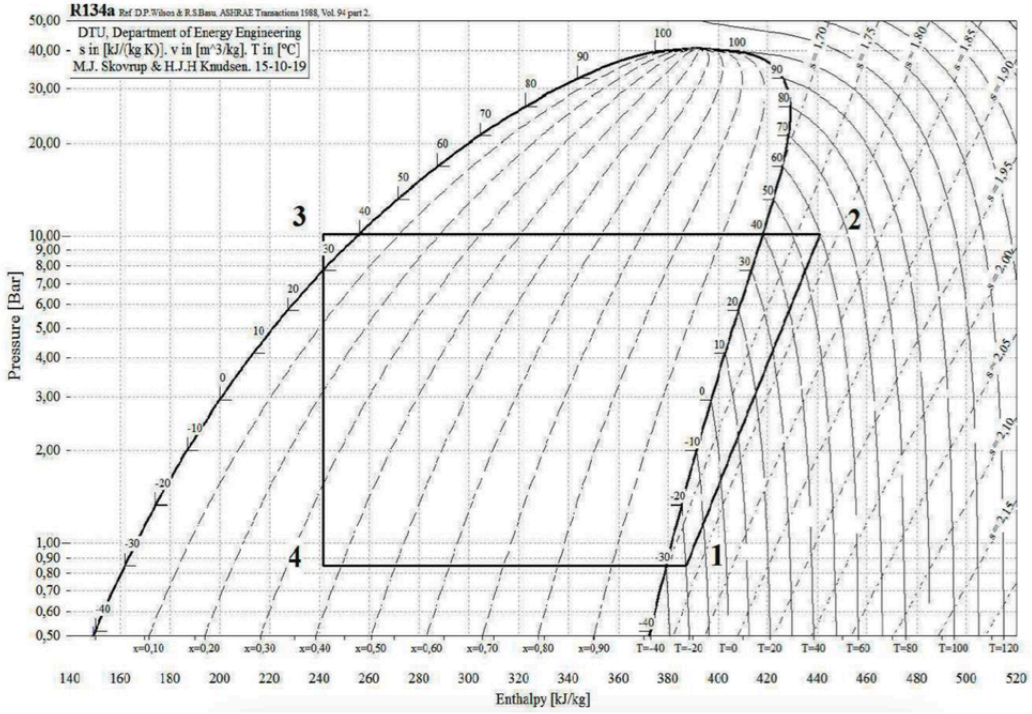

Figure 7 - Cycle suivi par le fluide R134a dans le diagramme enthalpique

Q38. En utilisant le diagramme enthalpique ci-dessus, répondre aux questions suivantes.

a) Donner les valeurs des pressions P_e au sein de l'évaporateur et P_c au sein du condenseur.

b) Déterminer le titre massique x_v en vapeur au point 4.

c) Donner la valeur de la température T_2 en sortie du compresseur.

Q39. Donner l'expression générale du premier principe lorsqu'il est appliqué à un fluide en écoulement stationnaire unidimensionnel en nommant les grandeurs introduites.

Dans la suite des questions, on négligera les variations d'altitude et de vitesse du fluide.

Q40. Déterminer les transferts thermiques massiques reçus par le fluide de la part de la source froide q_F et de la source chaude q_C, ainsi que le travail indiqué (ou utile) massique w reçu au cours du cycle.

Q41. Montrer que l'efficacité e_1 de ce réfrigérateur est proche de 3,0.

Q42. En appliquant les deux principes de la thermodynamique à un cycle réversible, montrer que l'expression de l'efficacité de Carnot pour une machine frigorifique fonctionnant entre une source chaude T_c et une source froide T_f, est donnée par :

$$e_{Carnot} = \frac{T_f}{T_c - T_f}.$$

Q43. Donner une valeur numérique approchée de l'efficacité de Carnot du réfrigérateur dans le cas d'une source froide à la température T_f = 3,0 °C et d'une source chaude à la température T_c = 23 °C. Comparer à la valeur trouvée pour le cycle précédent. Le résultat de cette comparaison était-il prévisible ? Justifier la réponse apportée.

Du givre peut se former à l'intérieur du réfrigérateur : en effet, l'évaporateur étant très froid, la vapeur d'eau se transforme en fines couches de glace appelée givre.

Q44. Nommer le changement d'état relatif à cette formation du givre.

Si on laisse s'accumuler une couche de givre, on admet que l'entropie créée S_c augmente pour un même transfert thermique pris à la source froide lors d'un cycle.

Q45. Montrer que l'on obtient pour un cycle réel la relation suivante :

$$\frac{Q_c}{Q_f} = -\alpha \frac{T_c}{T_f}$$

où α est une constante à préciser en fonction de T_f, Q_f et de S_c.

En prenant une valeur de α égale à 1,55, l'efficacité du réfrigérateur est à présent égale à e_2 = 1,50.

Q46. En déduire la surconsommation électrique du réfrigérateur due à la présence de givre. On pourra donner le résultat en pourcentage.