Partie I : Ecoulement dans un oléoduc
Centrale TSI 2021 – Physique Chimie 2

I.A Préliminaires

Q1. L'oléoduc transporte un million de barils par jour. Le débit volumique est donc :

$$\boxed{D_v = \frac{0{,}159 \times 10^6}{24 \times 3600} = 1{,}8\ \mathrm{m^3 \cdot s^{-1}}}$$

Q2. On considère la vitesse moyenne de l'écoulement : $D_v = v_m S$, où S est la section de l'oléoduc : $S = \pi d^2/4$. Ainsi :

$$v_m = \frac{4D_v}{\pi d^2}$$

En prenant $d = 1070$ mm $= 1{,}07$ m ;

$$\boxed{v_m \approx 2{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}$$

Q3. Le pétrole a mis 18 jours pour parcourir 1776 km. Cela correspond à une vitesse moyenne :

$$\boxed{v_m = \frac{1776 \times 10^3}{18 \times 24 \times 3600} = 1{,}1\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}$$

La vitesse obtenue est deux fois inférieure. On peut considérer que l'oléoduc n'étant pas à pleine charge, l'écoulement se faisait le long des parois du tube, donc plus lentement.

I.B Profil de vitesse et débit volumique dans la conduite

Q4. Le pétrole adhère à la conduite (le fluide est visqueux) et la paroi est immobile donc :

$$\boxed{v\,(r = R) = 0}$$

Q5. Les forces agissant sur la portion de fluide sont :
— la force visqueuse exercée par l'écoulement :

$$\overrightarrow{F_v} = \eta 2\pi r \ell \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\overrightarrow{u_z}$$

(la force freine la portion de fluide si $v(r)$ est décroissante)
— la force de pression à gauche :

$$\overrightarrow{F_{p,g}} = P_1 \pi r^2 \overrightarrow{u_z}$$

— la force de pression à droite :

$$\overrightarrow{F_{p,d}} = -P_2 \pi r^2 \overrightarrow{u_z}$$

Q6. En régime stationnaire, la quantité de mouvement de la portion de fluide considérée est constante, ainsi la somme des forces agissant sur celle-ci est **nulle**. D'où :

$$\eta 2\pi r \ell \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r} + P_1 \pi r^2 - P_2 \pi r^2 = 0$$

soit :

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r} = \frac{P_2 - P_1}{2\eta\ell} r$$

On identifie :

$$\boxed{K = \frac{P_1 - P_2}{2\eta\ell}}$$

Q7. On intègre la relation obtenue :

$$v(r) = -K\frac{r^2}{2} + A$$

où A est une constante d'intégration. D'après Q4, $v(R) = 0$ donc :

$$-K\frac{R^2}{2} + A = 0 \quad \Longrightarrow \quad A = K\frac{R^2}{2}$$

Finalement :

$$\boxed{v(r) = \frac{K}{2}\left(R^2 - r^2\right)}$$

Q8. Le débit volumique est :

$$D_v = \iint v(r)\mathrm{d}S$$

intégrée sur la section droite de l'oléoduc. dS est l'élement de surface polaire $r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta$. Ainsi :

$$\begin{aligned} D_v &= \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{K}{2}\left(R^2 - r^2\right) r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta \\ &= \frac{2\pi K}{2}\int_0^R \left(R^2 - r^2\right) r\mathrm{d}r \\ &= \pi K\left(\left[\frac{R^2 r^2}{2}\right]_0^R - \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^R\right) \\ &= \pi K\left(\frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4}\right) \end{aligned}$$

On a montré que :

$$\boxed{D_v = \frac{\pi K R^4}{4}}$$

D'après la valeur de K donnée Q6 :

$$D_v = \frac{\pi\left(P_1 - P_2\right)R^4}{8\eta\ell} \quad \Longleftrightarrow \quad P_1 - P_2 = \frac{8\eta\ell}{\pi R^4}D_v$$

On identifie :

$$\boxed{R_H = \frac{8\eta\ell}{\pi R^4}}$$

Q9. R_H est la résistance hydraulique, reliant les causes de l'écoulement (la différence de pression) à son débit. De la même façon, la résistance électrique R relie la tension U (analogue à ΔP) à l'intensité du courant I (analogue à D_v) par la **loi d'Ohm** : $\boxed{U = RI}$.

I.C Diminution de la pression dans l'oléoduc – Compensation par des pompes

Q10. On a d'une part, d'après Q8 :

$$P_1 - P_2 = \frac{8\eta\ell}{\pi R^4}D_v$$

Donc, comme $D_v = v_m \pi R^2$:

$$P_1 - P_2 = \frac{8\eta\ell}{R^2}v_m$$

Soit :

$$\frac{P_1 - P_2}{\ell} = \frac{8\eta}{R^2}v_m$$

On fait tendre ℓ vers 0 : on identifie sur le schéma $P_1 = P(z)$, $P_2 = P(z + \mathrm{d}z)$ et $\ell = \mathrm{d}z$.

$$-\frac{P(z + \mathrm{d}z) - P(z)}{\mathrm{d}z} = \frac{8\eta}{R^2}v_m$$

On reconnaît dP/dz :

$$-\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = \frac{8\eta}{R^2}v_m$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\frac{8\eta}{R^2}v_m}$$

Q11. Il s'agit d'une **perte de charge régulière** dans la conduite. Il peut y avoir également des **pertes de charge singulières** au niveau des changements de direction de l'oléoduc.

Q12. **Application numérique :** $\eta = 0{,}2\ \mathrm{Pa\cdot s}$ (données en fin d'énoncé), $R = 0{,}5$ m et $v_m = 2\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$:

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -12{,}8\ \mathrm{Pa/m}}$$

Q13. La diminution de pression est :

$$\boxed{12{,}8 \times 1776 \times 10^3 = 23 \times 10^6\ \mathrm{Pa} = 230\ \mathrm{bar}}$$

Q14. La chute de pression est de 40 bar au bout de :

$$\boxed{\frac{40 \times 10^5}{12{,}8} = 3{,}1 \times 10^5\ \mathrm{m} = 310\ \mathrm{km}}$$

Il faut donc **5 stations intermédiaires** pour compenser ces pertes de charge régulières.

Pour expliquer qu'il faille 8 stations de pompage :

- il faut traverser les montagnes du Caucase : la topographie des lieux empêche peut-être d'utiliser complètement la phase de descente si la pente imposée par le terrain est trop prononcée. Si la pente est supérieure à $12{,}8/(800 \times 9{,}81) = 0{,}16\%$ pendant trop longtemps, cela peut générer une pression supérieure à 60 bar dans l'oléoduc ;
- il faut compenser les pertes singulières dans les changements de direction de l'oléoduc.

Q15. La relation de Bernoulli est :

$$D_v \Delta\left(P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z\right) = \mathcal{P}_i$$

La variation d'altitude est négligeable devant ΔP (il faudrait 500 mètres de dénivellation pour atteindre $\rho g z = 40$ bar), celle de vitesse aussi (il faudrait $100\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ de variation de vitesse pour atteindre $\frac{1}{2}\rho v^2 = 40$ bar). La puissance minimale de la pompe est donc :

$$\mathcal{P}_i = D_v \Delta P$$

avec $D_v = 1{,}8\ \mathrm{m^3\cdot s^{-1}}$ et $\Delta P = 40 \times 10^5$ Pa :

$$\boxed{\mathcal{P}_i = 72 \times 10^5\ \mathrm{W} = 7{,}2\ \mathrm{MW}}$$

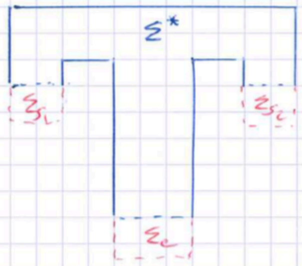
Partie II : Mégagaf

CCINP PSI 2024

1) Du fait de l'écoulement, le système considéré n'est pas fermé, le principe fondamental de la dynamique n'est donc pas applicable.

2) Le régime stationnaire implique que toutes les grandeurs extérieures sont indépendantes du temps, donc v_e, v_s, S_s et S_e sont des constantes.

3)



- À l'instant t :

$$\Sigma(t) = \Sigma^*(t) \cup \Sigma_e$$

- À l'instant $t + dt$:

$$\Sigma(t+dt) = \Sigma^*(t+dt) \cup \Sigma_{s_1} \cup \Sigma_{s_2}$$

4) Le fluide étant incompressible et homogène, la masse volumique est une constante de l'écoulement.

Le système Σ étant fermé, la conservation de la masse s'écrit :

$$m_{\Sigma^*}(t) + \rho S_e v_e\, dt = m_{\Sigma^*}(t+dt) + 2\rho S_s v_s\, dt$$

Or en stationnaire, $m_{\Sigma^*}(t) = m_{\Sigma^*}(t+dt)$

d'où $S_e v_e = 2 S_s v_s$

La définition générale du débit volumique est $D_v = \iint \vec{v}\cdot\vec{dS}$

d'où $D_v = S_e v_e = 2 S_s v_s$

5) Entre t et $t + dt$, la quantité de mouvement du système fermé évolue de :

$$d\vec{p}_\Sigma = \vec{p}_{\Sigma^*}(t+dt) + \frac{2\,S_s v_s}{D_v}\,\mu\, dt\, \vec{v}_s - \left[\vec{p}_{\Sigma^*}(t) + \frac{S_e v_e}{D_v}\,\mu\, dt\, \vec{v}_e\right]$$

or en régime stationnaire $\vec{p}_{\Sigma^*}(t+dt) = \vec{p}_{\Sigma^*}(t)$

d'où $d\vec{p}_\Sigma = D_v\,\mu\, dt\,(\vec{v}_s - \vec{v}_e) = -D_v\,\mu\, dt\,(v_s + v_e)\,\vec{e}_z$

D'autre part, le bilan de quantité de mouvement sur le système fermé s'écrit :

$$\frac{d\vec{p}_\Sigma}{dt} = \Sigma \vec{F}_{ext} = -\vec{F} + P_e S_e\,\vec{e}_z + 2P_0 S_s\,\vec{e}_z - M_{eau}\,g\,\vec{e}_z$$

d'où $\vec{F}\cdot\vec{e}_z = P_e S_e + 2P_0 S_s - M_{eau}\,g + D_v\,\mu\,(v_s + v_e)$

or $2 v_s S_s = v_e S_e = D_v$

d'où on identifie $\alpha = \left(\frac{1}{2S_s} + \frac{1}{S_e}\right)$

6) Pour appliquer la relation de Bernoulli, il faut que l'écoulement soit :

- parfait
- incompressible
- homogène

} le fluide possède ces 3 propriétés, ce qui implique que l'écoulement aussi.

- stationnaire : d'après l'énoncé, on se place en régime stationnaire.

On applique alors cette relation le long d'une ligne de courant entre les points A et B, le point A situé à la surface de l'eau et le point B au niveau de la sortie du flyboard (soit l'une, soit l'autre selon le point A choisi) :

$$P_A + \mu g z_A + \mu\frac{v_A^2}{2} = P_B + \mu g z_B + \mu v_B^2/2$$

avec $z_B - z_A = H + h \underset{H \gg h}{\simeq} H$

d'où $P_e = P_0 + \mu g H + \frac{\mu}{2}\left(v_s^2 - v_e^2\right)$

$$= P_0 + \mu g H + \frac{\mu D_v^2}{2}\left(\frac{1}{4S_s^2} - \frac{1}{S_e^2}\right)$$

7) En utilisant les résultats précédents, on a :

$$F = P_0\left(2S_s + S_e\right) - M_{eau}\,g + \mu g H S_e + \mu D_v^2 \beta$$

avec $\beta = \frac{S_e}{2}\left(\frac{1}{4S_s^2} - \frac{1}{S_e^2}\right) + \left(\frac{1}{2S_s} + \frac{1}{S_e}\right)$

Remarque : on peut montrer que $\beta = \frac{(S_e + 2S_s)^2}{8S_s^2 S_e} > 0$

ce qui est en accord avec Q9.

8) On a $M_{eau} = \mu H S_e$ ce qui permet de simplifier

$$F = P_0\left(S_e + 2S_s\right) + \mu D_v^2 \beta$$

9) A l'équilibre, sur le système {candidat + flyboard à vide}

$$\vec{0} = \vec{F}_{eq} - Mg\,\vec{e}_z + \vec{R}_p\cdot\vec{e}_z$$

où $\vec{R}_p$ est la résultante des forces de pressions s'appliquant sur le système, or :

$$\oiint P_0\, d\vec{S} = \vec{0} = \vec{R} + \iint_{entrée} P_0\, d\vec{S} + \iint_{sortie} P_0\, d\vec{S}$$

d'où $\vec{R} = -P_0 S_e\,\vec{e}_z - P_0\, 2S_s\,\vec{e}_z$

d'où $F_{eq} - Mg - P_0(S_e + 2S_s) = 0$

d'où $D_{v,eq} = \sqrt{\frac{Mg}{\mu\beta}}$

10) Numériquement :

$$v_0 = \frac{D_{v,in}}{S_e} = \frac{6.10^{-2}}{80.10^{-4}} = \frac{60}{8} = 7,5\,m.s^{-1}$$

$$v_s = \frac{D_{v,in}}{2S_s} = \frac{6.10^{-2}}{50.10^{-4}} = \frac{60}{5} = 12,0\,m.s^{-1}$$

11) On reprend le résultat de la question 6, et on obtient

$$\Delta P = P_e - P_0 = \mu g H + \frac{\mu D_{v,in}}{2}\left(\frac{1}{4S_s^2} - \frac{1}{S_e^2}\right)$$

AN $\Delta P \simeq 0,9$ bar.

12) $[\Delta P_c] = \frac{M.L.T^{-2}}{L^2} = M.L^{-1}.T^{-2}$

et $\left[\frac{\mu v_e^a \ell \varepsilon^b}{K d^2}\right] = \frac{M.L^{-3}.L^a.T^{-a}.L.L^b}{L^2} = M.L^{-4+a+b}.T^{-a}$

On obtient un système de 2 équations à 2 inconnus :

$$\begin{cases} -4+a+b = -1 \\ -a = -2 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} b = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$

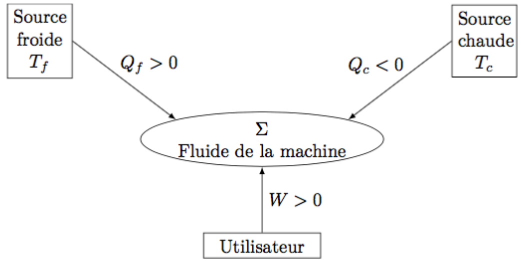
13) En explicitant la puissance des forces de pression :

$$\mathcal{P}_{pompe} = (P_e + \Delta P_c)\,D_v - P_0\,D_v$$

$$\mathcal{P}_{pompe} = (P_e + \Delta P_c - P_0)\,D_v$$

- On constate sur la figure 1 que les tubes de courant en sortie s'évasent, donc la pression en sortie est supérieure à P_0
- Seules les pertes de charges le long de l'écoulement sont prises en compte (pertes régulières) mais la géométrie de l'écoulement dans le fly board contribue également aux pertes (singulières).

Partie III : Réfrigérateur - CCINP TSI 2024



Q35. ▷ On rappelle sur la figure ci-contre le schéma des échanges énergétiques d'une pompe à chaleur. Les flèches noire représentent le sens des échanges du point de vue du système Σ. Ainsi, puisque Q_f et W sont > 0, le sens réel de ces échanges correspond aux 2 flèches noires. Inversement, puisque $Q_c < 0$, le transfert thermique est en réalité cédé de Σ à la source chaude ; il a donc lieu dans le sens contraire de la flèche noire.

▷ Justifions les 3 signes :

— $\boxed{Q_f > 0}$ car Σ **prélève un transfert thermique à la source froide** (qui est l'intérieur du réfrigérateur) **pour la maintenir froide**. C'est ce transfert thermique qui est utile.
Ce transfert est réalisé dans l'évaporateur ce qui est cohérent avec le signe de Q_f ; en effet pour que Σ puisse se vaporiser, il doit prélever un transfert thermique (un système doit recevoir un transfert thermique pour pouvoir se vaporiser ⇝ logique si vous pensez à l'eau d'une casserole qu'on laisse sur une plaque chauffante).

— $\boxed{W > 0}$ car l'utilisateur doit apporter un travail pour faire circuler le fluide dans les tuyaux de la machine.
En pratique l'utilisateur n'apporte pas ce travail en pédalant sur un vélo ou en pompant manuellement (bien que ça pourrait marcher) ; ce travail est apporté dans le compresseur sous forme mécanique. Plus précisément, le compresseur reçoit un travail électrique qu'il transmet quasi-intégralement au fluide sous forme mécanique.

— $\boxed{Q_c < 0}$ car Σ **cède un transfert thermique à la source chaude** (qui est l'air extérieur de la pièce où est le frigo).
Ce transfert thermique n'est pas utile pour un frigo, il contribue à maintenir chaud la source chaude.
Ce transfert est réalisé dans le condenseur ce qui est cohérent avec le signe de Q_c ; en effet pour que Σ puisse se liquéfier, il doit céder un transfert thermique (un système doit céder un transfert thermique pour pouvoir se liquéfier ⇝ logique car pour qu'un système passe d'un état gazeux à liquide, il faut intuitivement le refroidir et cela nécessite que le système cède un transfert thermique).

▷ *Remarque :* on rappelle que dans le cadre des machines thermiques il y a deux abus de langage.
• Dans le condenseur il ne se produit pas une condensation mais une liquéfaction. En physique, le terme condensation correspond au changement d'état G → S (inverse de la sublimation S → G). En français, le terme condensation fait référence au changement d'état G → L mais il faudrait l'appeler « condensation liquide » ou mieux avec son vrai nom : la liquéfaction.
• Dans l'évaporateur il ne se produit pas une évaporation mais une vaporisation. L'évaporation est le passage d'un liquide de l'état liquide à l'état gazeux à sa surface, à une température inférieure à la température d'ébullition (imaginez une flaque d'eau sur un sol imperméable : elle va bien finir par disparaître car elle va s'évaporer). L'évaporation est donc un phénomène de surface dans lequel l'eau change de phase mais ça n'est pas un changement d'état à proprement parler comme l'est la vaporisation. Juste au dessus de la surface d'une flaque d'eau qui s'évapore, la pression partielle de $H_2O_{(g)}$ est égale à la pression de vapeur saturante : $P_{sat}(T)$.

Q36. ▷ D'après la question précédente, la **source froide** est **l'intérieur du frigo** tandis que la **source chaude** est **l'air de la pièce où est situé le frigo**.

Q37. ▷ D'après la question **Q35.**, le fluide frigorifique doit céder un transfert thermique à la source chaude pour se refroidir et se liquéfier dans le condenseur. Le transfert thermique se faisant naturellement du chaud vers le froid, **le fluide frigorifique dans le condenseur est à plus haute température que l'air extérieur**.
On en déduit avec les notations qui sont introduites juste après que que $T_2 > T_3 > T_{air}$.

▷ *Remarques :*

— ce transfert thermique entre le fluide frigorifique et l'air de la pièce se fait dans un échangeur thermique simple flux visible à l'arrière du frigo (le serpentin). Ce transfert thermique se fait par conduction dans le métal du serpentin et par convection naturelle à l'interface métal-air (lire la correction de la question **Q14.** pour plus de précisions).

— si le serpentin est suffisamment long, $T_3 \to T_{air}$. Mais s'il n'est pas assez long, on peut très bien avoir $T_3 > T_{air}$.

— L'évolution de la température du fluide frigorifique dans le serpentin $T(s)$ est caractérisée par une équation différentielle que l'on obtient en appliquant le 1er principe en système ouvert sur une tranche de tuyau $[x, x+\mathrm{d}x]$. Lors du changement d'état, le même raisonnement donne une ED sur la masse liquéfiée.

Q38. On réalise une suite de lecture graphique :

a) ▷ $\boxed{P_e \simeq 0,85 \text{ bar}}$ (lu sur l'isobare 4 → 1) et $\boxed{P_c \simeq 10 \text{ bar}}$ (lue sur l'isobare 2 → 3).

b) ▷ Méthode 1 : avec les iso-titres en vapeur : $x_v \simeq 36\%$ (il fallait utiliser cette méthode car c'est la plus rapide sans calculatrice).

Méthode 2 : avec le théorème des moments : $x_v = \frac{\text{LM}}{\text{LV}}$ (L : liquide saturant à T_4, G : vapeur saturante à T_4 et M : mélange liquide-vapeur à T_4). Puisque l'axe des abscisses est donné en échelle linéaire, on peut faire la mesure à la règle : $x_v = \frac{3,5\text{cm}}{9,5\text{cm}} \simeq 37\%$. On peut aussi lire les abscisses des enthalpies massiques : $x_v = \frac{h_M - h_L}{h_V - h_L} = \frac{(240-165)}{(380-165)} \simeq 35\%$ (un peu moins précis que la règle).

c) ▷ $\boxed{T_2 = 60°\text{C}}$ (le point 2 est pile sur l'isotherme 60°C).

▷ *Remarque :* le cycle de la **Figure 7** devrait être orienté dans le sens direct (sens trigonométrique) ; c'est un oubli de l'énoncé.

Q39. Pour un fluide Σ en écoulement stationnaire entre une entrée e et une sortie s, le 1er principe en système ouvert s'écrit :

$$\boxed{\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = w_i + q \text{ avec } \begin{cases} \Delta h = h_s - h_e & : \text{ variation d'enthalpie massique entre } e \text{ et } s \\ \Delta e_c = e_{c,s} - e_{c,e} & : \text{ variation d'énergie cinétique massique entre } e \text{ et } s \\ \Delta e_p = e_{p,s} - e_{p,e} & : \text{ variation d'énergie potentielle massique entre } e \text{ et } s \\ w_i & : \text{ travail indiqué massique algébriquement reçu par } \Sigma \\ q & : \text{ transfert thermique massique algébriquement reçu par } \Sigma \end{cases}}$$

▷ *Remarques :*

— Sous cette forme, toutes les grandeurs sont massiques et s'expriment donc en J/kg

— Le 1er principe en système ouvert peut aussi s'écrire en terme de puissance sous la forme suivante : $D_m \times (\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p) = P_i + P_{\text{th}}$ avec D_m la débit massique, $P_i = D_m \times q$ la puissance indiquée algébriquement reçue par Σ et $P_{\text{th}} = D_m \times w_i$ la puissance thermique algébriquement reçue par Σ.

— Le travail indiqué massique s'appelle aussi le travail utile ; c'est le travail autre que celui des forces pressantes.

— Ce principe se démontre en appliquant le 1er principe (en système fermé donc ⇝ voir cours de 1ère année). L'astuce pour définir un système fermé dans le cas d'un fluide en écoulement consiste à suivre le fluide lors de son écoulement ; on a donc le système fermé qui est mobile (voir cours de 2ème année).

Q40. ▷ Négliger les variations d'altitude et de vitesse du fluide revient à négliger $|\Delta e_c|$ et $|\Delta e_p|$ devant $|\Delta h|$. L'écriture du 1er principe en système ouvert est alors simplifiée sous la forme : $\boxed{\Delta h = w_i + q}$

▷ 1er principe en système ouvert sur le fluide frigorifique en écoulement stationnaire dans l'évaporateur entre les points 4 et 1 : $\Delta h_{41} = w_{i,41} + q_{41} = q_f$. En effet, comme il n'y a pas de pièce mobile dans l'évaporateur, on a $w_{i,41} = 0$.
D'où, $\boxed{q_f = \Delta h_{41} = h_1 - h_4 \simeq (390 - 240)\text{kJ/kg} = 150 \text{ kJ/kg}}$

▷ 1er principe en système ouvert sur le fluide frigorifique en écoulement stationnaire dans le condenseur entre les points 2 et 3 : $\Delta h_{23} = w_{i,23} + q_{23} = q_c$. En effet, comme il n'y a pas de pièce mobile dans le condenseur, on a $w_{i,23} = 0$.
D'où, $\boxed{q_c = \Delta h_{23} = h_3 - h_2 \simeq (240 - 440)\text{kJ/kg} = -200 \text{ kJ/kg}}$

▷ 1er principe en système ouvert sur le fluide frigorifique en écoulement stationnaire dans le compresseur entre les points 1 et 2 : $\Delta h_{12} = w_{i,12} + q_{12} = w$. En effet, puisque la compression est considérée comme adiabatique dans le compresseur, on a $q_{12} = 0$.
D'où, $\boxed{w = \Delta h_{12} = h_2 - h_1 \simeq (440 - 390)\text{kJ/kg} = 50 \text{ kJ/kg}}$

Remarques :

— Les signes des 3 grandeurs déterminés ici sont cohérents avec la question **Q35.**

— On remarque que $w + q_c + q_f = 0$: c'est cohérent avec l'écriture du 1er principe sur un cycle de la machine frigorifique : $\Delta U = 0 = W + Q_c + Q_f$

— Pour un frigo de hauteur 2 m, on a $|\Delta e_p| = |\Delta gz| \leqslant 20$ J/kg $= 0{,}02$ J/kg ce qui permet de se rendre compte que négliger $|\Delta e_p|$ devant $|\Delta h|$ est une excellente approximation dans le cas d'un réfrigérateur.
Similairement, avec des mesures de vitesse, on pourrait montrer que négliger $|\Delta e_c|$ devant $|\Delta h|$ est également une excellente approximation dans le cas d'un réfrigérateur domestique.

Q41. ▷ Par définition, $e_1 = \dfrac{\text{Grandeur utile}}{\text{Grandeur couteuse}} = \dfrac{|q_f|}{|w|} = \dfrac{150}{50} = 3{,}0$ on a donc bien $\boxed{e_1 \simeq 3}$.

▷ *Remarque :* ainsi, pour 1 kJ "électrique" apporté au fluide frigorifique dans le compresseur, le fluide prélève 3 kJ "thermique" à la source froide. La conservation de l'énergie est bien assurée car le fluide frigorifique cède $(1 + 3)$kJ $= 4$ kJ "thermique" à la source chaude. Dans le cadre d'une machine frigorifique, ce transfert thermique cédé à la source chaude n'est pas exploité et il est considéré "gratuit" car l'utilisateur lors du paiement de la facture d'électricité ne paiera que l'énergie électrique consommée.

Q42. ▷ Le système est le fluide de la machine. Le schéma des échanges énergétiques est rappelée à la question **Q35.**.

▷ 1er principe sur $\Sigma = \{\text{fluide de la machine}\}$ sur un cycle : $\Delta U = W + Q_c + Q_f = 0$
En effet, U est une fonction d'état et donc sur un cycle $\Delta U = U_{\text{EF}} - U_{\text{EI}} = 0$. On a donc $\boxed{W + Q_c + Q_f = 0 \text{ (1)}}$

▷ 2nd principe sur Σ sur un cycle réversible (donc $S_{\text{créée}} = 0$) : $\Delta S = S_{\text{éch}} + S_{\text{créée}} = \dfrac{Q_c}{T_c} + \dfrac{Q_f}{T_f} = 0$.

En effet, S est une fonction d'état et donc sur un cycle $\Delta S = S_{\text{EF}} - S_{\text{EI}} = 0$. On a donc $\boxed{\dfrac{Q_c}{T_c} + \dfrac{Q_f}{T_f} = 0 \text{ (2)}}$

▷ On exploite (1) et (2) dans l'efficacité : $e_{\text{Carnot,frigo}} = \dfrac{\text{Énergie utile}}{\text{Énergie couteuse}} = \dfrac{Q_f}{W} \underbrace{=}_{(1)} \dfrac{Q_f}{-Q_c - Q_f} = \dfrac{-1}{1 + \dfrac{Q_c}{Q_f}} \underbrace{=}_{(2)} \dfrac{-1}{1 - \dfrac{T_c}{T_f}}$

Ainsi on a $\boxed{e_{\text{Carnot,frigo}} = \dfrac{-1}{1 - \dfrac{T_c}{T_f}} = \dfrac{T_f}{T_c - T_f}}$ qui est bien l'efficacité de Carnot d'un frigo.

Q43. ▷ $e_{\text{Carnot,frigo}} = \dfrac{273 + 3}{20} = 13{,}8$ ce qui est assez nettement supérieur à l'efficacité de $e = 3{,}0$ de la machine « réelle » trouvée à la question **Q41.**.

▷ Réponse classique : **on pouvait s'y attendre car le cycle réel n'est pas réversible** et donc nécessairement on a l'inégalité $\boldsymbol{e < e_{\text{Carnot,frigo}}}$.
Plus précisément, on peut citer les différentes origines de l'irréversibilité : les 2 refroidissements isobare dans le condenseur (désurchauffe du gaz et sous-refroidissement du liquide) sont irréversibles. L'échauffement isobare dans l'évaporateur (surchauffe du gaz) également. Enfin, la détente $3 \to 4$ est aussi irréversible.
On pourrait démontrer ces irréversibilité en déterminant l'entropie massique créée lors de chacune des étapes via le 2nd principe en système ouvert : $s_{\text{créée}} = \Delta s - \dfrac{q}{T_{\text{ext}}}$ avec q qui se détermine via le 1er principe en système ouvert et Δs qui se lit avec les isentropiques (sur le diagramme enthalpique, il n'y a pas assez d'isentropes pour faire correctement cette étude.)

▷ Réponse moins classique : d'après le cycle de la **figure 7**, le fluide en sortie du condenseur atteint 30°C $> T_c$ et à la sortie de l'évaporateur il atteint -20°C $< T_f$. Cela signifie que la longueur des échangeurs thermiques n'est pas suffisante pour que le fluide atteigne T_c à la sortie du condenseur et T_f à la sortie de l'évaporateur. Cela diminue alors l'efficacité de la machine qui ne peut donc pas être égale à l'efficacité maximale d'une machine thermique ditherme : l'efficacité de Carnot. En effet, si on trace un cycle avec des échangeurs thermiques plus long de sorte que $T_3 \to T_c = 23$°C et $T_1 \to T_f = 3$°C, alors on peut montrer que l'efficacité augmente légérement (sans atteindre l'efficacité de Carnot évidemment car le cycle reste irréversible quoi qu'il en soit).

▷ *Remarque :* Les changements d'état dans le condenseur (liquéfaction) et l'évaporateur (vaporisation) sont réversibles. La compression $1 \to 2$ dans le compresseur est réversible d'après l'énoncé. En réalité la compression $1 \to 2$ n'est pas rigoureusement adiabatique et réversible. Elle est non adiabatique et irréversible. En pratique l'efficacité réelle d'un réfrigérateur est aux alentours de 3.

Q44. ▷ $\boxed{\text{Le changement d'état G}\to\text{S est la } \textbf{condensation}}$ (ou condensation solide). Attention, ça n'est pas la solidification qui est la changement d'état $L \to S$

Q45. ▷ 2nd principe sur $\Sigma = \{\text{fluide de la machine}\}$ sur un cycle irréversible : $\Delta S = S_{\text{éch}} + S_{\text{créée}} = \dfrac{Q_c}{T_c} + \dfrac{Q_f}{T_f} + S_c = 0$

▷ En multipliant par $\dfrac{T_c}{Q_f}$ des 2 côtés de l'équation précédente cela devient : $0 = \dfrac{Q_c}{Q_f} + \dfrac{T_c}{T_f} + \dfrac{S_cT_c}{Q_f} \Rightarrow \boxed{\dfrac{Q_c}{Q_f} = -\dfrac{T_c}{T_f}\left(1 + \dfrac{T_fS_c}{Q_f}\right)}$

▷ On a donc bien $\dfrac{Q_c}{Q_f} = -\alpha\dfrac{T_c}{T_f}$ avec $\boxed{\alpha = 1 + \dfrac{T_fS_c}{Q_f}}$

Q46. ▷ Par définition, on a $e_1 = \dfrac{q_f}{w}$ et $e_2 = \dfrac{q_f}{w'}$ puisque l'énoncé précise que l'entropie créée S_c augmente pour un même transfert thermique pris à la source froide lors d'un cycle. On a donc $\dfrac{e_1}{e_2} = \dfrac{w'}{w} = \dfrac{3}{1{,}5} = 2$.

▷ Pour écrire cela en terme d'énergie électrique consommée, on peut écrire que pour un débit massique de fluide D_m et une durée Δt de fonctionnement on a : $\dfrac{P_i'\Delta t}{P_i\Delta t} = \dfrac{D_mw'}{D_mw} = \dfrac{w'}{w}$. On a donc $\dfrac{e_1}{e_2} = \dfrac{w'}{w} = \dfrac{P_i'\Delta t}{P_i\Delta t} = 2$

▷ Ainsi **la surconsomation engendré par le givre est d'un facteur 2 : le réfrigérateur consommera 2 fois plus d'énergie électrique pour la même température à l'intérieur du frigo ; l'utilisateur aura donc une facture d'électricité plus élevée** ; d'où l'importance de dégivrer son réfrigérateur.