

Problème 1 - Impact d'un bolide avec la Terre

A - Atmosphère isotherme

1. Air = gp $\Rightarrow PV = nRT_0 = \frac{m}{\rho_{\text{air}}} RT_0 \rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{\rho_{\text{air}}}{RT_0} \rightarrow \boxed{\rho(z) = \frac{\rho_0}{RT_0} R T_0}$

2. Atmosphère au repos dans la réf. kéopère galiléenne : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} = -\vec{g} \rho + \vec{\nabla} P$

3. $\vec{\nabla} P = \rho \vec{g}$ avec $P(H) = P(z)$ par symétrie $\rightarrow \vec{\nabla} P = \frac{dP}{dz} \vec{e}_z$

$\frac{dP}{dz} = -\rho g \rightarrow \frac{dP}{dz} \times \frac{RT_0}{\rho_{\text{air}}} = -\rho g$

$\frac{dP}{P} = -\frac{\rho_{\text{air}} g}{RT_0} dz = -\frac{dz}{H_a} \rightarrow \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = -\frac{z}{H_a} \rightarrow \boxed{P = P_0 e^{-\frac{z}{H_a}}}$

avec $H_a = \frac{RT_0}{\rho_{\text{air}} g}$

3. AN : $\rho_0 = \frac{\rho_{\text{air}}}{RT_0} = 1,20 \text{ kg.m}^{-3}$

$H_a = 8500 \text{ m}$

B - Freinage atmosphérique

1.a) Evaluation du nombre de Reynolds : $Re = \frac{\rho_{\text{air}} v (2R)}{\mu_{\text{air}}} \approx 2 \cdot 10^4$

L'écoulement est largement turbulent, la couche limite turbulente est largement décollée, des forces de frottement dominent les forces de viscosité, le module de l'écoulement varie en v^2 .

1.b) $P = mg \approx \frac{4}{3} \pi R^3 \times \rho_b \times g = 5,3 \times 10^{10} \text{ N}$ à l'entrée dans l'atmosphère

$F_t = \frac{1}{2} C \rho_{\text{air}} \pi R^2 v_i^2 \approx 9,7 \times 10^{12} \text{ N}$

Tant que la vitesse demeure proche de v_i , la pesanteur est donc négligeable. Nous validerons cette hypothèse par la suite.

2.a) PFD dans la réf. kéopère galiléenne (le mouvement est suffisamment lent pour valider le caractère galiléen) avec la seule force de traînée (opposée à la vitesse)

$m \vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{2} C \rho(z) \pi R^2 v^2 \vec{u}$

$\vec{u}$ la base de la trajectoire
 $\vec{u} = -\cos \theta \vec{e}_z + \sin \theta \vec{e}_r$
 $\vec{u}$ unitaire

donc en prenant la norme de l'expression :

$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{2} C \rho(z) \pi \frac{R^2}{m} v^2$ avec $m = \rho_b \times \frac{4}{3} \pi R^3$

$a = -\frac{3}{8} C \frac{\rho(z)}{\rho_b} \frac{v^2}{R}$

b) $\frac{dv}{dz} = \frac{dv}{dt} \frac{dt}{dz} = \frac{a}{v_z}$ avec $v_z = \frac{dz}{dt}$

$\frac{dv}{dz} = -\frac{3}{8} C \frac{\rho(z)}{\rho_b} \frac{v^2}{R} \times \frac{1}{-v \cos \theta}$

$\frac{dv}{dz} = \frac{3}{8} C \frac{\rho(z)}{\rho_b} \frac{v}{R \cos \theta}$

c) $\frac{dv}{dz} = k v e^{-\frac{z}{H_a}}$ avec $k = \frac{3}{8} C \frac{\rho_0}{\rho_b} \frac{1}{R \cos \theta}$

$\frac{dv}{v} = k e^{-\frac{z}{H_a}} dz$

$\int_{v_i}^{v_f} \frac{dv}{v} = \ln \frac{v_f}{v_i} = k \int_z^{+\infty} e^{-\frac{z'}{H_a}} dz' = +k H_a e^{-\frac{z}{H_a}}$

$\ln \frac{v_f}{v_i} = -\frac{3}{8} C \frac{\rho_0}{\rho_b} \frac{H_a}{R \cos \theta} e^{-\frac{z}{H_a}}$

3. Application numérique : $\theta = 45^\circ$

a) $v(0) = 0,95 \times v_i = 1,3 \text{ km.s}^{-1} \rightarrow$ le bolide n'a perdu que 5% de sa vitesse initiale, l'hypothèse d'un poids négligeable est valide jusqu'au sol.

b) $E_{\text{dissipée}} = \frac{1}{2} m_b (v_i^2 - v(0)^2) = 1,40 \cdot 10^{17} \text{ J} \rightarrow$ l'énergie dissipée provoque la destruction de sa énergie cinétique

$$\frac{\Delta E}{E_{initiale}} = \frac{E_{diminué}}{E_{initiale}} = \frac{\frac{1}{2} m b (v_i^2 - 0,95^2 v_i^2)}{\frac{1}{2} m b v_i^2} = 1 - 0,95^2 = 9,75 \times 10^{-2}$$

Soit $9,75 \approx 10\%$ de perte de l'énergie initiale

C - Cratère d'impact transitoire

1. Énergie cinétique massique : $e_{cm} = \frac{1}{2} v_i^2 = 1,8 \cdot 10^8 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$
 $= 180 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$
 $e_{cm} \gg e_{lv} \text{ enthalpie} = 8 \text{ MJ}$
 massique de vaporisation

2. a) $E_{coh} = V \times Y \rightarrow Y$ énergie volumique en $\text{J} \cdot \text{m}^{-3}$

b) $W(\vec{P}) = m g R \rightarrow E_g = m g S = \left(\frac{4\pi}{3} R^3 \rho \right) g \frac{3D}{16}$ avec $D = 2R$
 ↳ rayon du cratère hémisphérique
 $E_g = \frac{1}{64} \pi D^4 \rho g$

c) L'Écintique initiale provoque la vaporisation de la matière du cratère et permet de l'amener au niveau du sol (éjection).

$$E_{ci} = E_g + Y \times \frac{4}{3} \pi R^3 = E_g + \frac{Y}{12} \pi D^3$$

$$\frac{1}{2} m b v_i^2 = \frac{\pi}{64} D^4 \rho g + \frac{Y}{12} \pi D^3$$

d) Résultat numérique (calculatrice) avec $D \in [2 \text{ km}; 8 \text{ km}]$

$$D = 4,2 \text{ km} \gg \text{diamètre initial des bolides (160 m)}$$

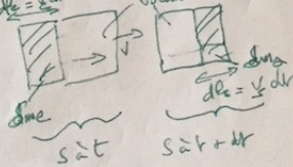
Problème 2 - Etude d'une pompe centrifuge

I - Perte de charge dans les conduites

A - Fluide en écoulement homogène incompressible laminaire

- 1-a) - écoulement parfait : absence de dissipation énergétique due sous effet de diffusion thermique et de viscosité.
- écoulement homogène et incompressible : $\text{div } \vec{v} = 0$ et $\frac{d\rho}{dt} = 0$ } les grandeurs $\vec{v}$ et ρ ne dépendent pas du point d'observation.
- écoulement stationnaire : grandeurs indépendantes du temps.

- 1-b) Premier principe appliqué à un système ouvert imposé, on considère le système fermé S constitué à t du volume de contrôle et de la pte me qui va y entrer pdr dr et à $t+dt$ du volume de contrôle et de la pte me qui en est sorti pdr dr.
- Pour les grandeurs comme $U, E_c, E_p \dots$
- expression $dU = U(t+dt) - U(t) + \delta_e U - \delta_e U$
- 0 car écoulement stationnaire
- er $\delta_e U = \text{dens } U_s \rightarrow \text{grandeurs massiques avec } \delta m_{\text{ent}} = \delta m_{\text{ext}} = \delta m_{\text{dr}}$
- $\delta_e U = \text{dens } U_e$
- donc $dU = \delta m_{\text{dr}} (U_s - U_e) = \delta m_{\text{dr}} \Delta U$
- de m $\rightarrow$ $dE_c = \delta m_{\text{dr}} \frac{1}{2} v^2$ et $\delta c = \frac{1}{2} v^2$
- $dE_p = \delta m_{\text{dr}} \Delta p$
- donc 1er principe $dU + dE_c + dE_p = \delta W_{\text{ext}} + \delta W_{\text{int}}$
- $\rightarrow \delta m_{\text{dr}} (\Delta U + \Delta c + \Delta p) = \delta W_p + \delta W_{\text{ext}}$
- (pas de travail utile nul ici)



$$\begin{aligned} \delta W_p &= -P_e \delta V_e + P_e \delta V_e \\ &= -P_e \delta V_e dt + P_e \delta V_e dt \\ &= -P_e \delta m_{\text{dr}} dt + P_e \delta m_{\text{dr}} dt \end{aligned}$$

$$\text{et } \delta m = \rho \delta V$$

ave v cot car fluide incompressible $\rightarrow v_e S = v_s S \rightarrow v = v_e$

$$\text{Donc } \delta m_{\text{dr}} (\Delta U + \Delta c + \Delta p) = \delta m_{\text{dr}} \frac{\Delta P}{\rho} \quad \Delta P = P_s - P_e$$

$\Delta U = 0$ car pas de diffusion thermique (T ne change pas)

$$\Delta \left(\frac{P}{\rho} + c + p \right) = 0$$

avec $c = \frac{v^2}{2}$ $p = \rho z$ } énergies massiques

$\Delta c_T = 0$

pour avoir une énergie volumique

$E_T = P + \rho \frac{v^2}{2} + \rho g z$

$\rightarrow$ ceci est vrai sur la surface de contrôle qui était un tube de courant donc sans varier la pte d't ligne de courant.

En dérivant E_T par g :

$$\Delta H = \Delta \left(\frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z \right) = 0$$

$\rightarrow$ la charge totale ou hauteur manométrique se conserve.

- 1-c) Pour un écoulement laminaire d'écoulement parfait hypothèse d'un écoulement parfait n'est pas la valable dans la couche limite où les effets de viscosité dominent $\rightarrow$ i.e au voisinage du paroi de la conduite.

$$1-d) \quad \Delta c_T = c_T(B) - c_T(A) < 0$$

$$= \int_A^B \frac{dP}{\rho} \cdot \frac{dE}{dE}$$

$\rightarrow$ intégrale du travail volumique avec non pas une force

$$1-e) \quad H(B) - H(A) = \frac{1}{\rho g} \int_A^B \vec{\rho} \cdot \vec{dv} \cdot d\vec{e} < 0$$

mais une force volumique ou densité volumique de force

$$\Delta H = H(A) - H(B) \rightarrow \text{perte de charge (positive ou nulle)}$$

A.2 - Écoulement de Poiseuille

$$\vec{v} = v(r, z) \vec{e}_x$$

par symétrie

2-a) $\text{div } \vec{v} = 0 \rightarrow$ flux conservatif $\rightarrow D_V(x+dx) = D_V(x)$ le débit volumique se conserve -
 $v(r, x) \cdot dS = v(r, x+dx) dS$ avec $\vec{n} \cdot d\vec{S}$ car
 $v(r, x) = v(r, x+dx)$ s'écrit.
 $\hookrightarrow v$ indpt de x (l'expression de $\text{div } \vec{v}$ en

2-b) On suppose $\frac{\partial H}{\partial x} = -\alpha$ ($\alpha > 0$) coordonnées cylindriques
 avec $\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{\rho g} \nabla \vec{v} \cdot \vec{u}_x$ car $H(b) - H(a) = \frac{1}{\rho g} \int_a^b \nabla \vec{v} \cdot d\vec{x}$
 et $\Delta \vec{v} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) \vec{u}_r$ avec $d\vec{x} = dx \vec{u}_x$
 car $\vec{v} = v(r) \vec{u}_x$

donc $-\alpha = \frac{\eta}{\rho g} \times \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right)$

$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) = -\frac{\alpha \rho g}{\eta} r \rightarrow r \frac{dv}{dr} = -\frac{\alpha \rho g}{\eta} \frac{r^2}{2} + K$

$\frac{dv}{dr} = -\frac{\alpha \rho g}{\eta} \frac{r}{2} + \frac{K}{r}$

$v = -\frac{\alpha \rho g}{\eta} \frac{r^2}{4} + K \ln r + K'$

$\rightarrow$ en $r=0 \rightarrow \ln r \rightarrow -\infty$ pas de sens physique $\rightarrow K=0$

$\rightarrow$ en $r=\pm r_0 \rightarrow v(r=\pm r_0) = 0 \rightarrow$ continuité de la vitesse qui s'annule
 sur les parois de la conduite.

$\rightarrow K' = \frac{\alpha \rho g}{\eta} \frac{r_0^2}{4}$

$v = \frac{\alpha \rho g}{4\eta} (r_0^2 - r^2) = v_{\max} \left(1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right)$

$\hookrightarrow$ la vitesse est bien maximale pour $r=0$ (au centre)

2-c) $U \times \pi r_0^2 = \int_S v dS = \int_0^{r_0} v_{\max} \left(1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right) 2\pi r dr$
 $= 2\pi v_{\max} \int_0^{r_0} \left(1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right) r dr$
 $= 2\pi v_{\max} \left[\frac{r^2}{2} - \frac{1}{4\pi r_0^2} r^4 \right]_0^{r_0} = 2\pi v_{\max} r_0^2 \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right]$
 $\frac{1}{4}$

$U = \frac{v_{\max}}{2}$

avec $Q = U \times \pi r_0^2 = v_{\max} \frac{\pi r_0^2}{2}$

donc $v(r) = \frac{2Q}{\pi r_0^2} \left(1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right)$

2-d) $D = 20 \text{ cm}$ $r_0 = 10 \text{ cm}$ et $Q = 30 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

$U = \frac{Q}{\pi r_0^2} = 0,95 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$v_{\max} = 2U = \frac{2Q}{\pi r_0^2}$ et $\alpha = \frac{4\eta}{\rho g r_0^2} v_{\max}$

$\alpha = \frac{8\eta Q}{\pi \rho g r_0^4}$

$\rightarrow$ pour l'huile :

$\alpha = 1,5 \cdot 10^{-2}$ et $\Delta P = \rho g \Delta H = \rho g \alpha L = 6,5 \cdot 10^3 \text{ Pa}$

$Re = \frac{\rho D U}{\eta} = 990 \approx 10^3 < 2300 \rightarrow$ compatible avec écoulement laminaire.

$\rightarrow$ pour l'eau :

$Re = \frac{\rho D U}{\eta} = 1,9 \cdot 10^5 \gg 2300 \rightarrow$ écoulement turbulent

B - Fluide visqueux homogène incompressible en régime turbulent:

1 - Charge moyenne dans une section à symétrie de révolution

1-a)

soit ec l'élémentaire manrique d's particule :
 ds la qte d'élémentaire qui traverse ds pdr dr
 est : $d\dot{ec} = dm \frac{v}{2}$
 avec $dm = Dm dr = \rho v ds dr$
 débit manrique

$$\text{donc } d\dot{ec} = \rho v ds dr \frac{v}{2}$$

$$dP_c = \frac{d\dot{ec}}{dr} = \rho ds \frac{v^2}{2}$$

→ Si toutes les particules ont une m vitesse débitante v :

$$dP_{c, \text{unif.}} = \rho \frac{v^2}{2} ds \rightarrow P_{c, \text{unif.}} = \rho \frac{v^3}{2} S$$

→ Avec une distribut non-uniforme $v(r)$ sur ds :

$$dP_{c, \text{réelle}} = \rho \int_S v^3(r) ds \rightarrow P_{c, \text{réelle}} = \rho \int_S v^3(r) ds$$

$$\text{donc } \alpha = \frac{P_{c, \text{réelle}}}{P_{c, \text{unif.}}} = \frac{1}{v^3 S} \int_S v^3(r) ds$$

$$1-b) \bar{H} = \int_S \left(z + \frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} \right) \frac{dQ}{Q} \quad \text{avec } z \text{ et } f(x) \text{ qui ne dépendent pas de } r$$

$$\bar{H} = z + \frac{P}{\rho g} + \int_S \frac{v^2}{2g} \frac{v ds}{v \times S} \quad \text{et avec } Q = v \times S \quad dQ = v ds$$

$$\bar{H} = z + \frac{P}{\rho g} + \frac{1}{2g v S} \times \int_S v^3(r) ds$$

$$\bar{H} = z + \frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} \times \underbrace{\frac{1}{v^3 S} \int_S v^3(r) ds}_{\alpha}$$

$$\text{donc } \boxed{\bar{H} = z + \frac{P}{\rho g} + \alpha \frac{v^2}{2g}}$$

1-c) • Écoulement uniforme → cas turbulent avec fluide parfait
 prof. l de vitesse →  ne dpt plus de r
 sauf au voisinage immédiat des parois.

$$\alpha = \frac{1}{v^3 S} \int v^3 ds \Rightarrow \boxed{\alpha = 1}$$

• Écoulement laminaire de Poiseuille

$$\alpha = \frac{1}{v^3 S} \int_0^{r_0} \left[v_{\text{max}} \left(1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right) \right]^3 2\pi r dr$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{S} \left(\frac{v_{\text{max}}}{v} \right)^3 \int_0^{r_0} \left(1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right)^3 r dr$$

$$\text{et } \int_0^{r_0} \left(1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right)^3 r dr = \int_1^0 \left(-\frac{r_0^2}{2} \right) \times v^3 du = -\frac{r_0^2}{2} \left[\frac{v^4}{4} \right]_1^0 = +\frac{r_0^2}{8}$$

$$v = 1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \quad \begin{matrix} r=0 \rightarrow v=1 \\ r=r_0 \rightarrow v=0 \end{matrix}$$

$$dv = -\frac{2r dr}{r_0^2}$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{\pi r_0^2} \times \frac{r_0^2}{8} \times \left(\frac{2v}{v} \right)^3 \Rightarrow \boxed{\alpha = 2}$$

1-d) Le profil de vitesse réel n'est pas exactement uniforme au voisinage des parois même en régime turbulent donc $\alpha \neq 1$ et $\alpha > 1$ car l'écoulement est partiellement laminaire au voisinage des parois (donc se rapproche de 2).

2) Rugosité, diagramme de Moody

$$a) \Delta H_e = \alpha L \quad \text{avec } \alpha = \frac{8 \eta v}{\rho g r_0^2} = \frac{32 \eta v}{\rho g D^2} \quad \left(\text{question I.A.2.d} \right)$$

$$\text{donc } H_e = \frac{32}{gD} \frac{U^2}{\rho D} L = \left(\frac{64}{Re} \right) \frac{L}{D} \frac{U^2}{2g}$$

$$f\left(Re, \frac{E}{D}\right) = \frac{64}{Re}$$

le coefficient de perte de charge ne dépend pas de la rugosité. En régime laminaire, la viscosité domine et le profil de vitesse est indépendant de la rugosité de la paroi.

2-b) $Q = 30 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ soit $U = 0,95 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $Re = 1,2 \cdot 10^3$ (résultat I-2-d)

Rugosité relative : $\frac{E}{D}$

→ F1 neuve $E_1 = 0,4 \text{ mm}$ avec $D = 20 \text{ cm} = 200 \text{ mm}$ → $\frac{E_1}{D} = \frac{0,4}{200} = 2 \cdot 10^{-3}$

f_1 (friction factor) = $2,45 \cdot 10^{-2}$ et $L = 8345 \text{ m}$

$\Delta H_e = 2,45 \cdot 10^{-2} \times \frac{8345}{0,2} \times \frac{0,95^2}{2 \times 9,8} = \boxed{47,5 \text{ m}}$

→ F2 conoïde : $\frac{E_2}{D} = \frac{1,2}{200} = 6 \cdot 10^{-2}$

f_2 (friction factor) = $3,25 \cdot 10^{-2}$

$\Delta H_e = 63 \text{ m}$ les pertes sont + importantes avec forte conoïde.

II) Point de fonctionnement hydraulique d'une installation

A - Caractéristiques hydrauliques d'une pompe centrifuge

1- $P_h = \rho g H_{mt} Q_p$ avec $\rho g H_{mt}$ homogène à une énergie potentielle volumique qui correspond à la variation d'énergie totale volumique et du fluide qui traverse la pompe (voir I-A-b).

Et Q_p le débit volumique homogène à un volume par unité de temps.

On obtient donc $\rho g H_{mt} Q_p$ homogène à une puissance (énergie $\cdot \text{s}^{-1}$)

A-2) Lecture graphique : $H_{mt} = 1080 \text{ ft} = 329,4 \text{ m}$ ($1 \text{ ft} = 0,305 \text{ m}$)

$Q_p = 237 \text{ US gpm} = \frac{15 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}}{15 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}}$

donc $P_h = \rho g H_{mt} Q_p = 1000 \times 9,8 \times 329,4 \times 0,015$

$P_h = 48,5 \text{ kW}$

→ 68,8% rendement

Rendement hydraulique : $R = \frac{P_h}{P_m} \rightarrow P_m = \frac{P_h}{R} = \frac{48,5}{0,688}$

$P_m = 71 \text{ kW}$

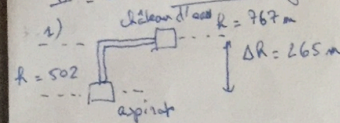
Rq) des données (1. en bas à gauche) sont cohérentes avec nos lectures pour le pt de fonctionnement envisagé dirigées sur la courbe :

Hydraulic power $63,7 \text{ hp}$ avec driver power $125 \text{ hp} / 93,2 \text{ kW}$
soit $63,7 \text{ hp} = 63,7 \times \frac{93,2}{125} = 47,5 \text{ kW}$ (donne la conversion hp.)

donc $P_h = 47,5 \text{ kW} \approx 48,5 \text{ kW}$

Rated power : $P_m = 53,3 \text{ hp} = 93,3 \times \frac{93,2}{125} = 70 \text{ kW} \approx 71 \text{ kW}$

II - B - Point de fonctionnement hydraulique et consommation électrique



Débit désiré :

$Q_p = 2600 \text{ m}^3 \cdot \text{jour}^{-1} = \frac{2600}{24 \times 2600} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

$Q_p = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} = 30 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$

Le débit est bien supérieur au fonctionnement nominal d'une pompe envisagée précédemment : 2 fois supérieur.

De plus, le débit max. possible pour cette pompe est de $\approx 475 \text{ US gpm} = 30 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$

avec un rendement peu élevé.

La solution est donc d'utiliser 2 pompes

en parallèle débitant chacune $\approx 15 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$ car en parallèle les débits s'ajoutent. La $H_{mt} = 329,4 \text{ m}$ sera suffisante pour la dénivelée $\Delta H = 265 \text{ m}$.

2) On néglige les pertes de charge singulières

Pour la hauteur manométrique devant être obtenue par les pompes, il faut donc prendre en compte les pertes régulières :

$$H_{mt} = \underbrace{\Delta H_L}_{\text{pompe}} + \underbrace{\Delta h}_{\text{pertes régulières}} + \underbrace{\Delta h}_{\text{dénivelé}}$$

Calculons H_{mt} pour les deux types de fonte et les nouveaux points de fonctionnement

→ F_1 neuve : $\Delta H_L = 47,5 \text{ m}$ pour $Q_p = 15 \text{ L.s}^{-1} = \frac{30 \text{ L.s}^{-1}}{2}$ pour chaque pompe.

$$\text{donc } H_{mt} = 265 + 47,5 = 312,5 \text{ m} = 1025 \text{ ft}$$

Sur le graphique de $H_{mt}(Q_p) \rightarrow Q_p = 260 \text{ US gpm} = 16,4 \text{ L.s}^{-1}$ $\nearrow$ cohérent avec $\approx 15 \text{ L.s}^{-1}$

(q.e) le rendement obtenu sera de 69% très proche du fonctionnement nominal.

- la puissance $P_H = \rho g H_{mt} Q_p = 50 \text{ kW}$ et $P_m = \frac{P_H}{0,63} = 72 \text{ kW}$

→ F_2 considérée : $\Delta H_L = 63 \text{ m}$ pour $Q_p = 15 \text{ L.s}^{-1}$

$$\text{donc } H_{mt} = 265 + 63 = 328 \text{ m} = 1075 \text{ ft}$$

$\hookrightarrow$ on retrouve quasiment le point de fonctionnement nominal !

$$Q_p = 15 \text{ L.s}^{-1}$$

(q.e) - rendement de 68,3%

- puissance $P_H = 48,5 \text{ kW}$ et $P_m = 70 \text{ kW}$

ΔH_L est calculé à partir du diagramme de Moody pour $Q_p = 15 \text{ L.s}^{-1}$ (voir T-0-2-b) pour $Q_p = 30 \text{ L.s}^{-1}$ $\nearrow$ débit moitié

$\hookrightarrow$ pour chaque type de fonte.

$$\text{donc } U = \frac{0,95}{2} \text{ m.s}^{-1}$$

$$\text{et } Re = \frac{1,3 \cdot 10^5}{2} = 6,5 \cdot 10^4$$

3) On complète les calculs précédents avec le rendement électrique :

$$P_{elec} = \frac{P_m}{\text{rendement élec}} \quad 80\%$$

→ fonte neuve : $P_m = 72 \text{ kW} \rightarrow P_{elec} = \frac{72}{0,8} = 90 \text{ kW}$

→ fonte considérée : $P_m = 70 \text{ kW} \rightarrow P_{elec} = \frac{70}{0,8} = 88 \text{ kW}$

Le vieillissement de la fonte s'accompagne d'une augmentation de la hauteur manométrique demandée qui diminue le débit de la pompe considérée mais aussi de la puissance consommée (qui diminue légèrement).

Le rendement global $\frac{P_H}{P_{elec}}$ passe de 55% à 54%.

Le principal effet à retenir est la diminution du débit quand la fonte vieillit alors le débit des 2 pompes sera insuffisant.

4) Pour le point de fonctionnement envisagé les infos de la fig. 2

donnant pump speed $\rightarrow 3200 \text{ rpm} \rightarrow 3200 \text{ tours.min}^{-1} \rightarrow \omega = 335 \text{ rad.s}^{-1}$

$$P_m = \frac{T \cdot \omega}{\text{vitesse rotat}} \quad \text{soit } T = \frac{72 \text{ kW}}{335}$$

$\downarrow$ mécanique couple

$$T = \frac{72 \cdot 10^3}{335} = 215 \text{ Nm}$$

Il faut utiliser un moteur qui peut fournir au moins ce couple.

de modules $\approx 225 \text{ N.m}$ suffit donc. Son rendement

à 3200 tr.min^{-1} est d'environ 96% (figure 3).

Soit une puissance consommée d'environ $\frac{72}{0,96} = 75 \text{ kW}$

Le moteur synchrone consomme lui 90 kW.

