

## CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DE PHYSIQUE-CHIMIE

e3a PSI 2024

Escale à Fort Boyard

Vous pouvez envoyer vos remarques à Fabien PAUCHET (fabien-christia.pauchet@ac-lille.fr) et Gaudeline WAGNER (gaudeline.wagner@ac-lille.fr)

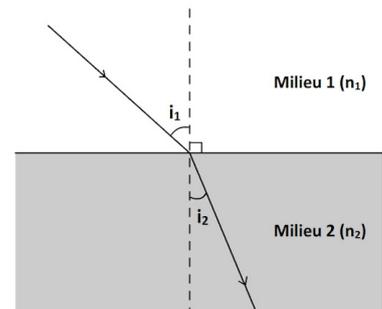
I Observation du Fort

**Q1.** Lois de Snell-Descartes de la réfraction :

Comme représenté sur la figure ci-contre (tracée pour  $n_2 > n_1$ ), les rayons incident et réfracté sont dans le plan d'incidence (constitué par le rayon incident et la normale au dioptre) et les angles incident  $i_1$  et réfracté  $i_2$  vérifient :

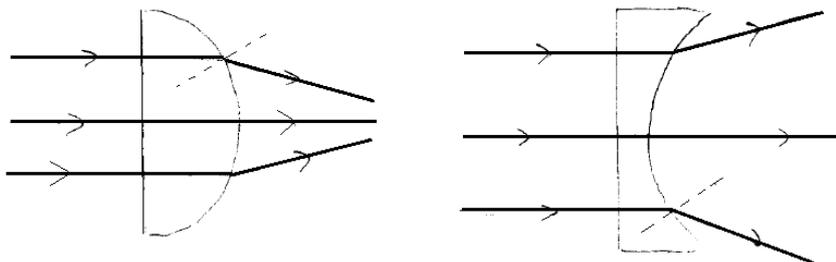
$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

avec  $n_1$  et  $n_2$  les indices respectifs des milieux 1 et 2.



**Q2.** Lorsque le rayon passe de l'air à la lentille en incidence normale, il n'est pas dévié car  $i_1 = i_2 = 0$ . Ensuite, quand il passe de la lentille à l'air, il passe d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent et s'écarte alors de la normale.

On se rend compte que, du fait de la forme des lentilles, les rayons se rapprochent de l'axe optique après une lentille plan convexe et s'en écartent après une lentille plan concave.



**Q3.** D'après les observations précédentes, on remarque que les rayons convergent vers l'axe optique après une lentille plan convexe : c'est une **lentille convergente**.

Inversement, les rayons divergent après une lentille plan concave : c'est une **lentille divergente**.

**Q4.** Le schéma de conjugaison est le suivant :

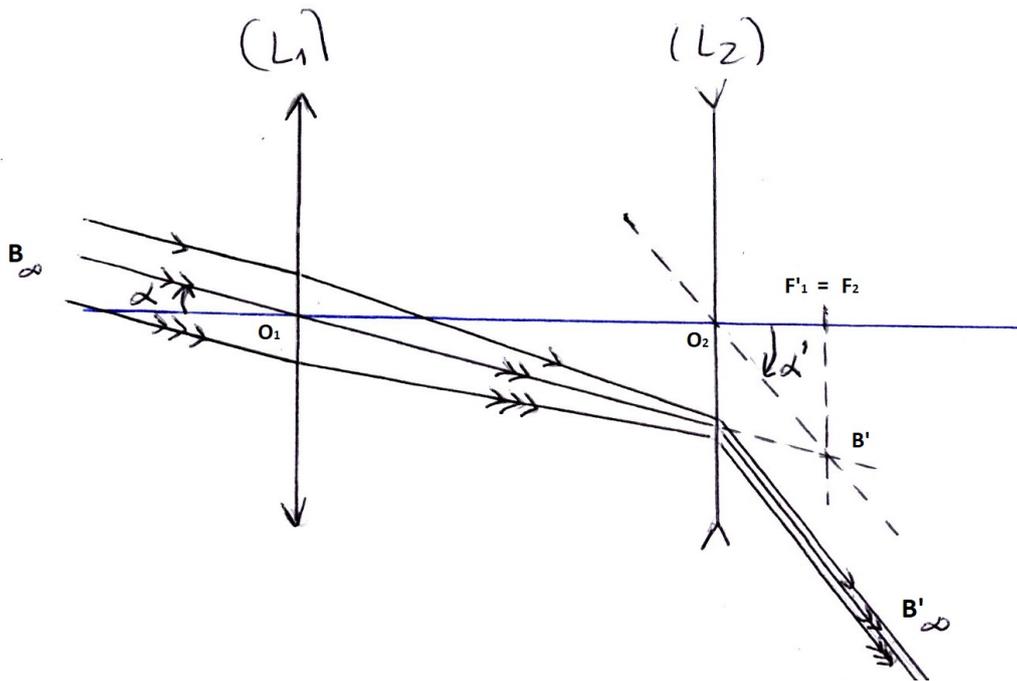
$$A_\infty \xrightarrow{(L_1)} F'_1 = F_2 \xrightarrow{(L_2)} A'_\infty$$

L'image de  $A_\infty$  par la lentille 1 est, par définition, le foyer principal image de  $L_1$ . L'objet donnant  $A'_\infty$  par la lentille 2 est, par définition, le foyer principal objet de  $L_2$ . Ainsi,  $F'_1 = F_2$ .

L'encombrement de la lentille est alors  $\ell = \overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F_2O_2} = f'_1 + f'_2$  et comme  $f'_2 = -|f'_2| < 0$ , on a :

$$\ell = f'_1 - |f'_2|$$

Q5. On obtient le schéma suivant :



Q6. On remarque que  $\alpha$  et  $\alpha'$  sont de même signe (ici, ils seraient négatifs si les angles étaient orientés) donc **l'image est droite**.

Dans la suite de cette partie, on considérera des angles non orientés.

Q7. Dans le triangle  $O_1F'_1B$ , on a :  $\tan \alpha = \frac{F'_1B}{f'_1} \simeq \alpha$  car  $\alpha \ll 1$ .

Dans le triangle  $O_2F_2B$ , on a :  $\tan \alpha' = \frac{F_2B}{|f'_2|} \simeq \alpha'$  car  $\alpha' \ll 1$ .

On a donc  $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f'_1}{|f'_2|}$

Q8. On a les relations suivantes :

$$G = \frac{f'_1}{|f'_2|} = -\frac{f'_1}{f'_2}$$

$$\ell = f'_1 + f'_2$$

On a donc :  $\ell = -f'_2 G + f'_2 \Rightarrow \boxed{f'_2 = \frac{\ell}{1-G} \simeq -1,3 \text{ cm}}$  puis  $\boxed{f'_1 = -G f'_2 \simeq 26 \text{ cm}}$  On a bien  $|f'_2| < f'_1$ .

**Q9.** On a  $\tan \alpha = \frac{h}{d}$  et comme  $\alpha \ll 1$ , on obtient  $\boxed{\alpha \simeq \frac{h}{d} \simeq 6,7 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}$ .

À travers les jumelles, on a :  $\boxed{\alpha' = G \alpha \simeq 1,3 \cdot 10^{-1} \text{ rad}}$ .

On a bien  $\alpha \ll 1$  mais  $\alpha' > \frac{1}{10}$  donc on n'a pas rigoureusement  $\alpha' \ll 1$ .

Cependant, on remarque que  $\tan \alpha' \simeq 1,3 \cdot 10^{-1} \simeq \alpha'$  donc les simplifications utilisées précédemment sont bien valables.

## II Mesure du temps : la clepsydre

**Q10.** Pour un écoulement stationnaire, parfait, homogène et incompressible et sans pièce mobile, on a, le long d'une ligne de courant :

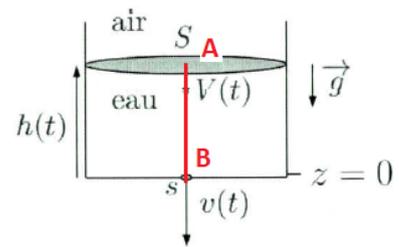
$$\boxed{P + \rho g z + \frac{1}{2} \rho v^2 = cte}$$

**Q11.** On applique la relation de Bernoulli sur la ligne de courant  $AB$  (en supposant que l'écoulement est quasi-stationnaire - *ce qui aurait pu être précisé dans l'énoncé*) :

$$P_A + \rho g z_A + \frac{1}{2} \rho V^2 = P_B + \rho g z_B + \frac{1}{2} \rho v^2$$

Or,  $P_A = P_B = P_0$ ,  $z_A = h$  et  $z_B = 0$  donc

$$v^2 = V^2 + 2gh$$



Le fluide étant un liquide supposé incompressible, l'écoulement est homogène et incompressible et le débit volumique se conserve.

Ainsi,  $v s = V S$  et comme  $s \ll S$ , on obtient  $V \ll v$  et finalement :  $\boxed{v(t) = \sqrt{2gh(t)}}$

**Q12.** *On a déjà dû utiliser précédemment le caractère homogène et incompressible de l'écoulement. C'est bizarre de préciser cette hypothèse seulement ici et pas avant ... Par ailleurs, le programme de PSI utilise plutôt la dénomination "homogène et incompressible" que "incompressible" tout seul.*

$$\boxed{V = \frac{v s}{S} = \frac{s}{S} \sqrt{2gh}}$$
 donc  $V$  diminue au cours de la vidange car  $h$  diminue.

**Q13.** On a  $V = \left| \frac{dh}{dt} \right| = -\frac{dh}{dt}$  car  $h$  décroît au cours du temps.

On a ici :  $S = \pi r^2 = \pi K^2 h^{2/n}$  donc  $V = \frac{s}{\pi K^2 h^{2/n}} \sqrt{2gh}$  d'où  $\boxed{\frac{dh}{dt} = -\frac{s \sqrt{2g}}{\pi K^2} \frac{\sqrt{h}}{h^{2/n}}}$   
ce qui est bien l'équation attendue.

**Q14.** Pour que  $\frac{dh}{dt}$  ne dépende pas du temps, il faut imposer  $\frac{dh}{dt} = cte$ . Comme  $h$  dépend du temps, il faut donc que  $\frac{dh}{dt}$  ne dépende pas de  $h$ , ce qui impose :

$$h^{1/2-2/n} = cte = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{2}{n} = 0 \Rightarrow \boxed{n = 4}$$

Une analyse dimensionnelle donc :  $L = [K] L^{1/4} \Rightarrow [K] = L^{3/4}$  donc  $K$  s'exprime en  $m^{3/4}$ .

**Q15.** 
$$K = \sqrt{\frac{s\sqrt{2g}}{\pi \left| \frac{dh}{dt} \right|}}$$
 A.N. :  $K \simeq 0,38 \text{ m}^{3/4}$

### III L'épreuve de la cloche

**Q16.**

$$\boxed{\vec{v} = \ell_0 \dot{\theta} \vec{u}_\theta \quad \text{et} \quad \vec{a} = -\ell_0 \dot{\theta}^2 \vec{u}_r + \ell_0 \ddot{\theta} \vec{u}_\theta}$$

**Q17.**  $E_p(X) = -mgX + cte$  (axe descendant) avec  $E_p(\theta = \pi/2) = E_p(X = 0) = 0$  donc  $cte = 0$ .

De plus,  $X = \ell_0 \cos \theta$  donc  $\boxed{E_p(\theta) = -mg \ell_0 \cos \theta}$

**Q18.** Système : masse  $m$

Référentiel : terrestre, supposé galiléen

Forces : poids  $\vec{P}$ , tension du fil  $\vec{T}$

On applique le théorème de la puissance mécanique :  $\frac{dE_m}{dt} = \sum \mathcal{P}_{nc}$

Le poids étant une force conservative, on a :  $\sum \mathcal{P}_{nc} = \mathcal{P}(\vec{T}) = \vec{T} \cdot \vec{v} = 0$  car  $\vec{T} = -T \vec{u}_r$  donc  $\boxed{\frac{dE_m}{dt} = 0}$

Or,  $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m \ell_0^2 \dot{\theta}^2 - mg \ell_0 \cos \theta$  donc  $m \ell_0^2 \dot{\theta} \ddot{\theta} + mg \ell_0 \dot{\theta} \sin \theta = 0$  soit

$$\boxed{\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0}$$

**Q19.** Dans le cas des petits mouvement,  $\theta \ll 1$  donc  $\sin \theta \simeq \theta$  et on retrouve l'équation d'un oscillateur harmonique :  $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$ .

La solution s'écrit :  $\theta(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$ . On a alors :  $\dot{\theta}(t) = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t) + B\omega_0 \cos(\omega_0 t)$ .

CI :  $\dot{\theta}(t = 0) = B\omega_0 = 0 \Rightarrow B = 0$  et  $\theta(t = 0) = A = \theta_0$ . Finalement :  $\boxed{\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t)}$

La période du mouvement s'écrit alors :  $\boxed{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_0}{g}}}$  A.N. :  $T_0 \simeq 5,3 \text{ s}$ .

Cette valeur est cohérente.

**Q20.** On doit reprendre l'expression de l'accélération qui n'est plus valable car  $\ell$  n'est plus constante. Par ailleurs, on ne peut plus utiliser de méthode énergétique car l'énergie mécanique ne se conserve plus. *L'énoncé est un peu trompeur ici car il semble flécher la mise en équation vers une méthode énergétique - Q18 - qui ne fonctionne pas ici.*

Système, référentiel, forces : idem.

Accélération :  $\vec{a} = (\ddot{\ell} - \ell \dot{\theta}^2) \vec{u}_r + (\ell \ddot{\theta} + 2 \dot{\ell} \dot{\theta}) \vec{u}_\theta$

On applique le principe fondamental de la dynamique :  $\sum \vec{F} = m \vec{a}$  et on le projette selon  $\vec{u}_\theta$  :

$$m(\ell \ddot{\theta} + 2 \dot{\ell} \dot{\theta}) = -mg \sin \theta \quad \text{soit}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{2\dot{\ell}}{\ell} \dot{\theta} + \frac{g}{\ell} \sin(\theta) = 0$$

On obtient bien l'équation demandée.

**Q21.** Entre  $M_{n,1}$  et  $M_{n,2}$ , la longueur du pendule est constante donc l'énergie mécanique se conserve (voir Q18).

La longueur du pendule est  $\ell = \ell_0 (1 + \alpha)$  donc  $E_p = -mg\ell_0(1 + \alpha) \cos \theta$  et  $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ .

$$E_{m_{n,1}} = E_{m_{n,2}} \Rightarrow -mg\ell_0(1 + \alpha) \cos \theta_n + 0 = -mg\ell_0(1 + \alpha) + \frac{1}{2} m v_{n,2}^2 \Rightarrow v_{n,2} = \sqrt{2g\ell_0(1 + \alpha) (1 - \cos \theta_n)^{1/2}}$$

On a donc :  $\beta = 1 + \alpha$  et  $\gamma = \frac{1}{2}$

**Q22.**  $\vec{L} = \overrightarrow{OM} \wedge m \vec{v}$  donc

$$\begin{aligned} \vec{L}_{n,2} &= m\ell_0(1 + \alpha) v_{n,2} \vec{u}_z \\ \vec{L}_{n,3} &= m\ell_0(1 - \alpha) v_{n,3} \vec{u}_z \end{aligned}$$

$$\vec{L}_{n,2} = \vec{L}_{n,3} \Rightarrow (1 + \alpha) v_{n,2} = (1 - \alpha) v_{n,3} \Rightarrow v_{n,3} = \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \sqrt{2g\ell_0(1 + \alpha) (1 - \cos \theta_n)^{1/2}}$$

**Q23.** On procède par analogie avec la Q21 mais avec  $\ell = \ell_0(1 - \alpha)$  :  $E_{m_{n,3}} = E_{m_{n,4}}$  soit

$$v_{n,3} = \sqrt{2g\ell_0(1 - \alpha) (1 - \cos \theta_{n+1})^{1/2}}$$

et on égale cette expression avec celle de la question précédente :

$$2g\ell_0(1 - \alpha)(1 - \cos \theta_{n+1}) = \left(\frac{1 + \alpha}{1 - \alpha}\right)^2 2g\ell_0(1 + \alpha) (1 - \cos \theta_n) \Rightarrow 1 - \cos \theta_{n+1} = \left(\frac{1 + \alpha}{1 - \alpha}\right)^3 (1 - \cos \theta_n)$$

donc  $\delta = 3$ .

Q24.

$$0 < \alpha < 1 \Rightarrow \left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)^3 > 1 \Rightarrow 1 - \cos \theta_{n+1} > 1 - \cos \theta_n \Rightarrow \cos \theta_{n+1} < \cos \theta_n \Rightarrow \boxed{\theta_{n+1} > \theta_n}$$

L'amplitude des oscillations **augmente**.

Q25. On remarque que la suite est une suite géométrique de raison  $q = \left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)^3$  donc

$$1 - \cos \theta_n = q^n (1 - \cos \theta_0)$$

On veut atteindre  $\theta_n = \frac{\pi}{2}$  soit  $\cos \theta_n = 0$ , ce qui implique  $\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)^{3n} = \frac{1}{1 - \cos \theta_0}$

En passant au logarithme népérien, on obtient :

$$\boxed{n = -\frac{\ln(1 - \cos \theta_0)}{3 \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)}}$$

A.N. :  $n \simeq 9,4$  donc il faudra 10 oscillations, ce qui correspond à  $N = 5$  allers-retours.

**Partie IV – Utilisation d'un colorant : la fluorescéine**

**Q26.** Par définition de la vitesse débitante :  $v_m = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\ell h}$      $AN: v_m = \frac{10 \cdot 10^{-9}}{60 \times 100 \cdot 10^{-6} \times 80 \cdot 10^{-6}} = 2,1 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Cette valeur semble élevée pour un débit volumique aussi faible... mais cela est dû à la section qui est, elle aussi, très faible.

Définition du nombre de Reynolds :  $Re = \frac{\tau_{diff}}{\tau_{conv}}$

avec :  $\tau_{diff}$  le temps caractéristique pour la diffusion de la quantité de mouvement  
 $\tau_{conv}$  le temps caractéristique pour la convection de la quantité de mouvement

Dans le cas présent, cela donne :  $Re = \frac{\rho L v_m}{\eta}$  mais que prendre comme distance caractéristique,  $\ell$  ou  $h$  ?

Cela importe peu car leurs ordres de grandeurs sont les mêmes. En prenant la moyenne des deux, c'est-à-dire :  $L = 90 \mu\text{m}$ , on obtient :

AN :  $Re = \frac{1,0 \cdot 10^3 \times 90 \cdot 10^{-6} \times 2,1 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^{-3}} \approx 1,9$

Manque d'information :

Il ne s'agit pas ici de l'écoulement dans une conduite cylindrique ; or c'est le seul cas au programme...

Si on suppose que dans le cas de l'écoulement dans une conduite à section rectangulaire la valeur limite du nombre de Reynolds entre les écoulements laminaires et turbulents est toujours  $2 \cdot 10^3$ , alors ici on a un écoulement laminaire car  $Re < 2 \cdot 10^3$ .

**Q27.** Système : {tranche de fluide de section  $S$  et comprise entre  $x$  et  $x+dx$ }

Réalisons un bilan de particules :  $d(\delta N) = \delta N_{entrant} - \delta N_{sortant}$

- la variation du nombre de molécules de fluorescéine contenues dans le système entre les instants  $t$  et  $t+dt$  s'écrit :

$$d(\delta N) = C(x, t + dt)Sdx - C(x, t)Sdx = \frac{\partial C}{\partial t} Sdxdt$$

- le nombre de molécules de fluorescéine entrant par la section située en  $x$  durant  $dt$  s'écrit :

$$\delta N_{entrant} = j(x, t)Sdt$$

- le nombre de molécules de fluorescéine sortant par la section située en  $x+dx$  durant  $dt$  s'écrit :

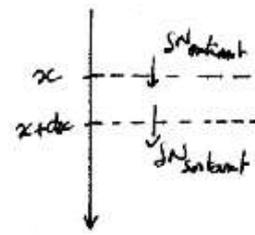
$$\delta N_{sortant} = j(x + dx, t)Sdt$$

D'où le bilan :  $\frac{\partial C}{\partial t} Sdxdt = j(x, t)Sdt - j(x + dx, t)Sdt = -\frac{\partial j}{\partial x} Sdxdt \Leftrightarrow \frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial j}{\partial x}$

Or la loi de Fick projetée sur  $\vec{u}_x$  donne :  $j(x, t) = -D \frac{\partial C}{\partial x}$

D'où l'équation de diffusion vérifiée par  $C(x, t)$  s'écrit :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$



**Q28.** Ecriture des conditions initiales, sachant que :  $\lim_{x \rightarrow 0^-} u(x, 0) = -\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow 0^+} u(x, 0) = +\infty$

$$\begin{cases} C(0^-, t) = 0 \\ C(0^+, t) = C_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A + B \int_0^{-\infty} e^{-s^2} ds = 0 \\ A + B \int_0^{+\infty} e^{-s^2} ds = C_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A - B \frac{\sqrt{\pi}}{2} = 0 & (1) \\ A + B \frac{\sqrt{\pi}}{2} = C_0 & (2) \end{cases}$$

(1)+(2) :  $2A = C_0 \Leftrightarrow A = \frac{C_0}{2}$     puis (2)-(1) :  $2B \frac{\sqrt{\pi}}{2} = C_0 \Leftrightarrow B = \frac{C_0}{\sqrt{\pi}}$

On sait que :  $\forall t > 0, u(0, t) = 0$ , d'où :  $C(0, t) = A = \frac{C_0}{2}$

**Q29.** On a immédiatement :  $y = v_m \cdot t$

D'après le cours, l'équation de la diffusion permet de relier la durée typique de la diffusion à la distance  $\delta$

sur laquelle le phénomène produit ses effets :  $t^* = \frac{\delta^2}{D} \Leftrightarrow \delta^2 = D \cdot t^*$

**Question mal posée :** je suppose que la « longueur observable de mélange des deux fluides » correspond à la distance  $\delta$  introduite ci-dessus. Alors au bout d'un temps  $t = t^*$ , on a la relation :

$$\delta^2 = \frac{D \cdot y}{v_m}$$

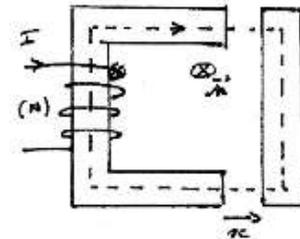
Or si  $Q$  augmente, alors  $v_m$  augmente également (voir Q26). Donc à  $y$  fixé,  $\delta$  diminue, par conséquent la diffusion est moins visible.

### Partie V – Explosion de la cartouche

**Q30.** Un milieu ferromagnétique doux est un milieu ferromagnétique dont le cycle d'hystérésis est « étroit », c'est-à-dire son champ coercitif vérifie :  $H_c \leq 10^2 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$

Si on est en dehors de la saturation, la relation entre les champs magnétique  $\vec{B}$  et d'excitation  $\vec{H}$  peut alors être considérée comme linéaire, on a alors :  $\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$

**Q31.** On applique le théorème d'Ampère sur la ligne de champ moyenne (représentée en pointillés) orientée correctement pour que les courants enlacés soient comptés positivement (voir figure ci-contre). L'excitation est la même dans le milieu ferromagnétique fixe et celui mobile car la section des deux milieux est la même. On suppose par ailleurs le champ  $\vec{H}$  uniforme dans chaque milieu (le noyau ferromagnétique et l'entrefer). On obtient :



$$H_f \times \ell + H_e \times 2x = NI$$

**Remarque :** La définition  $\ell$  était peu claire dans l'énoncé.

Les relations entre les champs  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$  s'écrivent dans les deux milieux :

$$\begin{cases} B_f = \mu_0 \mu_r H_f \\ B_e = \mu_0 H_e \end{cases}$$

La conservation du flux du champ  $\vec{B}$  donne, sachant que la section du circuit magnétique est inchangée :

$$B_f S = B_e S \Leftrightarrow B_f = B_e$$

**Remarque :** l'énoncé aurait dû tracer les lignes de champ afin de constater que la section du tube de champ restait la même dans l'entrefer, ou alors le dire explicitement.

Les trois relations précédentes conduisent alors à :

$$\frac{B_e}{\mu_0 \mu_r} \times \ell + \frac{B_e}{\mu_0} \times 2x = NI \Leftrightarrow B(x) = B_e = \frac{\mu_0 \mu_r NI}{\ell + 2\mu_r x}$$

**Q32.** Par définition :  $\mathcal{E}_{mag} = \iiint u_m d\tau$  avec  $u_m$  la densité volumique d'énergie magnétique

Ici l'intégrale va porter sur le système {noyau + entrefer} d'où :

$$\mathcal{E}_{mag} = \iiint_{\text{noyau}} \frac{B_f^2}{2\mu_0 \mu_r} d\tau + \iiint_{\text{entrefer}} \frac{B_e^2}{2\mu_0} d\tau$$

Sachant que d'après Q31 :  $B_f = B_e = B(x)$  et que ces champs sont supposés uniformes, on obtient :

$$\mathcal{E}_{mag} = \frac{(B(x))^2}{2\mu_0 \mu_r} \iiint_{\text{noyau}} d\tau + \frac{(B(x))^2}{2\mu_0} \iiint_{\text{entrefer}} d\tau = \frac{(B(x))^2}{2\mu_0} \left( \frac{S\ell}{\mu_r} + 2Sx \right) = \left( \frac{\mu_0 \mu_r NI}{\ell + 2\mu_r x} \right)^2 \frac{(\ell + 2\mu_r x)S}{2\mu_0 \mu_r}$$

$$\mathcal{E}_{mag} = \frac{1}{2} S \frac{\mu_0 \mu_r N^2 I^2}{\ell + 2\mu_r x}$$

Q33. On obtient par calcul :

$$\vec{F} = \left( \frac{\partial \mathcal{E}_{mag}}{\partial x} \right)_I \vec{u}_x = \frac{1}{2} S \mu_0 \mu_r N^2 I^2 \frac{-2\mu_r}{(\ell + 2\mu_r x)^2} \vec{u}_x \Leftrightarrow \boxed{\vec{F} = -\frac{\mu_0 \mu_r^2 N^2 S I^2}{(\ell + 2\mu_r x)^2} \vec{u}_x}$$

Ainsi,  $\vec{F} \propto -\vec{u}_x$  Par conséquent la partie mobile du noyau est attirée vers la partie fixe.

### Partie VI – Composition chimique du gong

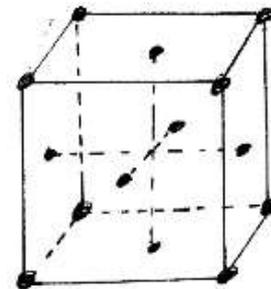
Q34. Maille cubique à faces centrées (cfc), voir figure ci-contre.

Sachant que les 8 atomes aux sommets sont partagés entre 8 mailles et les 6 atomes aux centres des faces sont partagés entre 2 mailles, le nombre d'atomes de cuivre par maille est :

$$\boxed{N = 8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} = 4}$$

Le contact entre atomes se fait selon la diagonale d'une face, d'où :

$$\boxed{a\sqrt{2} = 4R_{Cu}}$$



Q35. Par définition de la masse volumique :

$$\rho = \frac{m_{maille}}{V_{maille}} = \frac{NM_{Cu}}{N_a a^3} = \frac{NM_{Cu}}{N_a \left( \frac{4R_{Cu}}{\sqrt{2}} \right)^3} \Leftrightarrow \boxed{\rho = \frac{NM_{Cu}}{16\sqrt{2}N_a R_{Cu}^3}}$$

$$\underline{AN}: \rho = \frac{4 \times 63,5 \cdot 10^{-3}}{16\sqrt{2} \times 6,0 \cdot 10^{23} \times (128 \cdot 10^{-12})^3} = 8,89 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Q36. Dans une maille cfc, les sites octaédriques sont situés :

- au centre de la maille (entièrement dans la maille)
- au milieu de chaque arête (partagé entre 4 mailles)

$$\Rightarrow \boxed{N_o = 1 + 12 \times \frac{1}{4} = 4}$$

En se plaçant le long d'une arête, on détermine la dimension du site octaédrique :

$$2R_{Cu} + 2R_o = a \Leftrightarrow R_o = \frac{a}{2} - R_{Cu} = \left( \frac{4}{2\sqrt{2}} - 1 \right) R_{Cu} \Leftrightarrow \boxed{R_o = (\sqrt{2} - 1)R_{Cu}}$$

$$\underline{AN}: R_o = 53,0 \text{ pm}$$

Q37. On a :  $R_{Sn} > R_o$ , donc les atomes d'étain ne peuvent pas se placer dans les sites octaédriques de la structure cfc du cuivre (ce ne serait pas non plus possible dans les sites tétraédriques qui sont encore plus petits que les sites octaédriques). Par conséquent, le bronze est un **alliage de substitution**.

Q38. Le nombre d'oxydation de l'étain est :

- dans Sn : no(Sn) = 0
- dans  $\text{Sn}^{2+}$  : no(Sn) = +II
- dans  $\text{Sn}^{4+}$  : no(Sn) = +IV

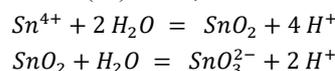
Par ailleurs, sachant que dans les différentes espèces citées, no(H) = +I et no(O) = -II, on en déduit que :

- dans  $\text{SnO}_2$  : no(Sn) = +IV
- dans  $\text{SnO}_3^-$  : no(Sn) = +IV
- dans  $\text{HSnO}_2^-$  : no(Sn) = +II

Il y a deux espèces pour lesquelles no(Sn) = +II, or on a :



De même il y a 3 espèces pour lesquelles no(Sn) = +IV, or on a :

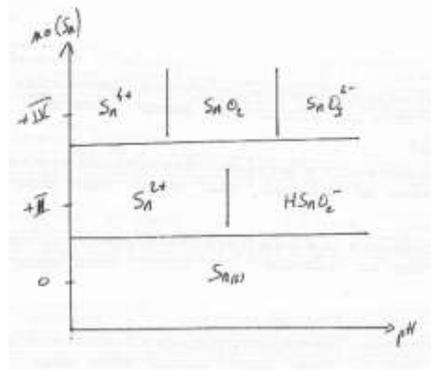


Cela permet de positionner les espèces dans l'ordre :  $\text{Sn}^{4+}$ ,  $\text{SnO}_2$ ,  $\text{SnO}_3^-$  lorsque le pH augmente.

On en déduit l'ébauche de diagramme E-pH suivante, sachant que plus le nombre d'oxydation de l'étain est grand plus le potentiel est important :

On peut donc attribuer chacun des domaines à une espèce :

domaine I : $Sn^{4+}$	domaine II : $Sn^{2+}$
domaine III : $SnO_2$	domaine IV : $Sn$
domaine V : $HSnO_2^-$	domaine VI : $SnO_3^{2-}$



**Q39.** ( $Sn^{2+} / Sn$ ) :  $Sn^{2+} + 2 e^- = Sn_{(s)}$

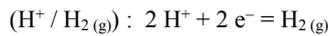
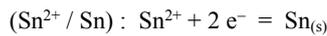
La formule de Nernst sur la frontière entre les domaines II et IV donne :

$$E_{frontière} = E_{(Sn^{2+}/Sn)}^o + \frac{0,06}{2} \log[Sn^{2+}] \Leftrightarrow E_{(Sn^{2+}/Sn)}^o = E_{frontière} - 0,03 \log c_T$$

AN :  $E_{(Sn^{2+}/Sn)}^o = -0,23 + 0,09 = -0,14 \text{ V}$

ce qui est cohérent avec la valeur de -0,137 V donnée dans l'énoncé.

**Q40.** Les espèces  $Sn_{(s)}$  et  $H_2O_{(l)}$  ont des domaines d'existence / de prédominance disjoints (domaine IV et domaine situé entre les 2 droites en pointillés), par conséquent elles ne peuvent pas coexister, elles vont réagir entre elles si on les met en contact.



D'où l'équation de la réaction :  $Sn_{(s)} + 2 H^+ \rightarrow Sn^{2+} + H_{2(g)}$  dégagement gazeux de dihydrogène

**Q41.** A l'aide de l'équation d'état du gaz parfait, on obtient :

$$PV = nRT \Leftrightarrow V_m = \frac{V}{n} = \frac{RT}{P}$$

AN :  $V_m = \frac{8,314 \times 293}{1,013 \cdot 10^5} = 2,40 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} = 24,0 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$

**Q42.** D'après Q40, en supposant que l'étain est le réactif limitant, on a :  $n(Sn)_{échantillon} = n(H_{2(g)})_{dégagé} = \frac{V_f}{V_m}$

D'où la masse d'étain présente dans l'échantillon :

$$m_{Sn} = n(Sn) \times M(Sn) = \frac{V_f}{V_m} \times M(Sn) \quad \text{AN : } m_{Sn} = \frac{153 \cdot 10^{-3}}{24,0} \times 118,7 = 0,757 \text{ g}$$

On en déduit alors le pourcentage massique d'étain :

$$w_{Sn} = \frac{m_{Sn}}{m} = \frac{0,754}{3,00} = 25,2 \%$$

Vérifions que l'ion  $H^+$  était bien en excès :

La quantité de matière de  $H^+$  introduit vaut :  $n(H^+) = C \times V = 0,1 \times 0,5 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$

Or on a trouvé que :  $n(Sn)_{échantillon} = \frac{V_f}{V_m} = \frac{153 \cdot 10^{-3}}{24,0} = 6,4 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$

Donc on a :  $2 \times n(Sn)_{échantillon} < n(H^+)$

C'est-à-dire que l'ion  $H^+$  est bien en excès (d'après réaction de Q40).