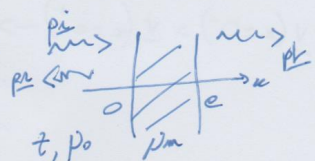


- Transmission au travers d'un mur

a) Ondes incidentes : $p_i = A e^{j(\omega t - kx)}$
 $v_i = \frac{p_i}{Z} = \frac{A}{Z} e^{j(\omega t - kx)}$



b) $p_r = R p_i = R A e^{j(\omega t + kx)}$
 $v_r = -\frac{p_r}{Z} = -\frac{R A}{Z} e^{j(\omega t + kx)}$ } ondes réfléchies dans l'air ; $k = -k \vec{u}_x$
 $p_t = T p_i = T A e^{j(\omega t - kx)}$
 $v_t = \frac{p_t}{Z} = \frac{T A}{Z} e^{j(\omega t - kx)}$ } ondes transmises après le mur ; $k = k \vec{u}_x$

c) Tous les points du mur vibrent avec la même vitesse si l'onde dans le mur y varie très faiblement. La distance caractéristique d'écoulement de la vitesse est λ_{mur} , donc si $e \ll \lambda_{mur}$ le mur apparaît comme "infinitésimal" fin et tous ses points vibrent en phase ! $\rightarrow$ "équivalent à l'ARDS" d'état de l'onde en $x=e$ peut être comparé à l'état de l'onde de vitesse en $x=0$: il y a un déphasage $\varphi = k e$ entre ces 2 points extrêmes.

$$\frac{e^{j\omega t}}{Z} \approx \frac{e^{j(\omega t - kx)}}{Z} \text{ ssi } e^{-jke} \approx 1 \text{ } \rightarrow \text{ } \varphi = ke \ll 2\pi$$

soit $\frac{\omega e}{\lambda_{mur}} \ll 2\pi \Leftrightarrow e \ll \lambda_{mur}$

Comme la célérité du son dans le mur est supérieure à celle de l'air, $\lambda_{air} = \frac{c_{air}}{f} < \lambda_{mur} = \frac{c_{mur}}{f}$
 on peut se contenter de $e \ll \lambda_{air} < \lambda_{mur}$

d) La vitesse est continue sur chaque interface } donc $v(x=0^+) = v(x=0^-)$
 en $x=0$ et $x=e$ } $v(x=e^-) = v(x=e^+)$
 avec $v(x=0^+) = v(x=e^-)$ car tous les points du mur ont la même vitesse
 $v(x=0^-) = v(x=e^+) \rightarrow$ la vitesse est la même avant et après le mur

C'est normal car le mur est "infinitésimal" fin du point de vue de la propagation des ondes sonores.

$v(x=0^-) = v(x=e^+) \rightarrow \frac{p_i}{Z} + \frac{p_r}{Z} = \frac{p_t}{Z} \Rightarrow \frac{A}{Z} e^{j\omega t} + \frac{R A}{Z} e^{j\omega t} = \frac{T A}{Z} e^{j\omega t}$
 $1 + R = T$

e) On applique le PFD à une section de mur de surface S et de masse $m = \rho_m \times V = \rho_m \times S e$.
 En projection sur l'axe $\vec{u}_x$: $\vec{F}_p(x=0) = (p_0 + p_i + p_r) S$
 $\vec{F}_p(x=e) = -(p_0 + p_t) S$
 avec $v_{mur} = v_t(x=e^+) \rightarrow$ par exemple $\approx v_t(x=0^+)$

$\mu_m \frac{dv_{mur}}{dt} = [p_i(x=0^-) + p_r(x=0^+) - p_t(x=0^+)] S$
 $\mu_m e \times j\omega \times \frac{A}{Z} T e^{j\omega t} = A e^{j\omega t} [1 + R - T]$

$T \left(1 + \frac{\mu_m e j\omega}{Z} \right) - R = 1$

f) $T \left(1 + \frac{\mu_m e j\omega}{Z} \right) + T - 1 = 1$

$T = \frac{2}{2 + \frac{\mu_m e j\omega}{Z}}$

$\frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$

avec $\omega_0 = \frac{2Z}{\mu_m e}$

$\hookrightarrow$ filtre passe-bas $\rightarrow f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{Z}{\pi \mu_m e}$

g) $I_i = \langle p_i v_i \rangle$
 $I_i = \frac{1}{2} \text{Re}(p_i v_i^*)$

$I_t = \frac{1}{2} \text{Re}(p_t v_t^*) = \frac{1}{2} \text{Re}\left(T p_i \times \frac{p_t^*}{Z}\right) = \frac{1}{2} \text{Re}\left(T p_i \times \frac{T^* p_i^*}{Z}\right)$

$I_t = \text{Re}(T T^*) \times \frac{1}{2} \text{Re}(p_i v_i^*) = |T|^2 I_i$

$$T = \frac{I_t}{I_i} = |\underline{t}|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

• $T \leq 1$! La puissance transmise est inf. à la puissance incidente car une partie est réfléchi.

• Les sour aigus, f élevée, st $\ominus$ bien transmis que les sons graves $\rightarrow$ filtres BS
ex: passage d'une voiture aux vibrations fortes et aïs d'enfants!

• Bonne isolat $\rightarrow T = \frac{1}{1 + \left(\frac{\mu m e \omega}{2\pi}\right)^2} \rightarrow$ mur épais e élevée et dense μm élevée $\rightarrow$ normal!

b) $f = 100 \text{ Hz} \rightarrow \underline{I_{air}} = \frac{P}{f} = \frac{360}{100} = 3,6 \text{ m} \gg e = 15 \text{ cm} \rightarrow$ approx. vérifiée

$$\underline{f_0} = \frac{c}{\pi \mu m e} = \frac{410}{\pi \times 2.63 \times 9.15} = 0,44 \text{ Hz} \quad \text{et } f \gg f_0 \quad \text{forte atténuation!}$$

En effet $\rightarrow T = 1,9.10^{-5}$

$$I_{int} = T I_{ext} \rightarrow \underline{I_{dB, int}} = \frac{I_{dB, ext} + 10 \lg T}{= 80 - 47 = 33 \text{ dB}}$$

forte atténuation! confirmée.

2 - Adaptation d'impédance

a) sans gel $\rightarrow T = \frac{4z_a z_p}{(z_a + z_p)^2} \approx 10^{-3} \rightarrow 0,1\%$ de l'onde incidente est transmise soit une réflexion très forte qui n'est pas efficace

$\frac{p_{i,a}}{m}$	$\frac{p_{t,g}}{m}$	$\frac{p_{t,p}}{m}$
$\frac{p_{r,a}}{m}$	$\frac{p_{r,g}}{m}$	
(air)	(gel)	(eau)

(air)

$$p_{i,a} = A_i e^{j(\omega t - k_a x)}$$

$$p_{r,a} = \underline{r}_a A_i e^{j(\omega t + k_a x)}$$

(gel)

$$p_{t,g} = \underline{t}_1 A_i e^{j(\omega t - k_g x)}$$

$$p_{r,g} = \underline{r}_1 (\underline{t}_1 A_i) e^{j(\omega t + k_g x)}$$

(eau)

$$p_{t,p} = \underline{t}_2 (\underline{t}_1 A_i) e^{j(\omega t - k_p x)}$$

c) Pour une transmission optimale, on cherche à obtenir $\underline{p}_{r,a} \approx 0$ soit $\underline{r}_1 \approx 0$

Relat de passage en $x=e \Rightarrow$ continuité de la pression

$$p_{t,g}(x=e^-) + p_{r,g}(x=e^-) = p_{t,p}(x=e^+)$$

$$\underline{t}_1 A_i e^{j\omega t} e^{-jk_g e} + \underline{r}_1 \underline{t}_1 A_i e^{j\omega t} e^{jk_g e} = \underline{t}_2 \underline{t}_1 A_i e^{j\omega t} e^{-jk_p e}$$

$$\underline{t}_1 + \underline{r}_1 \underline{t}_1 e^{2jk_g e} = \underline{t}_2 \underline{t}_1$$

$$1 + \underline{r}_1 e^{2jk_g e} = \underline{t}_2$$

d) $e^{2jk_g e} = \pm 1 \rightarrow$ réel car impédances acoustiques réelles

$$\rightarrow e^{2jk_g e} = 1 \Leftrightarrow (z_g - z_a)(z_g + z_p) = (z_g + z_a)(z_g - z_p)$$

$$z_g z_p - z_g z_a = 0 \Leftrightarrow \underline{z_p = z_a}$$

ce qui n'est pas le cas!!

$$\rightarrow \frac{e}{2\lambda g} = -1 \Leftrightarrow 2g^2 = 2\lambda p \Leftrightarrow 2g = \sqrt{2\lambda p} = \sqrt{35 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}}$$

Par l'épaisseur $2\lambda g = \pi + 2\lambda p$
 $\frac{2\lambda p}{2g} = \pi + 2\lambda p$ avec $p \in \mathbb{Z}$

$$e = (p + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2}$$

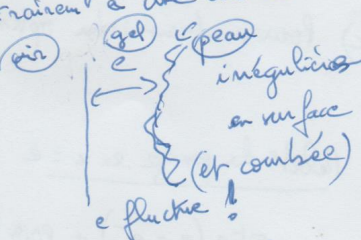
accord entre λg et e
 $\lambda g \approx e$ en ordre de grandeur
 (condition d'interf. destructive)

C'est sur le m principe que reposent les couches anti-reflet déposées sur les verres de lunettes.

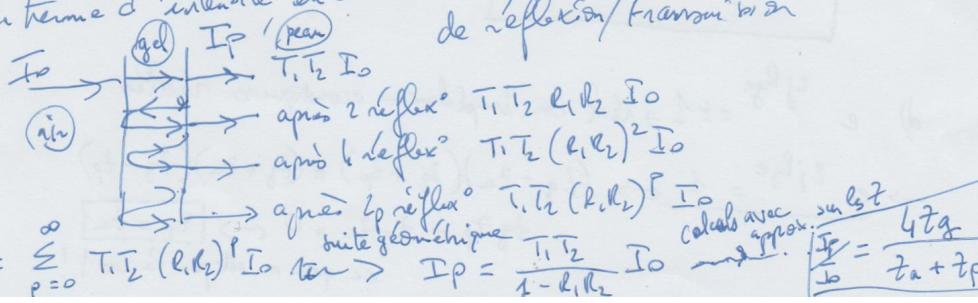
lq) Cependant le modèle de réflexion d'ondes multiples suppose ici une superposition d'ondes multiples cohérentes.

Cependant entre la peau et l'air la couche de gel n'a pas une épaisseur constante dans la réalité, contrairement à une couche anti-reflet bien déposée sur un verre.

$$\lambda_{\text{gel}} = \frac{c}{f} \approx \frac{1500}{10 \cdot 10^6} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,15 \text{ mm}$$



Si les fluctuations d'épaisseur du gel sont de l'ordre de λ_{gel} les phases des ondes qui émergent du gel vers la peau varient de manière aléatoire sans possibilité de superposition (interférences). Alors l'intensité totale est la somme des intensités et il faut réfléchir en terme d'intensité en utilisant les coeff. de réflexion/transmission



Ondes sonores : impédances géométriques (surface d'émission/propagation)

1. a) L'onde incidente est de la forme :

$$p_{1i} = A \cos(\omega t - kx)$$

où $k = \omega/c$, et :

$$\vec{v}_{1i} = \frac{A}{Z} \cos(\omega t - kx) \vec{u}_x.$$

Similairement, pour l'onde réfléchie,

$$p_{1r} = rA \cos(\omega t + kx)$$

et $\vec{v}_{1r} = -r \frac{A}{Z} \cos(\omega t + kx) \vec{u}_x.$

Enfin, en ce qui concerne l'onde transmise,

$$p_{1t} = tA \cos(\omega t - kx)$$

et $\vec{v}_{1t} = t \frac{A}{Z} \cos(\omega t - kx) \vec{u}_x.$

b) La continuité de la pression s'écrit :

$$p_{1i}(x=0, t) + p_{1r}(x=0, t) = p_{1t}(x=0, t)$$

soit $1 + r = t$.

La conservation du débit volumique donne :

$$S_1 (v_{1i}(x=0, t) + v_{1r}(x=0, t)) = S_2 v_{1t}(x=0, t)$$

soit $S_1 (1 - r) = S_2 t$.

c) On déduit $r = \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2}$ et $t = \frac{2S_1}{S_1 + S_2}$.

d) On évalue $I_i = \langle p_{1i} v_{1i} \rangle = \frac{A^2}{2Z}$, $I_r = \langle p_{1r} v_{1r} \rangle = -r^2 \frac{A^2}{2Z}$

et $I_t = \langle p_{1t} v_{1t} \rangle = t^2 \frac{A^2}{2Z}$.

Pour les ondes incidente et réfléchie, la section est S_1 , d'où $P_i = I_i S_1$ et $P_r = I_r S_1$ ($P_r < 0$ n'est qu'une question de convention : cela signifie que la puissance est transmise vers la gauche). Pour l'onde transmise, la section est S_2 , d'où $P_t = I_t S_2$.

e) Les coefficients de réflexion et transmission se définissent par :

$$R = \frac{|P_r|}{P_i} = r^2 = \left(\frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2} \right)^2$$

$$\text{et : } T = \frac{P_t}{P_i} = t^2 \frac{S_2}{S_1} = \frac{4S_1 S_2}{(S_1 + S_2)^2}$$

On vérifie que, par conservation de l'énergie,

$$R + T = 1$$

En premier lieu, on vérifie que si $S_2 = S_1$, aucune onde réfléchie n'existe et l'onde transmise a en fait la même forme que l'onde incidente.

Si $S_2 \gg S_1$, $r \rightarrow -1$ et $t \rightarrow 0$. On peut alors prendre comme condition aux limites un nœud de suppression (et par conséquent un ventre de vitesse). C'est l'inverse d'un tuyau terminé par un bouchon rigide. Dans ce cas, $R \rightarrow 1$ et $T \rightarrow 0$, aucune énergie n'est transmise. Afin d'atténuer cet effet, on place un pavillon évasé en sortie d'un tuyau débouchant à l'air libre, comme par exemple une clarinette.