

E3A PSI 2019

A1. En régime stationnaire : $\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{P} = I_{\text{enlacé}}$

avec $I_{\text{enlacé}}$ les courants enlacés par Γ fermé.

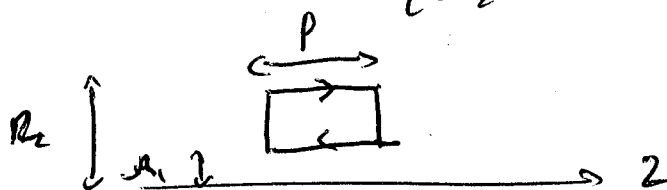
Dans un milieu non magnétique : $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$ car $\vec{M} = \vec{0} \Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{P} = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$

A2. • $(r, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ plan de symétrie des courants
donc $\vec{B}(M) = (r, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta) : \vec{B} = B(r, \theta, z) \vec{u}_z$

• Invariance des courants par rotation autour de Oz et translation suivant Oz :

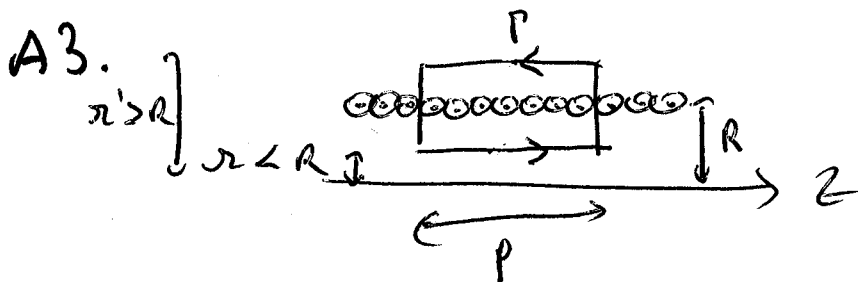
$$\vec{B} = B(r) \vec{u}_z$$

• Théorème d'Ampère sur le contour suivant, avec $\begin{cases} r_1 < R \\ r_2 < R \end{cases}$ ou $\begin{cases} r_1 > R \\ r_2 > R \end{cases}$:



$$B(r_2)P - B(r_1)P = 0 \\ \Rightarrow B(r_1) = B(r_2)$$

Donc $B(r)$ indépendant dans le solénoïde d'une part, et à l'extérieur d'autre part.



Th. d'Ampère :

$$B(r)P - \underbrace{B(r')P}_{=0} = \mu_0 \times n P I$$

$$\Rightarrow B(r < R) = \mu_0 n I$$

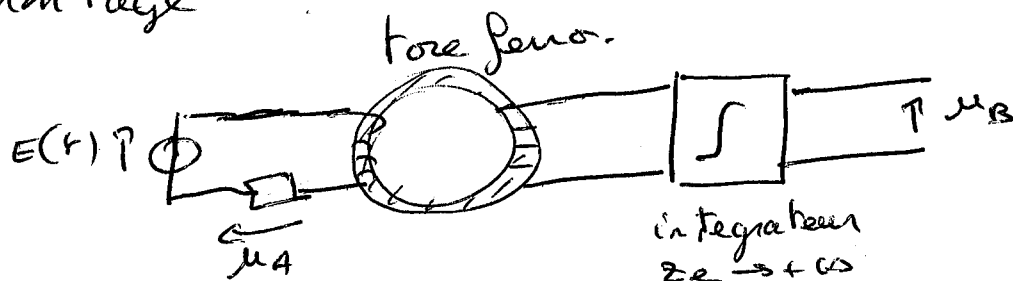
$$\Rightarrow \vec{B}(r < R) = \mu_0 n I \vec{u}_z$$

B1. • Champ coercitif : excitation magnétique permettant d'annuler B et $\vec{M}$

• champ rémanent : champ magnétique ou aimantation observés pour $H = 0$.

B2. Ferromagnétique : cycle large, H_c et B_r élevés
 Ferromagnétique doux : cycle étroit

- figure 3 adaptée à ferromagnétique doux
- montage :



$\mu_A \propto H$
 $\mu_B \propto B$ $\Rightarrow$ oscillo en mode XY.

B3. Avec A3 : $\vec{H}(r < R) = nI \vec{u}_z$

- Alors $\begin{cases} \text{si } |nI| \leq H_{sat} : \vec{B} = \mu nI \vec{u}_z \\ \text{si } |nI| \geq H_{sat} : \vec{B} = \pm B_{sat} \vec{u}_z \end{cases}$

avec $B_{sat} = \mu H_{sat}$

B4. $\phi = B(t)S$

B5. $e = - \frac{d\phi_{tot}}{dt}$: induction.

B6. $\phi_{tot} = N_s B(t)S \Rightarrow e(t) = -N_s S \frac{dB}{dt}$

- Si B saturé : $B = B_{sat}$ et $e = 0$

- Si B non saturé : $B = \mu H = \mu n i(t) \Rightarrow e(t) = -N_s S \mu n \frac{di}{dt} \neq 0$

C1. saturations de B : à ± 1 u.a.

C2. fondamental : $B_0 = 5$ u.a.

harmoniques : d'ordre impair uniquement $((2n+1)B_0)$

C3. $\vec{H}_0 = \frac{\vec{B}_0}{\mu}$ donc $\vec{H} = \left(n i(t) + \frac{B_0}{\mu} \right) \vec{u}_z$

C4. H a une composante continue donc n'est plus symétrique par rapport à l'axe des temps.
 La durée de la saturation à B_{sat} est plus longue qu'à $-B_{sat}$.

C5. Tous les harmoniques (pairs et impairs) sont présentes : voir C4.

$$\begin{aligned}
 C6. \frac{dB}{dt} &= a \frac{dH}{dt} - 3b H^2 \frac{dH}{dt} \\
 &= a \omega H_m \cos(\omega t) - 3b (H_0 + H_m \sin \omega t)^2 \times H_m \omega \cos(\omega t) \\
 &= (a - 3b H_0^2) \omega H_m \cos(\omega t) - 6b H_0 H_m^2 \omega \cos(\omega t) \sin(\omega t) \\
 &\quad - 3b H_m^3 \omega \sin^2 \omega t \cos(\omega t)
 \end{aligned}$$

En linéarisant : $\cos(\omega t) \sin(\omega t) = \frac{1}{2} \sin(2\omega t)$
 $\sin^2 \omega t \cos \omega t = \frac{1}{2} \cos(\omega t) - \frac{1}{2} \cos(2\omega t) \cos(\omega t)$
 $= \frac{1}{2} \cos(\omega t) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} (\cos(3\omega t)) + \cos(\omega t) \right)$

Soit donc :

$$\begin{aligned}
 \frac{dB}{dt} &= (a - 3b H_0^2 - \frac{3}{4} b H_m^2) H_m \omega \cos(\omega t) - 3b H_0 H_m^2 \omega \sin(2\omega t) \\
 &\quad + \frac{3}{4} b H_m^3 \omega \cos(3\omega t)
 \end{aligned}$$

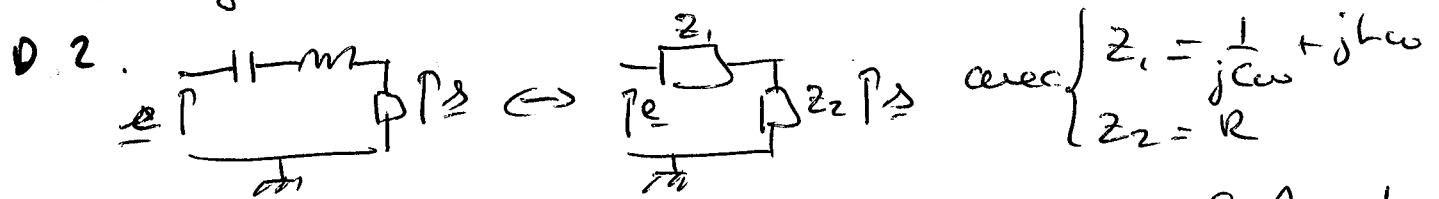
Soit donc :

$$\begin{cases}
 K_1 = \left[(a - 3b H_0^2) H_m - \frac{3}{4} b H_m^3 \right] \omega \\
 K_3 = \frac{3}{4} b H_m^3 \omega \\
 K_2 = -3b H_0 H_m^2 \omega
 \end{cases}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{impaires} \\ \text{de } H_m. \end{array}$$

C7. L'harmonique de rang 2 a une amplitude de $+3b H_0 H_m^2 \omega$: connaissant b , H_m et ω , on déduit H_0 de sa mesure.

Pour l'isoler, on peut utiliser un passe-bande centré sur $10 \mu a$.

D1. L'objectif est d'isoler l'harmonique de rang 2.

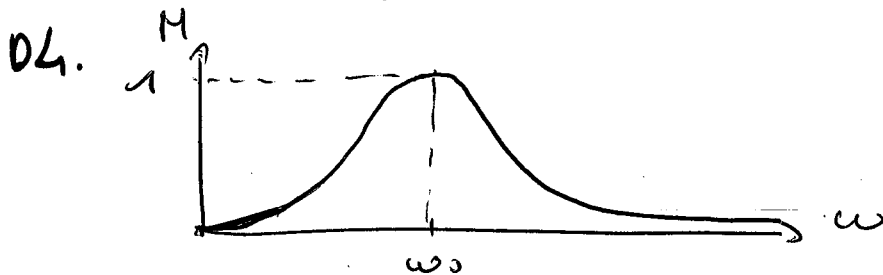


$$\Rightarrow \underline{H} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{1 + j\left(\frac{L}{R}\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)}$$

Par identification $\begin{cases} A = 1 \\ \frac{Q}{\omega_0} = \frac{L}{R} \\ Q\omega_0 = \frac{1}{RC} \end{cases}$

$$\Rightarrow A = 1 \quad \omega_0 = (LC)^{-1/2} \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

D3. $|\underline{H}| = \frac{1}{(1 + (Q(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}))^2)^{1/2}}$ maxi pour $\omega = \omega_0$: $|\underline{H}|_{\max} = 1$



D5. • Bande passante : bande de fréquences telles que $H(\omega) \geq \frac{H_{\max}}{\sqrt{2}}$ ($20 \log(H(\omega)) \geq 20 \log(H_{\max}) - 3$)
 • $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q} \rightarrow$ d'autant plus étroite que Q est élevé.

D6. $\underline{\omega_0} = 2\omega_c = 4\pi f_c$

E1. $s_2(t) = K_A \cos(2\omega_c t) [A \cos(2\omega_c t + \varphi) + b(t)] = \frac{KA\sqrt{2}}{2} (\cos(4\omega_c t + \varphi) + \cos(\varphi)) + KB \cos(2\omega_c t) b(t)$
 $\Rightarrow$ composante continue $\frac{KA\sqrt{2}}{2} \cos(\varphi)$

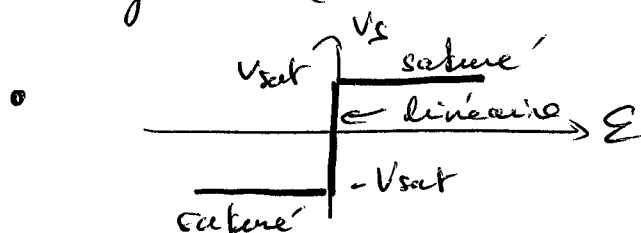
E2.  $\underline{H}' = \frac{1}{1 + j\omega RC}$ avec $\omega_c = \frac{1}{RC}$

E3. si fait $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} \ll 4f_c = 4 \cdot 10^3 \text{ Hz}$

Pour $R = 10^4 \Omega$ et $F = 1 \mu\text{F}$ on a $f_c = \frac{1}{2\pi RC} \approx 10 \text{ Hz} \ll 4 \cdot 10^3 \text{ Hz}$

E4. Si le champ extérieur n'est pas compensé, alors $s_3 \neq 0$ et l'intégrateur fournira une tension croissante (ou décroissante) suivant son signe. Le champ créé par la bobine détectrice va donc croître (ou décroître) jusqu'à la compensation : alors $s_3 = 0$ la sortie de l'intégrateur est constante.

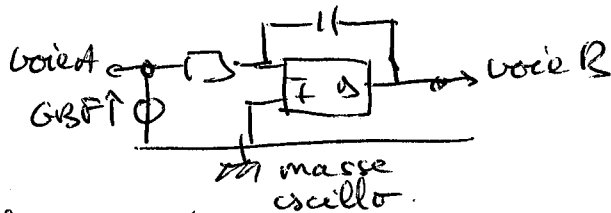
E5. ALI idéal : courants de polarisation nuls, gain infini (entre autres...)



E6. courant en sortie de la conversion tension-courant (courant dans la bobine de mesure) ou tension en sortie de l'intégrateur.

E7. Alimentation symétrique pour l'ALI ($\pm V_{cc}$)

{ Oscillo
 GBF



E8. $V_+ = V_- = 0$ (idéal et linéaire)

$$\Rightarrow e(t) = Ri \text{ et } i(t) = C \frac{d(0 - \Delta)}{dt} = -C \frac{d\Delta}{dt} \quad (i_- = 0)$$

$$\Rightarrow e(t) = -RC \frac{d\Delta}{dt} = -\tau \frac{d\Delta}{dt} \text{ avec } \tau = RC \quad ||$$

intégrateur.

F1. $(\vec{n}, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ plan de symétrie des courants $\rightarrow$
 donc $\vec{H}_1 + (0, \vec{u}_r, \vec{u}_z) : \vec{H}_1 = H_1(r, t) \vec{u}_\theta = H_1(r, z, t) \vec{u}_\theta$
 invariances
 • Les lignes de champ sont donc des cercles
 d'axes Oz .

F2. Théorème d'Ampère sur une ligne
 de champ dans le tore: $r \bigcirc \xrightarrow{y} z$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{enc} = N_1 I_m \Rightarrow \underbrace{H_1(r, t)}_{H_m} \times 2\pi r = N_1 I_m \sin(\omega t) \underbrace{\vec{u}_\theta}_{\vec{u}_\theta}$$

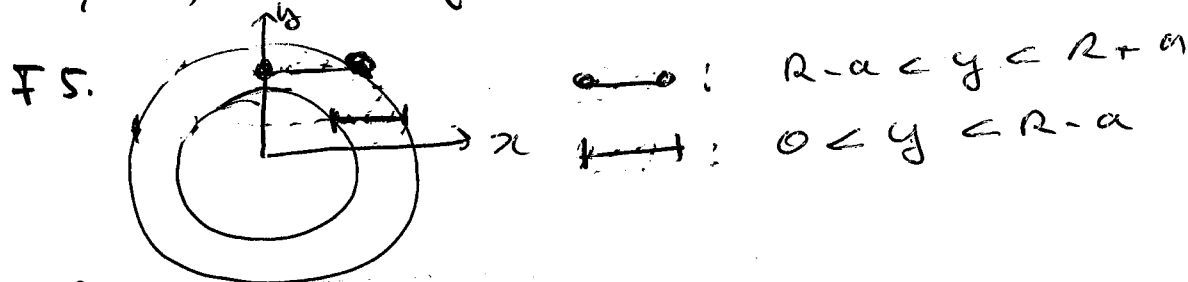
F3. L'amplitude de $\vec{H}_1(r, t)$ est $\frac{N_1 I_m}{2\pi r}$

On veut $\frac{N_1 I_m}{2\pi r} \geq H_{min} \quad \forall r \in [R-a, R+a]$

$$\Rightarrow \frac{N_1 I_m}{2\pi(R+a)} \geq H_{min} \Rightarrow I_{m, min} = \frac{2\pi(R+a)H_{min}}{N_1}$$

$I_{m, min} = 0,754 \text{ A}$

F4. La projection de $\vec{H}_1$ sur $\vec{u}_y$ donne bien
 $H_1(r, t) \times \cos \theta$ ($\vec{u}_\theta \cdot \vec{u}_y = \cos \theta$)



$$F6. \frac{\partial B_y}{\partial t}(-x, y) + \frac{\partial B_z}{\partial t}(x, y) = (K_1(-x, y) + K_1(x, y)) \cos(\omega t) + (K_2(-x, y) + K_2(x, y)) \sin(2\omega t) + (K_3(-x, y) + K_3(x, y)) \cos(3\omega t)$$

On en remplaçant H_m par $H_m \cos(\theta(x, y))$ dans les expressions
 de C6 de K_1, K_2 , et K_3 , et considérant que $\cos(\theta(x, y)) = \cos(\pi - \theta(x, y))$
 $= -\cos(\theta(x, y))$, on a $K_1(-x, y) + K_1(x, y) = 0$ et $K_3(-x, y) + K_3(x, y) = 0$
 (K_1 et K_3 impaires de $H_m \cos(\theta(x, y))$). Et $K_2(-x, y) + K_2(x, y) = 2K_2(x, y)$ (paire).
 $\Rightarrow \epsilon_{sphere}(y, t) = 3\mu_0 \sin(2\omega t) \int_{(x>0, y)} H_m^2(x, y, z) \cos^2(\theta(x, y)) dx dz$

F7. La bobine de mesure a N_2 spires sur une hauteur de $2(R+a) \Rightarrow dN = N_2 \times \frac{dy}{2(R+a)} \parallel$

$$\Rightarrow de = dN \times e_{\text{spire}}(y, t) = \frac{N_2}{2(R+a)} e_{\text{spire}}(y, t) dy$$

$$F8. e(t) = \int_{y \in [R-a, R+a]} de = \frac{6b\mu_0 \omega \sin(2\omega t) N_2}{2(R+a)} \iint_{V(x>0)} H_m^2(x, y, z) \cos^2(\theta(x, y)) dx dy dz$$

$$G \sim \int H_m^2 = \left(\frac{N_1 I_m}{2\pi r} \right)^2$$

$$\left\{ \iint_{V(x>0)} H_m^2(x, y, z) \cos^2(\theta(x, y)) dx dy dz = \frac{1}{2} \iint_V H_m^2(x, y, z) \cos^2(\theta(x, y)) dx dy dz \right.$$

la moitié de V

$$\begin{cases} H_m(-x, y, z) = H_m(x, y, z) \\ \cos^2(\theta(-x, y, z)) = \cos^2(\theta(x, y, z)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow e(t) = \frac{3b\mu_0 \omega \sin(2\omega t) N_2}{(R+a)} \times \frac{1}{2} \times \frac{N_1^2 I_m^2}{4\pi^2} \iint_V \frac{\cos^2 \theta}{r^2} d\tau$$

$$e(t) = 3b \frac{N_2 N_1^2 I_m^2}{8\pi^2} \times \frac{\mu_0}{R+a} \omega \times \sin(2\omega t) \times \underbrace{\iint_V \frac{\cos^2 \theta}{r^2} d\tau}_\alpha$$

F9. Pour $\mu_0 = 0$, $e = 0$

Avantage : pas besoin de filinage
passe bande

F10. On utilise une autre bobine de mesure d'axe Ox .

Magnétomètre à vanne de flux.

G1) def f(x, y, z): # Attention, fonction non définie en (0,0,z)
 return $x^{**2} / (x^{**2} + y^{**2})^{**2}$

G2) def Choisir(a, b):
 return a + random() * (b - a) # donne a si random() donne 0
 et b si random() donne 1

G3) def Est_dans_tore(x, y, z):
 global a, R # cette ligne n'est pas obligatoire
 return $(\text{sqrt}(x^{**2} + y^{**2}) - R)^{**2} + z^{**2} \leq a^{**2}$.
 # la réponse est un booléen, on ne rajoute pas de == True.

G4) def Choisir_point():
 x = Choisir(-(R+a), R+a)
 y = Choisir(-(R+a), R+a)
 z = Choisir(-a, a)
 return x, y, z

G5) I, I2 = 0, 0
 Npts = 0 # nb de points dans le tore
 while Npts <= N: # on s'arrête quand on a N points dans le tore
 x, y, z = Choisir_point()
 if Est_dans_tore(x, y, z): # Pas de == True
 Npts = Npts + 1
 ff = f(x, y, z) # pas de problème avec (0,0,z) qui est hors du tore
 I = I + ff
 I2 = I2 + ff**2 # "sinon" on ne fait rien.
 # quand on a calculé $I = \sum_{i=1}^N f(n_i)$, $I2 = \sum_{i=1}^N f^2(n_i)$ et N.
 V = $2 \times \pi^{**2} \times R \times a^{**2}$ # le volume

$$\alpha = V * I / N \quad \# I/N \text{ est } \langle f \rangle$$

$$\text{moy carr.} = I^2 / N \quad \# \text{ c'est } \langle f^2 \rangle$$

$$\text{erreur} = V * \sqrt{\text{moy carr.} - (I/N)^2} / N$$

H1) def Produit (sx, sy):

rep = [] # la fonction renvoie 1 liste

for i in range (len (sx)): # même longueur que sy

rep.append (sx[i]*sy[i])

return rep

ou alors, par compréhension de liste.

def Produit (sx, sy)

rep = [sx[i]*sy[i] for i in range (len(sx))]

return rep

H2) def Moyenne (L):

rep = 0

l = len (L)

for elm in L:

rep = rep + elm

on fait la somme de tous les éléments

return rep / l

somme / nb de termes = la moyenne

H3) def Valeur_max (L):

prov = L[0]

c'est le maximum provisoire.

for elm in L:

on va tester L[0], mais ça ne prend pas trop de temps.

if elm > prov:

prov = elm

on change le max provisoire si l'élément est + qd que l'ancien max provisoire

return prov

H4] def Moyenne-nulle (L):

$\mu = \text{Moyenne}(L)$

return [elm - μ for elm in L]

on décale tous les
points de la valeur
moyenne.

H5] def Intercorr_n(s_x, s_y, n): # on suppose les

signaux de moyenne nulle.

$C = 0$

for k in range(l, ll):

boucle for (1)

$C = C + s_x[k] * s_y[k-n]$

return C

def Intercorr(s_x, s_y):

return [Intercorr_n(s_x, s_y, n) for n in range(0, l)]

H6] Il y a l éléments.

On va calculer la complexité en nombre de multiplications, qui est l'opération la plus lente ici:

Pour chaque passage dans la boucle for (1): 1 multiplication

Pour chaque utilisation de Intercorr_n: l multiplications (l passages)

Pour Intercorr (l utilisations de Intercorr_n): l^2 multiplications.

Cela fait une complexité de l^2 en nombre de multiplications