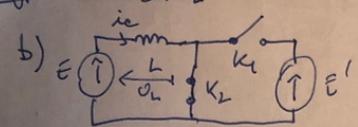
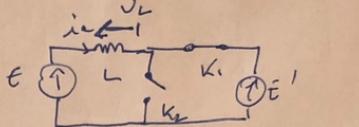


Exercice 1 : hacheur boost <-> élévateur

a) convertisseur tension/tension
 Hyp: RLC \leftrightarrow E'

b)  

pour $t \in [0; \alpha T]$ pour $t \in [\alpha T; T]$

LDI $\rightarrow V_L(t) = E = L \frac{di_e}{dt}$
 bs de f'nement $\rightarrow \frac{di_e}{dt} = \frac{E}{L}$

LDI $\rightarrow E = V_L + E'$
 $V_L = L \frac{di_e}{dt} = E - E'$
 bs de f'nement $\rightarrow \frac{di_e}{dt} = \frac{E - E'}{L}$

$\hookrightarrow i_e(t)$ linéaire de t par morceaux avec $E = 40V > 0$
 pente \oplus pour $t \in [0; \alpha T]$
 \hookrightarrow la pente doit être \ominus pour $t \in [\alpha T; T]$
 donc $E' > E \rightarrow$ hacheur élevateur!
 pour avoir un f'nement périodique.

pour $t \in [0; \alpha T] \rightarrow \frac{\Delta i_e}{\alpha T} = \frac{E}{L} \rightarrow \Delta i_e = \alpha T \frac{E}{L}$

pour $t \in [\alpha T; T] \rightarrow -\frac{\Delta i_e}{(1-\alpha)T} = \frac{E - E'}{L} \rightarrow \Delta i_e = -(1-\alpha)T \frac{E - E'}{L}$

F'nement périodique: $\Delta i_e = \Delta i_e \Leftrightarrow \frac{\Delta i_e}{\Delta i_e} = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{\alpha - 1}{\alpha}\right) \frac{E - E'}{E} = 1$

$(1 - \frac{E'}{E}) = \frac{\alpha}{\alpha - 1} \rightarrow \frac{E'}{E} = 1 - \frac{\alpha}{\alpha - 1} = \frac{-1}{\alpha - 1}$

Rqe) $\boxed{E' = \frac{1}{1 - \alpha} E > E}$

On peut aussi intégrer $\frac{di_e}{dt}$ pour avoir l'expression explicite de $i_e(t)$ et exprimer la condit° $i_e(t + T) = i_e(t)$

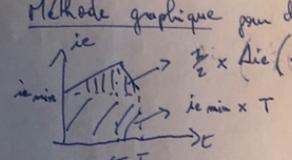
On peut aussi prendre de valeurs moyennes des lois des mailles (cf cours).

c) $\frac{E'}{E} = 2 = \frac{1}{1 - \alpha} \rightarrow \alpha = 0,5$

$L = \frac{\alpha E T}{\Delta i_e} \quad L \geq \left[L_{min} = \frac{\alpha E T}{\Delta i_{e,max}} \right] = \frac{20 \times 50 \cdot 10^{-6}}{92} = \boxed{5 \mu H}$

d) puissance moyenne échangée: $P = \langle E \cdot i_e \rangle_T$
 $P = E \cdot \langle i_e \rangle_T$

Méthode graphique pour déterminer $\langle i_e \rangle_T$:



$\langle i_e \rangle_T = \frac{1}{T} \int_0^T i_e(t) dt = \frac{1}{T} \left(i_{e,min} \times T + \frac{1}{2} \times \Delta i_e \times \alpha T \right) = \frac{\Delta i_e}{2} \left(i_{e,min} + \frac{\Delta i_e}{2} \right)$

$\langle i_e \rangle_T = \frac{1}{2} (i_{e,max} + i_{e,min})$

$P = E T \left(i_{e,min} + \frac{\Delta i_e}{2} \right)$ avec $\Delta i_e = 0,2 A$ pour $L = L_{min}$

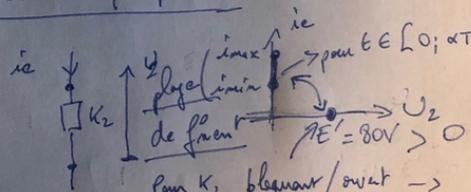
$i_{e,min} = \frac{P}{E T} - \frac{\Delta i_e}{2} = \frac{160}{40 \times 40} - 0,1 = 0,1$

$\boxed{i_{e,min} = 3,9 A \quad i_{e,max} = 4,1 A}$

Rqe) $\langle i_e \rangle_T = \alpha (i_{e,max} + i_{e,min})$ résultat habituel avec cette forme de signal

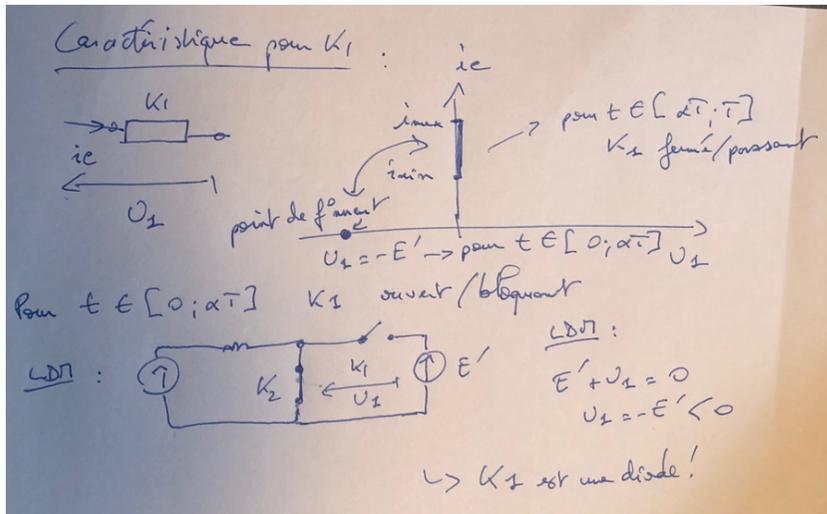
Nature des interrupteurs:

Caractéristique pour K_2 :

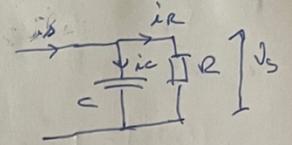
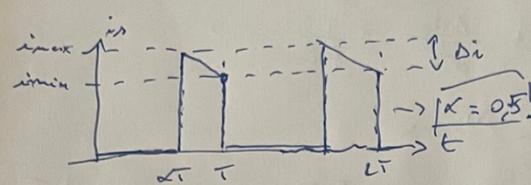


pour $t \in [0; \alpha T]$ passant/ouvert \rightarrow donc c'est un T! transistor

pour $t \in [\alpha T; T]$ bloquant/ouvert $\rightarrow E = V_L + U \Rightarrow U = -V_L - E$
 $U = E'$
 \rightarrow 1 point de f'nement



$t \in [0; \alpha T] \rightarrow i_{is} = 0$ $t \in [\alpha T; T] \rightarrow i_{is} = i_e$



Pour $t \in [0; \alpha T]$

$i_o = i_r + i_c$

$0 = \frac{U_s}{R} + C \frac{dU_s}{dt} \rightarrow \frac{dU_s}{dt} + \frac{U_s}{RC} = \frac{dU_s}{dt} + \frac{U_s}{\tau} = 0$

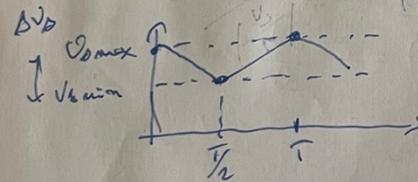
$U_s = U_s(r=0) e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow$ dérivée expo.

Analyse : $\frac{\Delta U_s}{\alpha T} + \frac{E'}{R} = 0 \Rightarrow \frac{\Delta U_s \tau}{\alpha T} = -E'$

l'éq. diff en ord $\frac{1}{\tau} = \frac{-\Delta U_s}{\alpha E'} = \frac{1}{0,5 \times 80} \ll 1$

Ondulation faible de U_s ! \hookrightarrow développement expo en série linéaire

donc $U_s = U_s(r=0) \left(1 - \frac{t}{\tau} \right)$



Pour $t \in [\alpha T; 0]$ $i_s = i_e = \frac{U_s}{R} + C \frac{dU_s}{dt}$

Dérivons $\Rightarrow \frac{d i_s}{dt} = \frac{d i_e}{dt} = \frac{E - E'}{L} = \frac{1}{R} \frac{dU_s}{dt} + C \frac{d^2 U_s}{dt^2}$

$\frac{d^2 U_s}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{dU_s}{dt} = \frac{E - E'}{L} \rightarrow \frac{dU_s}{dt} = A e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{\tau(E - E')}{L}$

$U_s(t) = -A \tau e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{\tau(E - E')}{L} t + B$

$\approx -\frac{A \tau}{L} \left(1 - \frac{t}{\tau} \right) + \frac{\tau(E - E')}{L} t + B$

Reprendre pour $t \in [0, \alpha T]$

$$\frac{dV_s}{dt} + \frac{V_s}{RC} = 0 \Rightarrow \frac{\Delta V_s}{\alpha T} + \frac{E'}{RC} = 0$$

$$|\Delta V_s| = \frac{\alpha T E'}{RC} < \Delta V_{s \max}$$

$$C > C_{\min} = \frac{\alpha E' T}{R \Delta V_{s \max}} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{E' T}{R \Delta V_{s \max}}$$

$$\text{AN} \Rightarrow C_{\min} = 50 \mu\text{F}$$

$$\Delta V_{s \max} = 1 \text{ V}$$

$$\hookrightarrow V_{s \max} = 80,5 \text{ V}$$

$$V_{s \min} = 79,5 \text{ V}$$

lge) $\Delta V_s \ll E' \rightarrow V_s \approx E' \approx \text{cste} \Rightarrow i_c = \frac{dV_s}{dt} \approx 0$

donc H se passe comme si la partie $\langle V_s \rangle$ passait
intégrale de R et la partie oscillante de C !

$$i_s = \langle i_s \rangle + i_s'(t)$$



$$\langle i_s \rangle = \frac{E'}{R} \quad \text{et} \quad i_s'(t) = C \frac{dV_s}{dt}$$

$$\text{sur } [\alpha T; T] \rightarrow \frac{\Delta V_s}{T(1-\alpha)} \approx I' = \frac{E'}{R}$$

est résultat.

Hacheurs – Conversion DC/DC

CCINP 2020 PSI - Commande d'un MCC

Comment produire surtout du point de vue électronique les commandes pour hacher
Un peu de révisions pour coutumes en cette fin d'année...

Q10. Dans l'énoncé, il est indiqué que l'inducteur, le stator pour une MCC, est constitué d'un grand nombre de spires en série et parcourues par un courant d'intensité plutôt « faible ». Pour l'induit, les spires sont en parallèle et un courant plus intense les parcourt.

De ces informations, on conclut que **la résistance de l'inducteur doit être plutôt importante et l'inductance élevée et inversement pour l'induit**, en conséquence :

B : inducteur et A : induit

Q11. D'après la question 9, la résistance augmente avec la fréquence. Du fait de l'effet de peau, le courant se concentre en haute fréquence à la périphérie du fil, la section utile diminue.

Équation de Maxwell-Faraday : $\vec{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$.

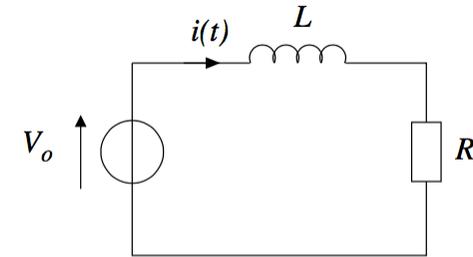
Loi de Lenz : « l'induction par ses effets tend à s'opposer aux causes qui lui ont donné naissance ».

L'induction est plus importante à haute fréquence (dérivée temporelle du champ magnétique) et du fait de la loi de Lenz, **les courants induits tendent à s'opposer au champ magnétique qui les a créés** et donc à réduire les inductances propres.

Q12. Si le rotor tourne, une force électromotrice apparaît et le circuit ne se résume pas à l'association série d'une inductance et d'une résistance.

L'intensité au sein du circuit vérifie l'équation différentielle :

$$V_0 = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$



En régime permanent $i_\infty = V_0/R$. Avec $V_0 = 10 \text{ V}$ et $i_\infty = 2,0 \text{ A}$ (asymptote horizontale), on en déduit $R = 5,0 \Omega$.

La constante de temps $\tau = L/R$ s'obtient en considérant la méthode des « 63% », $\tau \approx 0,6 \text{ ms}$, c'est à dire $L \approx 3 \text{ mH}$.

Les valeurs obtenues sont cohérentes avec les valeurs proposées.

Q13. Si l'impédance de la MCC est grande devant R_2 , on peut considérer que tout le courant traversant R_1 traverse R_2 et on peut appliquer la formule du pont diviseur de tension :

$$V_{MCC} = \frac{U_0 R_2}{R_1 + R_2}$$

Q14. On applique de même un pont diviseur de tension pour les grandeurs complexes et une excitation sinusoïdale en entrée :

$$V_{MCC} = \frac{1}{\frac{jC_2\omega}{1} + \frac{1}{jC_1\omega}} U_0 \Rightarrow V_{MCC} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_0$$

Le résultat étant indépendant de la fréquence, il peut s'appliquer pour des très basses fréquences et donc en régime continu.

Q15. $V_{moy} = \frac{V_{sat} \times \alpha T + -V_{sat} \times (1 - \alpha)T}{T} \Rightarrow V_{moy} = V_{sat} \times (2\alpha - 1)$.

Q16. Avantages et inconvénients des différents dispositifs :

- *pont résistif* : crée le bon rapport de tension mais **forte dissipation d'énergie**, si l'essentiel de l'intensité délivrée par le générateur passe dans la résistance R_2 et non dans la MCC, **l'essentiel de l'énergie est dissipée par effet Joule** !
- *pont capacitif* : une fois le **régime permanent** atteint, le premier condensateur se comporte comme un circuit ouvert et **la MCC n'est plus alimentée en courant**.
- *montage ALI* : le réglage de α permet de choisir le niveau de tension mais l'ALI est un composant de **l'électronique de signal** et ne peut délivrer une puissance

supérieure à 0,2 W, **pas assez de puissance pour alimenter la MCC!**

En conclusion, aucune de ces méthodes n'est applicable pour transférer efficacement une puissance réglable d'où l'intérêt du hacheur.

Q17. ALI 1 : régime linéaire possible (rétroaction sur la borne inverseuse); **ALI 2 : régime de saturation** (pas de rétroaction sur la borne inverseuse).

Q18. On applique une loi des nœuds en terme de potentiel à l'entrée inverseuse de l'ALI 1 :

$$\frac{v_B - v_-}{R_3} = jC\omega (v_- - v_A)$$

Pour cet ALI idéal dans l'hypothèse d'un fonctionnement linéaire : $v_- = v_+ = 0$ (borne positive reliée à la masse). On en déduit :

$$\boxed{v_B = -j\omega R_3 C v_A} \Rightarrow v_B(t) = -R_3 C \frac{dv_A}{dt}$$

Le montage fonctionne en **intégrateur**.

Q19. L'ALI fonctionne en régime de saturation, le dispositif constitue un **comparateur à hystérésis**. Posons $V_\ell = \frac{V_{sat} R_4}{R_5}$.

L'application de la loi des nœuds en terme de potentiel au niveau de la borne non inverseuse de l'ALI 2 conduit à :

$$\frac{v_A - v_+}{R_4} = \frac{v_+ - v_B}{R_5} \Leftrightarrow v_+ = \frac{R_5 v_A + R_4 v_B}{R_4 + R_5}$$

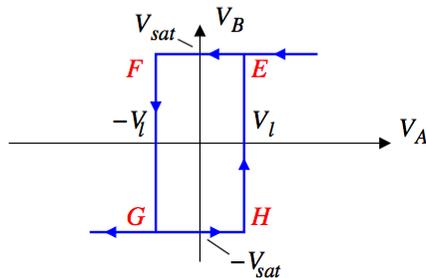
$v_B(t) = V_{sat}$ à condition que $v_+ > v_- = 0$ c'est à dire :

$$\boxed{v_B = +V_{sat} \text{ à condition que } v_A > -\frac{R_4 V_{sat}}{R_5} = -V_\ell}$$

$v_B(t) = -V_{sat}$ à condition que $v_+ < v_- = 0$ c'est à dire :

$$\boxed{v_B = -V_{sat} \text{ à condition que } v_A < +\frac{R_4 V_{sat}}{R_5} = +V_\ell}$$

Ce qui donne pour le cycle d'hystérésis :



Q20. Considérons que l'ALI 2 vient de basculer à $v_B = +V_{sat}$ en sortie et que l'on se trouve au point E du cycle.

D'après la question Q18, v_A vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{dv_A(t)}{dt} = -\frac{V_{sat}}{R_3 C} \Leftrightarrow v_A(t) = -\frac{V_{sat}}{R_3 C} t + cste$$

Compte tenu de la condition initiale, il vient :

$$v_A(t) = -\frac{V_{sat}}{R_3 C} t + \frac{V_{sat} R_4}{R_5}$$

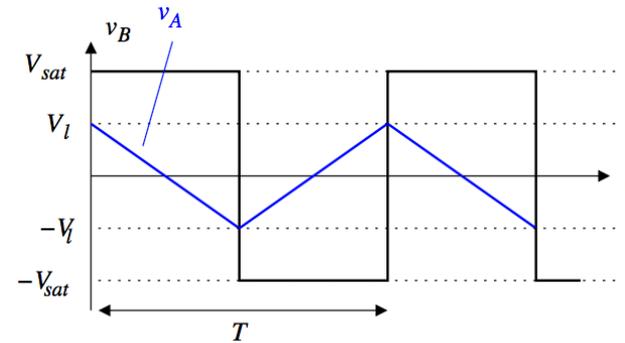
Cette expression est valable tant que $v_A(t) > -V_\ell$ (point F du cycle), c'est à dire jusqu'à t_1 tel que :

$$-\frac{V_{sat}}{R_3 C} t_1 + \frac{V_{sat} R_4}{R_5} = -\frac{V_{sat} R_4}{R_5} \Rightarrow t_1 = 2R_3 C \times \frac{R_4}{R_5}$$

La sortie de l'ALI 2 bascule alors à $-V_{sat}$ tandis que v_A est continue (tension aux bornes d'un condensateur). On décrit alors la portion GH du cycle de même durée que la portion EF .

En conclusion, v_A est une tension triangle centrée d'amplitude V_ℓ et v_B une tension créneau d'amplitude V_{sat} toutes deux de période $T = 4R_3 C \times \frac{R_4}{R_5}$.

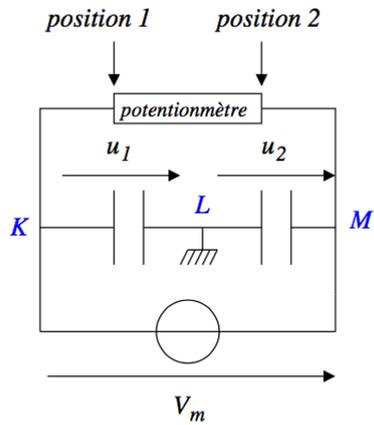
L'augmentation de R_3 augmente la période des signaux mais ne modifie pas leur amplitude.



Q21. La tension V_m se partage sur les deux condensateurs. Les deux condensateurs étant identiques, on a nécessairement un partage équitable avec $u_1 = u_2 = V_m/2$; compte tenu que le point L est à la masse (potentiel nul), on en déduit $v_K = -V_m/2$ et $v_L = V_m/2$ (cf. figure ci-contre).

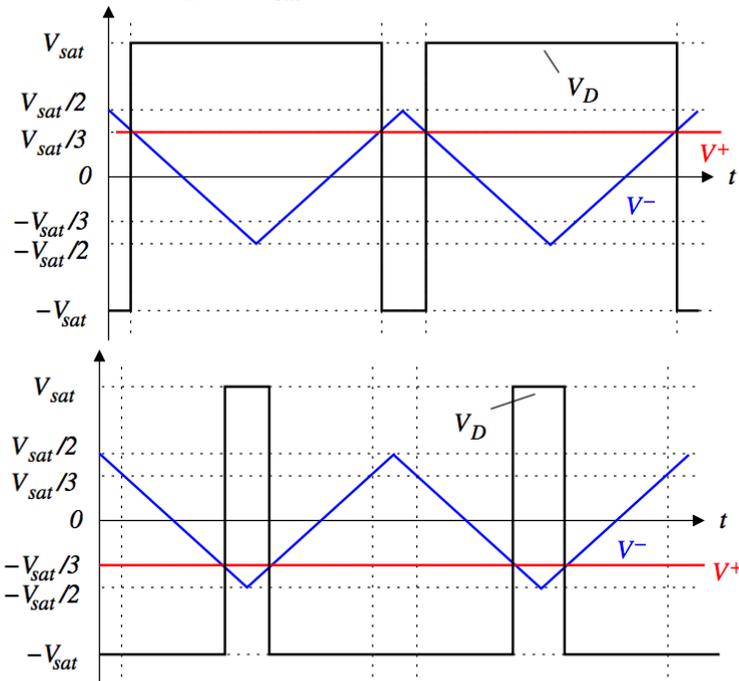
À la position extrême 1, la borne + correspond au point K et $V^+ = \beta V_m = -V_m/2$; à la position extrême 2, la borne + correspond au point M et $V^+ = \beta V_m = V_m/2$.

On en déduit que $\beta \in [-1/2, 1/2]$.



La résistance d'entrée infinie de l'ALI assure que le branchement du point C sur le point A ne modifie pas l'état électrique du point A (le résultat de la question Q20 reste valable). L'ALI 3 fonctionne en **comparateur simple** :

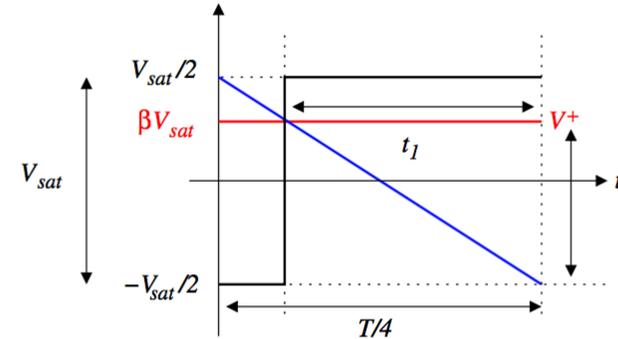
- si $V^+ > V^- \Rightarrow V_D = +V_{sat}$;
- si $V^+ < V^- \Rightarrow V_D = -V_{sat}$.



Q22. La période de la commande est égale à la période des signaux v_A et v_B en conséquence (avec $R_5 = 2R_4$) :

$$f_h = \frac{1}{2R_3C}$$

Pour déterminer le rapport cyclique, on peut se concentrer sur le premier quart de période.



t_1 est la durée pendant laquelle le signal de sortie est en saturation haute durant ce quart de période. Le théorème de Thalès conduit à :

$$\frac{t_1}{\beta V_{sat} + V_{sat}/2} = \frac{T/4}{V_{sat}} \Rightarrow \frac{t_1}{T/4} = \beta + \frac{1}{2}$$

Ce rapport est bien la proportion du temps passé en saturation haute, c'est le rapport cyclique $\alpha = \beta + 1/2$.

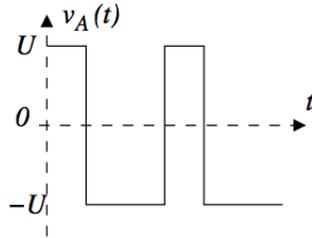
Approfondissement : pour aller plus loin sur les hacheurs

Hacheur réversible en tension (sens de rotation) – CCINP 1997 PSI

A - Étude de la tension

1. Tension v_A :

- (a) La commande impose $v_A(t) = U$ pour la première phase et $v_A(t) = -U$ pour la seconde.



- (b) Ce qui donne pour la moyenne :

$$V_A = \frac{U \times \alpha T + (-U) \times (1 - \alpha)T}{T} \Rightarrow \boxed{V_A = U(2\alpha - 1)}$$

2. La loi des mailles s'écrit :

$$v_A(t) = L \frac{di_M(t)}{dt} + e' \Rightarrow \langle v_A(t) \rangle = \left\langle L \frac{di_M}{dt} \right\rangle + \langle e' \rangle$$

Pour un régime périodique, la moyenne de la dérivée est nulle, en conséquence :

$$\boxed{E_M = V_A = U(2\alpha - 1)}$$

3. Pour un moteur à courant continu $E_M = \Phi_0 \Omega$ avec Φ_0 la constante de couplage propre au moteur.

En ajustant α , on agit sur E_M et donc sur Ω .

4. Selon la valeur de α par rapport à $1/2$, la vitesse de rotation peut être positive ou négative. On peut donc inverser la vitesse de rotation pour monter l'objet ou accompagner la descente de la masse.

En revanche, le couple moteur ne peut pas être inversé car on suppose $i_M > 0$, or $\Gamma_{em} = \Phi_0 i_M$. La machine fonctionne dans tous les cas en moteur et jamais en génératrice.

B - Étude du courant

1. On applique la loi du moment cinétique pour le système en rotation soumis au couple moteur et à un couple résistant :

$$\boxed{J \frac{d\Omega(t)}{dt} = \Phi_0 i_M(t) - C_R}$$

En régime permanent : $\boxed{C_R = \Phi_0 i_M}$.

2. Ondulation du courant :

- (a) Sur la première phase $\forall t \in [0, \alpha T[$, la loi des mailles s'écrit :

$$U = L \frac{di_M}{dt} + U(2\alpha - 1) \Rightarrow \boxed{\frac{di_M}{dt} = \frac{2U(1 - \alpha)}{L}}$$

Sur la seconde phase $\forall t \in]\alpha T, T[$, la loi des mailles s'écrit :

$$-U = L \frac{di_M}{dt} + U(2\alpha - 1) \Rightarrow \boxed{\frac{di_M}{dt} = \frac{-2U\alpha}{L}}$$

- (b) Compte tenu des conditions initiales :

$$\forall t \in [0, \alpha T[\quad \boxed{i_M(t) = i_M(0) + \frac{2U(1 - \alpha)}{L} \times t}$$

$$\forall t \in]\alpha T, T[\quad \boxed{i_M(t) = i_M(\alpha T) - \frac{2U\alpha}{L} (t - \alpha T)}$$

- (c) L'évolution étant périodique, il suffit d'évaluer la variation d'intensité du courant sur la première phase :

$$\Delta i_M = i_M(\alpha T) - i_M(0) \Rightarrow \boxed{\Delta i_M = \frac{2U(1 - \alpha)\alpha T}{L}}$$

Application numérique :

$$\Delta i_M = \frac{2 \times 20 \times (1 - 0,8) \times 0,8 \times (1/5000)}{0,01} \Rightarrow \boxed{\Delta i_M = 0,13 \text{ A}}$$

Alimentation à découpage Flyback

1. Intervalle $t \in]0, \alpha T[$:

(a) Le transistor étant conducteur, il est équivalent à un fil. La loi des mailles au primaire conduit à : $u_1 = U_{1M} = U_e$, la tension au primaire est bien une constante.

Du fait du branchement des bornes homologues, la loi de transformation des tensions s'écrit :

$$u_2 = U_{2m} = -mU_e$$

Avec $u_2 < 0$ et $U_s > 0$, la diode est bloquante, le courant ne circule pas au secondaire.

Au niveau du primaire, et du fait de l'absence de courant au secondaire, on a :

$$u_1 = U_e = -e_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} \Rightarrow \frac{di_1}{dt} = \frac{U_e}{L_1}$$

L'intensité i_1 est donc une fonction affine croissante du temps.

(b) En intégrant l'équation précédente sur la première phase de fonctionnement, on obtient :

$$\frac{I_{1M} - I_{1m}}{\alpha T} = \frac{U_e}{L_1} \quad (1)$$

2. Intervalle $t \in]\alpha T, T[$:

(a) **L'énergie magnétique** au sein du transformateur doit se conserver à l'ouverture du transistor. En $t = \alpha T^-$, seul le courant i_1 circule ; à l'ouverture du transistor, le courant i_1 s'annule, ce qui impose :

$$\mathcal{E}_m(\alpha T^-) = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 = \mathcal{E}_m(\alpha T^+) = \frac{1}{2} L_2 i_2^2$$

Le courant au secondaire est donc non nul et la diode doit nécessairement s'amorcer. Compte tenu des chronogrammes, la condition de continuité impose :

$$\frac{1}{2} L_1 I_{1M}^2 = \frac{1}{2} L_2 I_{2M}^2 \Rightarrow I_{2M}^2 = \frac{L_1}{L_2} I_{1M}^2$$

Les inductances propres étant proportionnelles au carré de leur nombre de spires, on en déduit

$$I_{2M}^2 = \frac{N_1^2}{N_2^2} I_{1M}^2 \Leftrightarrow I_{2M} = \frac{I_{1M}}{m}$$

En l'absence de courant au primaire, le secondaire se comporte comme une simple bobine, avec compte tenu de la convention d'orientation :

$$u_2 = U_s = -L_2 \frac{di_2}{dt}$$

L'intensité i_2 est une fonction affine décroissante du temps.

3. En intégrant l'équation précédente pour $t \in]\alpha T, T[$, on obtient :

$$-\frac{U_s}{L_2} = \frac{I_{2m} - I_{2M}}{(1 - \alpha)T} \quad (2)$$

On utilise à nouveau la conservation de l'énergie magnétique pour $t = T$:

$$\frac{1}{2} L_2 I_{2m}^2 = \frac{1}{2} L_1 I_{1m}^2 \Rightarrow I_{2m} = I_{1m}/m$$

Il reste maintenant à combiner les relations (1) et (2) avec les relations portant sur les intensités :

$$U_s = \frac{L_2}{(1 - \alpha)T} (I_{2M} - I_{2m}) = \frac{L_2}{m(1 - \alpha)T} (I_{1M} - I_{1m}) = \frac{L_2}{m(1 - \alpha)T} \times \frac{U_e \alpha T}{L_1}$$

Avec $L_2/L_1 = N_2^2/N_1^2 = m^2$, on en déduit :

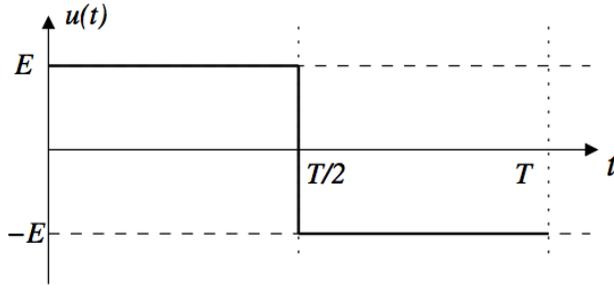
$$U_s = \frac{N_2}{N_1} \times \frac{\alpha U_e}{(1 - \alpha)}$$

À U_e donnée, la tension de charge U_s est fixée par le choix de α ou m .

Onduleurs – Conversion DC/AC

Onduleur à commande symétrique et décalée (Capes 2009)
 Voir CCINP 2017 PSI aussi

1. Pour $t \in]0, T/2[$, $u(t) = E$, pour $t \in]T/2, T[$:



2. La loi d'additivité des tensions conduit à :

$$u(t) = Ri + L \frac{di}{dt}$$

3. Pour $t \in]0, T/2[$, $E = Ri_1 + L \frac{di_1}{dt}$, donc :

$$i_1(t) = \frac{E}{R} + A_1 e^{-t/\tau}$$

Pour $t \in]T/2, T[$, $-E = Ri_2 + L \frac{di_2}{dt}$, donc :

$$i_2(t) = -\frac{E}{R} + A_2 e^{-t/\tau}$$

4. Le courant qui traverse une bobine est continu, en particulier en $t = T/2$:

$$\frac{E}{R} + A_1 e^{-T/(2\tau)} = -\frac{E}{R} + A_2 e^{-T/(2\tau)} \Rightarrow \frac{2E}{R} = \alpha(A_2 - A_1)$$

5. La périodicité du courant assure $i_2(T^-) = i_1(0^+)$:

$$\frac{E}{R} + A_1 = -\frac{E}{R} + A_2 e^{-T/\tau} \quad \frac{2E}{R} = -A_1 + A_2 \alpha^2$$

On est ramené à la résolution du système suivant :

$$\frac{2E}{R} = \alpha(A_2 - A_1) \quad (1) \quad \text{et} \quad \frac{2E}{R} = -A_1 + \alpha^2 A_2 \quad (2)$$

La combinaison $\alpha(1) - (2)$ conduit à :

$$\frac{2E}{R}(\alpha - 1) = -\alpha^2 A_1 + A_1 = A_1(1 - \alpha)(1 + \alpha) \Rightarrow A_1 = \frac{-2E}{R(1 + \alpha)}$$

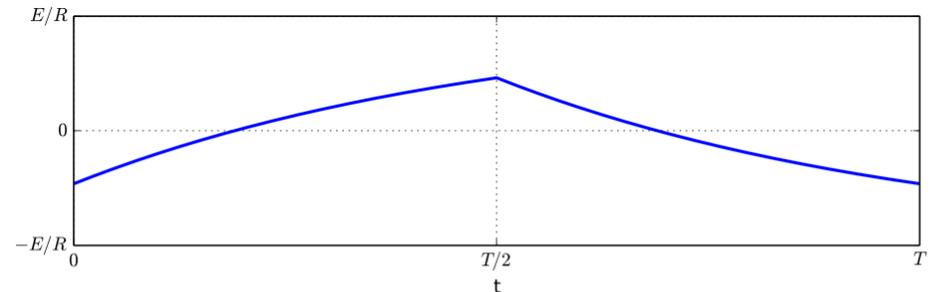
On reporte dans la première relation pour obtenir : $A_2 = \frac{2E}{R\alpha(1 + \alpha)}$

6. Et donc finalement pour les intensités :

$$i_1(t) = \frac{E}{R} \left(1 - \frac{2}{1 + \exp(-T/(2\tau))} e^{-t/\tau} \right)$$

$$i_2(t) = \frac{E}{R} \left(-1 + \frac{2}{1 + \exp(-T/(2\tau))} e^{(T/2-t)/\tau} \right)$$

La courbe a été tracée pour $\tau = T/2$:



7. On détermine la fonction de transfert en appliquant la formule du pont diviseur de courant :

$$H = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$$

Ce qui correspond bien à la fonction de transfert d'un filtre passe-bas du premier ordre.

8. $\omega_c = 1/\tau$.

9. On obtient la tension de sortie en appliquant la fonction de transfert à chacune des composantes sinusoïdales du signal d'entrée. Le signal d'entrée ne comportant que des termes de fréquence impaire, il en est de même pour le signal de sortie.

$$\rightarrow \beta_1 = |H|(\omega_0)b_1 \Rightarrow \beta_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_0\tau)^2}} \times \frac{4E}{\pi}$$

$$\rightarrow \beta_3 = |H|(3\omega_0)b_3 \Rightarrow \beta_3 = \frac{1}{\sqrt{1 + (3\omega_0\tau)^2}} \times \frac{4E}{3\pi}$$

10. Rapport des amplitudes :

$$B = \frac{\beta_3}{\beta_1} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{1 + (\omega_0\tau)^2}}{\sqrt{1 + (3\omega_0\tau)^2}}$$

C'est à dire pour $\omega_0\tau = 1$:

$$B = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{1 + 1^2}}{\sqrt{1 + 3^2}} \Rightarrow B = 15\%$$

11. Pour annuler l'harmonique de rang 3, il faut imposer : $\cos\left(\frac{3\omega_0\theta}{2}\right) = 0$.

C'est à dire $\frac{3\omega_0\theta}{2} = \frac{\pi}{2}$:

$$\theta = \frac{\pi}{3\omega_0} = \frac{\pi \times T}{3 \times 2\pi} \Rightarrow \theta = \frac{T}{6}$$

On commence par déterminer les amplitudes des premiers harmoniques du signal d'entrée :

$$\frac{b_5}{b_1} = \left| \frac{\cos\left(\frac{5\omega_0\theta}{2}\right)}{5 \cos\left(\frac{\omega_0\theta}{2}\right)} \right| = \left| \frac{\cos(5\pi/6)}{5 \times \cos(\pi/6)} \right| = \frac{1}{5}$$

Il reste alors à prendre en compte l'effet du filtre sur chacune des harmoniques :

$$\frac{d_5}{d_1} = \frac{1}{5} \times \frac{\sqrt{1 + (\omega_0\tau)^2}}{\sqrt{1 + (5\omega_0\tau)^2}} = \frac{1}{5} \times \frac{\sqrt{1 + 1^2}}{\sqrt{1 + 5^2}} \Rightarrow \frac{d_5}{d_1} = 5,5\%$$

La commande décalée a permis de supprimer l'harmonique de rang 3 et l'amplitude de l'harmonique de rang 5 ne représente que 5% du fondamental

grâce au filtrage plus efficace quand on s'éloigne de la fréquence de coupure. Au final, le signal en sortie de l'onduleur se rapproche d'un signal sinusoïdal.

Onduleur à charge résonante - CCINP PSI 1997

Voir aussi E3A 2022 PSI

1. On applique la formule du pont diviseur de tension :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{R}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)} = \frac{1}{1 + j\left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}\right)}$$

Par identification avec la formule proposée, on en déduit :

$$\omega_N = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Application numérique :

$$\omega_N = \frac{1}{\sqrt{10^{-3} \times 10^{-6}}} \Rightarrow \omega_N = 3,16 \times 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$Q = \frac{1}{9,48} \sqrt{\frac{10^{-3}}{10^{-6}}} \Rightarrow Q = 3,3$$

2. Étude des harmoniques :

(a) D'après la commande des interrupteurs :

$$\forall t \in]0, T/2[, v(t) = U \quad \text{et} \quad \forall t \in]T/2, T[, v(t) = -U$$

La tension $v(t)$ est une tension crête-à-crête d'amplitude $v(t)$ qui admet pour développement en série de Fourier :

$$v(t) = \frac{4U}{\pi} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\sin[(2n+1)\omega_0 t]}{2n+1}$$

On en déduit $u_R(t)$ par application de la fonction de transfert pour chacune des composantes du signal :

$$u_R(t) = \frac{4U}{\pi} \sum_{k=0}^{+\infty} |H|[(2k+1)\omega_0] \times \frac{\sin[(2n+1)\omega_0 t + \arg(\underline{H}[(2k+1)\omega_0])]}{2n+1}$$

Et finalement à l'aide de la loi d'Ohm :

$$i(t) = \frac{4U}{\pi R} \sum_{k=0}^{+\infty} |H|[(2k+1)\omega_0] \times \frac{\sin[(2n+1)\omega_0 t + \arg(\underline{H}[(2k+1)\omega_0])]}{2n+1}$$

Calculons le gain de la fonction de transfert pour $\omega = 3\omega_0 = 3\omega_N$:

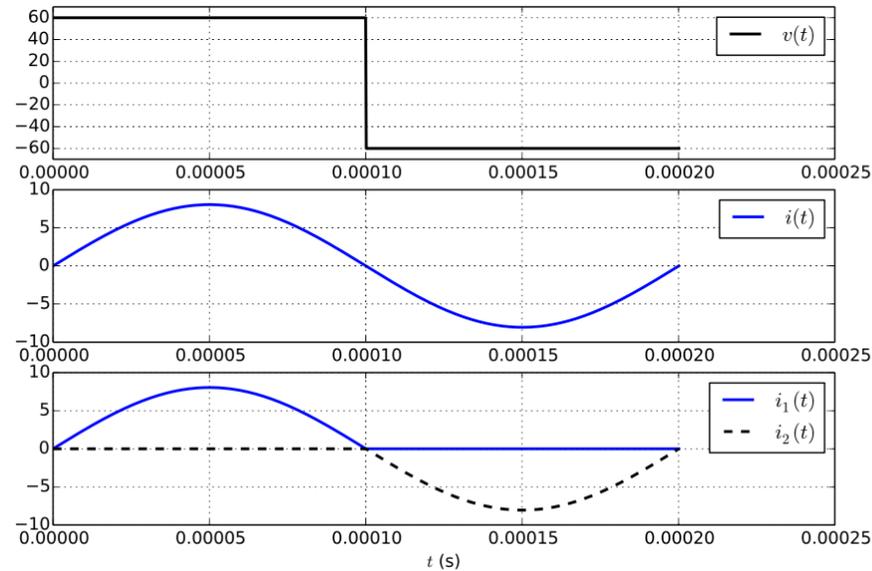
$$|H|(3\omega_0) = \frac{1}{\sqrt{1 + 3,33^2 (3 - 1/3)^2}} = 0,11$$

$$\Rightarrow H_{dB}(3\omega_0) = 20 \log(0,11) = -19 \text{ dB}$$

L'atténuation étant supérieure à -15 dB, on peut, selon l'énoncé, négliger l'harmonique de rang 3 et donc les harmoniques d'ordre supérieur. L'intensité est, dans cette approximation, purement sinusoïdale :

$$i(t) = \frac{4U}{\pi R} \sin(\omega t) \Rightarrow \boxed{i(t) = 8,06 \times \sin(3,14 \times 10^4 \times t)}$$

(b) Chronogrammes :



(c) L'intensité du courant dans la charge étant supposée sinusoïdale, la puissance moyenne consommée par la résistance de la charge a pour expression :

$$\mathcal{P} = RI_{\text{eff}}^2 = 9,48 \times \left(\frac{8,06}{\sqrt{2}}\right)^2 \Rightarrow \boxed{\mathcal{P} = 308 \text{ W}}$$

Le générateur G_1 fournit une puissance instantanée $p_1(t) = U i_1(t)$ et donc en moyenne dans le temps :

$$\mathcal{P}_1 = U \langle i_1(t) \rangle = \frac{U}{T} \int_0^{T/2} I_0 \sin(\omega_0 t) dt = \frac{U I_0}{T \omega_0} [-\cos(\omega_0 t)]_0^{T/2} = \frac{2U I_0}{T \omega_0}$$

C'est à dire $\mathcal{P}_1 = \frac{U I_0}{\pi}$ et pour l'ensemble des deux générateurs :

$$\mathcal{P}_{12} = \frac{2U I_0}{\pi} = \frac{2 \times 60 \times 8,06}{\pi} \Rightarrow \boxed{\mathcal{P}_{12} = 308 \text{ W}}$$

Les interrupteurs étant idéaux, la puissance fournie par les générateurs est entièrement consommée par la charge.