

# Etude physique d'un capteur de position

## Mines PSI 2022

### I Étude de l'état de référence

- - 1. Dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-permanents, l'équation de Maxwell-Ampère devient :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{j}$$

$\vec{j}$  correspond ici à la densité volumique de courant associée au **mouvement des charges libres**.  
Soit  $\Gamma$  un contour fermé et  $S(\Gamma)$  une surface s'appuyant dessus :

$$\iint_{S(\Gamma)} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} \cdot d^2\vec{S} = \iint_{S(\Gamma)} \vec{j} \cdot d^2\vec{S}$$

D'après le théorème de Stokes :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I_{\text{enlacé, lib}}$$

où  $I_{\text{enlacé, lib}}$  est l'intensité des courants libres enlacés algébriquement par  $\Gamma$ .

- - 2. L'équation de Maxwell-Thomson s'énonce ainsi :

$$\text{div} \vec{B} = \vec{0}$$

Ainsi, en intégrant sur un volume  $V$  appuyé sur une surface  $S$  :

$$\iiint_{V(S)} \text{div} \vec{B} d^3r = 0$$

D'après le théorème de Green-Ostrogradski :

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d^2\vec{S} = 0$$

On en déduit donc que le flux de  $\vec{B}$  à travers une surface fermée est nul.

- - 3. Le plan en question est un plan de symétrie pour toutes les distributions de courant. D'après le principe de Curie, le champ  $\vec{B}$  est orthogonal à ce plan. On en déduit donc que  $\vec{B}$  est porté par  $\vec{u}_z$  en tout point de ce plan.  
□ - 4. Le plan  $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$  passe par  $M$  et est un plan d'antisymétrie des distributions de courant. Le principe de Curie nous dit donc que  $\vec{B}$  est contenu dans ce plan, ainsi,  $B_\theta = 0$ .

De plus, les distributions de courant sont invariantes par rotation d'angle  $\theta$ , ainsi,  $\vec{B}$  ne dépend pas de  $\theta$ .

Enfin,  $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$  est un plan de symétrie de la distribution de courants. On en déduit donc la relation :

$$\vec{B}(r, -z) = -\sigma_{j_z}(\vec{B}(r, z)) \quad \text{où } \sigma_{j_z} \text{ est l'opérateur symétrie}$$

- - 5. Sur la simulation, on observe que le champ en  $z = 0$  est porté par  $\vec{u}_z$  en tout point. La simulation est donc cohérente avec la réponse à la question □ - 3..

On observe, de plus, que la norme du champ magnétique ne dépend que de  $r$  et  $z$ . En effet, on observe une symétrie horizontale sur la figure, attestant une indépendance de  $\theta$ .  
Enfin, le dernier point d'antisymétrie est validé par la symétrie verticale de la simulation.

- - 6. Comme nous l'avons vu en réponse à la question □ - 4.,  $\vec{B}(r, -z) = -\sigma_{j_z}(\vec{B}(r, z))$ . Si on détaille un peu plus cet opérateur symétrie, on peut écrire :

$$\vec{B}(r, z) = B_r(r, z)\vec{u}_r + B_z(r, z)\vec{u}_z \quad \text{et} \quad \sigma_{j_z}(\vec{B}(r, z)) = B_r(r, z)\vec{u}_r - B_z(r, z)\vec{u}_z$$

On en déduit donc que :

$$\vec{B}(r, -z) = -B_r(r, z)\vec{u}_r + B_z(r, z)\vec{u}_z$$

En projetant, on obtient donc :

$B_r(r, z) = -B_r(r, -z)$	Impair
$B_z(r, z) = B_z(r, -z)$	Pair

- - 7. Sur le tracé ci-dessous, en orientant la ligne de champ selon  $\vec{u}_z$  comme indiqué dans l'énoncé, on peut observer :  
— En  $M_1$  :  $B_r < 0$  et  $B_z > 0$   
— En  $M_2$  :  $B_r = 0$  et  $B_z > 0$   
— En  $M_3$  :  $B_r > 0$  et  $B_z > 0$   
□ - 8. D'après les relations de passage du champ magnétique

On peut observer également ce phénomène au niveau du passage de l'air à la culasse ferromagnétique. Cela est cohérent dans la mesure où il s'agit d'un phénomène d'interface.

- - 9. Sur la figure 3, les lignes de champ sont à peu près rectilignes et parallèles. Cela indique que le champ peut être considéré comme uniforme en bonne approximation.

Sur la figure 5, on observe un maximum local au voisinage du centre du noyau, le champ magnétique a une valeur qui varie peu localement.

- - 10. Les lignes de champ présentes sur la figure 3 s'écartent avec l'augmentation (ou diminution) de  $z$ . Cela est le témoin de la diminution de l'intensité du champ magnétique avec l'approche des bords du noyau.  
□ - 11. Soit  $\Phi_{p \rightarrow 1}$  le flux du champ créé par le primaire sur le secondaire noté (1). Par définition du flux, il est donné par la somme des flux au travers des spires entourant le noyau :

$$\Phi_{p \rightarrow 1} = nL_{\text{max}} \times \Phi_{p \rightarrow 1 \text{ spire}} = nL_{\text{max}} B_m S \quad \text{où } \Phi_{p \rightarrow 1 \text{ spire}} \text{ est le flux du champ créé par le primaire sur une seule spire}$$

Le flux sur une spire est donné directement par  $B_m S$  car le champ est considéré homogène sur la spire.

$$\text{Or, } B_m = K i_p \text{ donc } \Phi_{p \rightarrow 1} = nL_{\text{max}} K S i_p.$$

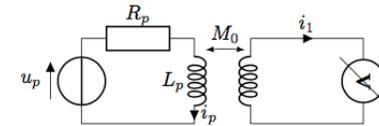
Par définition de l'inductance mutuelle,  $\Phi_{p \rightarrow 1} = M_1 i_p$ , on identifie donc :

$$M_1 = nL_{\text{max}} K S$$

Le calcul menant à  $M_2$  serait similaire, on en déduit donc :

$$M_0 = nL_{\text{max}} K S$$

- - 12. Le circuit étudié dans l'énoncé est le suivant :



La loi des mailles, la loi d'Ohm et la loi de Faraday permettent d'écrire :

$$\begin{cases} u_p = R_p i_p + L_p \frac{di_p}{dt} + M_0 \frac{di_1}{dt} \\ 0 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M_0 \frac{di_p}{dt} \end{cases}$$

En passant en complexes, on obtient :

$$\begin{cases} U_p = R_p I_p + L_p j\omega I_p + M_0 j\omega I_1 \\ 0 = L_1 j\omega I_1 + M_0 j\omega I_p \end{cases}$$

Or,  $I_1 = 0$  d'après l'énoncé et on mesure :

$$U_1 = M_0 I_p \omega = 1,5 \text{ V} \quad \text{d'après la deuxième équation}$$

On déduit de la première équation :

$$U_p = \sqrt{R_p^2 I_p^2 + L_p^2 \omega^2 I_p^2} \quad \text{soit} \quad I_p = \frac{U_p}{\sqrt{R_p^2 + \omega^2 L_p^2}}$$

On en déduit :

$$M_0 = \frac{U_1 \sqrt{R_p^2 \omega^2 L_p^2}}{U_p \omega} = \frac{U_1 \sqrt{R_p^2 4\pi^2 f^2 L_p^2}}{U_p f}$$

L'application numérique donne :  $M_0 = 1,0 \text{ mH}$ .

## II Déplacement du noyau

□ - 13. On sait que  $L_p$  est définie par :

$$\Phi_{p \rightarrow p} = L_p i_p$$

Or, si  $|z| < L_{\max}$ , toutes les spires du primaire sont traversées par le même champ magnétique. Le flux propre du primaire reste donc le même, tout comme  $i_p$  d'après l'énoncé. On en déduit donc que  $L_p$  reste identique, il est donc indépendant de  $z$ .

□ - 14.  $M_1(z)$  est défini par :

$$\Phi_{p \rightarrow 1} = M_1(z) i_p$$

Par un raisonnement analogue à la question □ - 11., on peut établir :

$$\Phi_{p \rightarrow 1} = n(L_{\max} - z) B_m S = n(L_{\max} - z) K S i_p \quad \text{soit} \quad M_1(z) = n(L_{\max} - z) K S \quad \text{par identification}$$

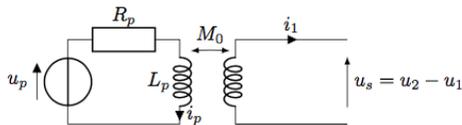
Or,  $M_0 = n L_{\max} K S$ , donc  $n K S = M_0 / L_{\max}$  soit :

$$M_1(z) = M_0 \left( 1 - \frac{z}{L_{\max}} \right)$$

□ - 15. De la même manière, on peut établir que :

$$\Phi_{p \rightarrow 2} = n(L_{\max} + z) K S i_p \quad \text{soit} \quad M_2(z) = M_0 \left( 1 + \frac{z}{L_{\max}} \right)$$

□ - 16. Le circuit secondaire étant considéré à vide, on peut donner le schéma suivant :



L'intensité dans ce deuxième circuit est donc nulle car il est ouvert. Le flux propre au sein de ce circuit est donc nul.

D'après la loi de Faraday, on peut écrire :

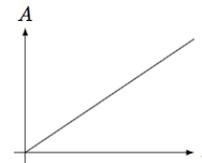
$$u_2 = M_2(z) \frac{di_p}{dt} \quad \text{et} \quad u_1 = M_1(z) \frac{di_p}{dt}$$

On en déduit :

$$u_s = [M_2(z) - M_1(z)] \frac{di_p}{dt} = \left[ M_0 \left( 1 + \frac{z}{L_{\max}} \right) - M_0 \left( 1 - \frac{z}{L_{\max}} \right) \right] \frac{di_p}{dt} = M_0 \frac{z}{L_{\max}} \frac{di_p}{dt} \times 2$$

On peut donc poser  $\lambda = 2$ .

□ - 17.  $i_p$  étant fixé, son amplitude est connue et l'amplitude de  $\frac{di_p}{dt}$  est celle de  $i_p$  multipliée par la pulsation du signal, cette amplitude est donc indépendante de  $z$ . On en déduit donc que l'amplitude de  $u_s$  est proportionnelle à  $z$ , c'est ce paramètre  $A$  qu'on va donc mesurer. On trace ci-dessous son évolution en fonction de  $z$  :



$A$  est un paramètre positif, ainsi, il est proportionnel à  $|z|$ . Pour obtenir une information sur le signe de  $z$ , il faut donc connaître le déphasage du signal car le changement de signe de  $z$  va induire un déphasage de  $\pi$  par rapport à sa phase précédente.

Pour obtenir un signal de tension proportionnel à  $A$ , il faut réaliser un redresseur permettant de convertir un signal alternatif en signal continu.

# Sustentation du Transrapid Centrale PSI 2018

## II La sustentation électromagnétique du Transrapid

### II.A Modélisation du champ magnétique dans l'entrefer

6. L'excitation magnétique est définie par  $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$ .

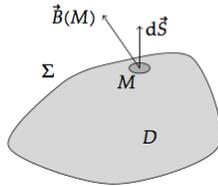
7. Dans l'approximation des états quasi-stationnaires, les équations de MAXWELL sont :

$$\begin{cases} \text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} & \text{MAXWELL-GAUSS} \\ \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \text{MAXWELL-FARADAY} \end{cases} \quad \begin{cases} \text{div } \vec{B} = 0 & \text{MAXWELL-THOMSON} \\ \text{rot } \vec{H} = \vec{j} & \text{MAXWELL-AMPÈRE} \end{cases}$$

8. L'équation de MAXWELL-THOMSON :  $\text{div } \vec{B} = 0$  traduit la conservation du flux du champ magnétique.

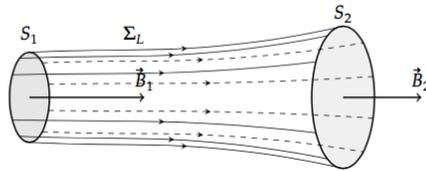
Le flux de  $\vec{B}$  à travers une surface fermée  $\Sigma$  est toujours nul :

$$\oiint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$



Si on considère un tube de champ magnétique entre les deux sections  $S_1$  et  $S_2$ , alors :

$$\iint_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



9. On considère une ligne de champ moyenne dans le circuit magnétique.

On note :

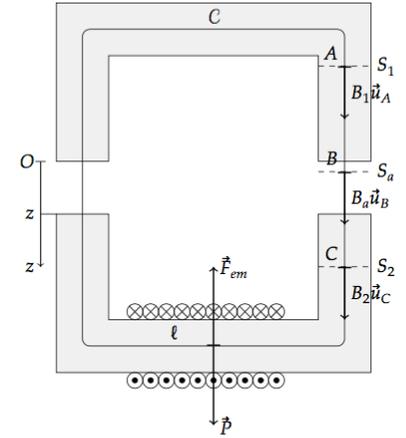
- $\vec{u}_M$  un vecteur unitaire tangent à la ligne de champ passant par  $M$ ;
- $\vec{B}(M) = B_1 \vec{u}_M$  si  $M$  est dans la portion 1;
- $\vec{B}(M) = B_2 \vec{u}_M$  si  $M$  est dans la portion 2;
- $\vec{B}(M) = B_a \vec{u}_M$  si  $M$  est dans l'entrefer.

En appliquant le résultat de la question précédente aux tubes de champ entre  $A$  et  $B$  et entre  $A$  et  $C$  :

$$\begin{cases} S_1 B_1 = S_a B_a \\ S_1 B_1 = S_2 B_2 \end{cases}$$

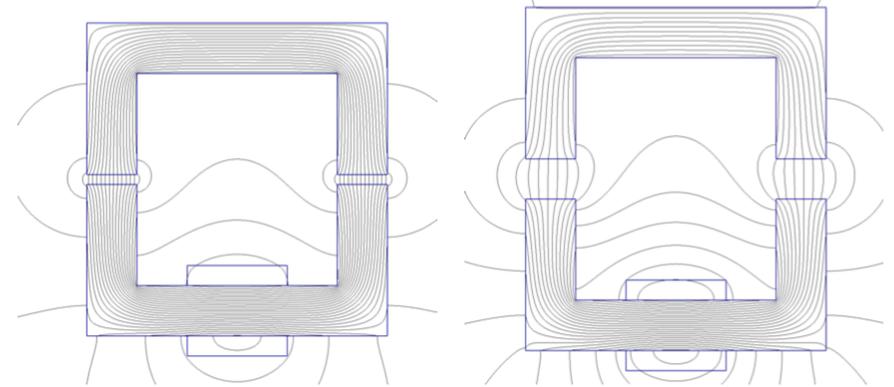
Comme la section du tube de champ est uniforme :

$$S_1 = S_2 = S_a = a^2 : \|\vec{B}_1\| = \|\vec{B}_2\| = \|\vec{B}_a\|$$



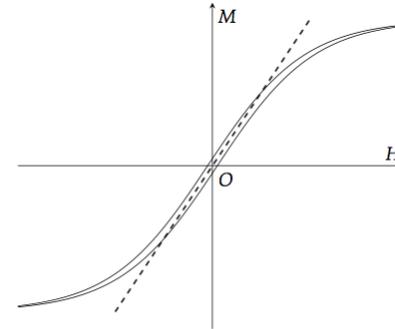
10. Si  $z \ll a$ , les effets de bords dans l'entrefer sont négligeables, et les lignes de champs sont à peu près parallèles entre elles dans l'entrefer.

Si la condition  $z \ll a$  n'est pas vérifiée, les lignes de champ ne sont pas parallèles dans l'entrefer. Les simulations numériques ci-dessous montrent les lignes de champ magnétiques dans les deux situations.



Les lignes de champs sont parallèles dans l'entrefer si  $z \ll a$ .

11. L'énoncé confond matériau ferromagnétique doux et matériau linéaire.



Un milieu ferromagnétique doux présente un cycle d'hystérésis étroit, l'excitation coercitive est petite :  $H_c < 100 \text{ A/m}$ . Un tel cycle est représenté en trait plein sur la courbe ci-contre.

Un matériau linéaire est telle que l'aimantation est proportionnelle à l'excitation magnétique :  $\vec{M} = \chi \vec{H}$  où  $\chi$  est la susceptibilité magnétique du milieu. La caractéristique d'un tel matériau est représentée en tirets.

Si un matériau ferromagnétique doux est utilisé loin de son domaine de saturation, il peut être assimilé à un milieu linéaire.

12. En utilisant les résultats précédents :  $\begin{cases} \vec{M} = \chi \vec{H} \\ \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \end{cases}$ . Donc  $\vec{B} = \mu_0(1 + \chi) \vec{H}$

13. La perméabilité relative est  $\mu_r = 1 + \chi$  et  $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$ .

La perméabilité des aciers est comprise entre  $1,5 \cdot 10^3$  et  $2 \cdot 10^5$ . La valeur dépend de la composition, des traitements thermiques et magnétiques subis par l'acier.

14. Le théorème d'AMPÈRE sur le contour C est  $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = Ni$

15. Si on utilise des notations similaires à celles de la question 9 :

- $\vec{H}(M) = H_1 \vec{u}_M$  si M est dans la portion 1 ;
- $\vec{H}(M) = H_2 \vec{u}_M$  si M est dans la portion 2 ;
- $\vec{H}(M) = H_a \vec{u}_M$  si M est dans l'entrefer ;
- $\ell_1$  longueur de la ligne de champ moyenne dans le milieu 1 ;
- $\ell_2$  longueur de la ligne de champ moyenne dans le milieu 2 ;
- $\ell = \ell_1 + \ell_2$ .

Les équations sont :

$$\begin{cases} H_1 \ell_1 + H_2 \ell_2 + 2z H_a = Ni & \text{théorème d'AMPÈRE} \\ B_1 = \mu_0 \mu_r H_1 & \text{le milieu 1 est linéaire} \\ B_2 = \mu_0 \mu_r H_2 & \text{le milieu 2 est linéaire} \\ B_a = \mu_0 H_a & \text{l'air est assimilé au vide} \\ B_1 = B_2 = B_a & \text{question 8} \end{cases}$$

Donc :  $B_2 \left( \frac{\ell}{\mu_0 \mu_r} + \frac{2z}{\mu_0} \right) = Ni$ . D'où :  $B_2 = \frac{\mu_0 Ni}{\frac{\ell}{\mu_r} + 2z}$

16. Pour trouver la réponse attendue à la question 17, il faut supposer  $\frac{\ell}{\mu} \ll 2z$ . Dans ce cas :  $B_2 = \frac{\mu_0 Ni}{2z}$

## II.B Léviton par attraction

17. Si on note  $\Phi$  le flux du champ magnétique à travers la bobine :  $\Phi = NSB_2$ .

Donc  $\Phi = \frac{\mu_0 N^2 S}{2z} i$ .

Or le flux propre de la bobine est telle que  $\Phi = Li$ . Donc  $L(z) = \frac{\mu_0 N^2 S}{2z}$ .

18. L'énergie magnétique est  $E_m(z, i) = \frac{1}{2} L(z) i^2$

19. La force magnétique est donnée par  $\vec{F}_{em} = \left( \frac{\partial E_m}{\partial z} \right)_i \vec{u}_z$ .

Donc  $\vec{F}_{em} = \frac{1}{2} \frac{dL(z)}{dz} i^2 \vec{u}_z$ . D'où  $\vec{F}_{em} = -\frac{\mu_0 N^2 S i^2}{4z^2} \vec{u}_z$ .

20. On considère l'équilibre décrit sur la figure de la question 9. La pièce mobile est soumise à la force magnétique  $\vec{F}_{em}$  et à son poids  $\vec{P} = m\vec{g}$ . À l'équilibre :  $\vec{F}_{em} + m\vec{g} = \vec{0}$ .

Donc, en projetant cette condition sur  $\vec{u}_z$  :  $mg = \frac{\mu_0 N^2 S i^2}{4\delta^2}$ .

Donc  $m = \frac{\mu_0 N^2 S i^2}{4g\delta^2}$ . D'où  $m = 1,6 \cdot 10^4 \text{ kg}$   $\left( m = \frac{(1,3 \cdot 10^{-6} \text{ Hm}^{-1})(1,0 \cdot 10^6)(0,5 \text{ m}^2)(10 \text{ A})^2}{4(9,8 \text{ ms}^{-2})(1 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2} \right)$

21. On note :

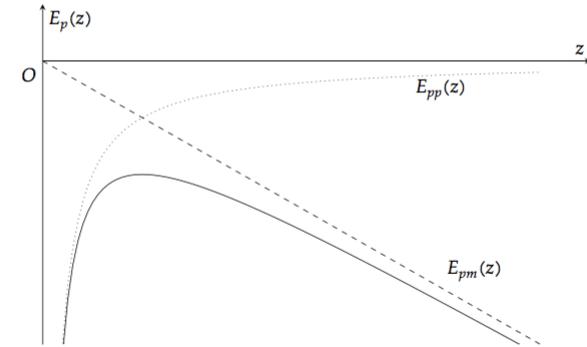
- $m_t = 180 \cdot 10^3 \text{ kg}$  la masse du train ;
- $n$  le nombre d'électroaimants nécessaires.

En utilisant la question précédente  $n = \frac{m_t}{m}$ . Donc  $n = \frac{4gm\delta^2}{\mu_0 N^2 S i^2}$   $n = 11$

22. Si l'intensité  $i$  est maintenue constante, la force magnétique dérive de l'énergie potentielle  $E_{pm}(z) = -\frac{\mu_0 N^2 S i^2}{4z}$  et le poids dérive de l'énergie potentielle de pesanteur  $E_{pp} = -mgz$ .

L'énergie potentielle totale est alors :  $E_p(z) = -\frac{\mu_0 N^2 S i^2}{4z} - mgz$ .

Le graphique de cette fonction est :



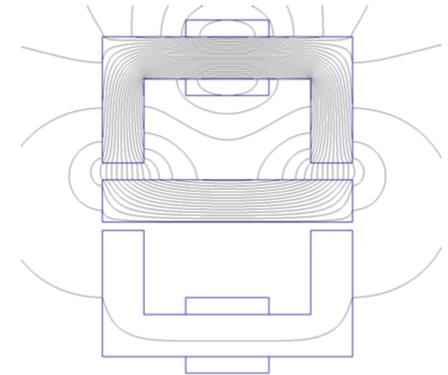
La position d'équilibre étudiée correspond à un maximum de l'énergie potentielle : l'équilibre est instable.

## III Capteur de position

### III.A Capteur à entrefer variable push-pull

23. La simulation numérique ci-contre montre que, lorsque seule la bobine  $B_1$  est utilisée, les lignes de champ magnétique traversent le rail et que le couplage par inductance mutuelle entre les deux bobines est négligeable devant l'auto-induction. On peut alors utiliser le résultat de la question 17 pour estimer l'inductance de chaque bobine :

$$L_e = \frac{\mu_0 N_e^2 S}{2\delta}$$



24. Si la position du train n'est pas la position d'équilibre, les inductances sont :

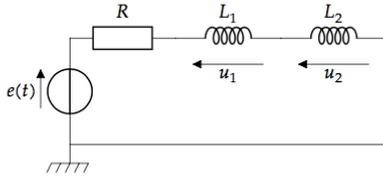
$$\begin{cases} L_1 = \frac{\mu_0 N_e^2 S}{2(\delta - \Delta z)} \\ L_2 = \frac{\mu_0 N_e^2 S}{2(\delta + \Delta z)} \end{cases}$$

Au premier ordre en  $\frac{\Delta z}{\delta}$  :

$$\begin{cases} L_1 = L_e \left( 1 + \frac{\Delta z}{\delta} \right) \\ L_2 = L_e \left( 1 - \frac{\Delta z}{\delta} \right) \end{cases}$$

### III.B Mesure des variations d'inductance

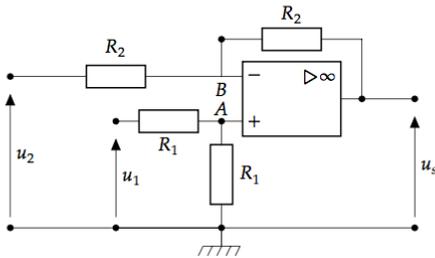
25. On considère le montage :



Le montage a une structure de pont diviseur de tension :

$$\begin{cases} u_1(t) = \frac{L_1 j\omega}{(L_1 + L_2)j\omega + R} e(t) \\ u_2(t) = \frac{L_2 j\omega}{(L_1 + L_2)j\omega + R} e(t) \end{cases}$$

26. Le montage soustracteur :



Les équations électriques sont :

$$\begin{cases} V_+ = V_- & \text{AO idéal de gain infini en régime linéaire} \\ V_+ = \frac{R_1}{2R_1} u_1 & \text{pont diviseur en A} \\ \frac{u_2 - V_-}{R_2} + \frac{u_s - V_-}{R_2} = 0 & \text{loi des nœuds en B} \end{cases}$$

En éliminant  $V_+$  et  $V_-$  :  $u_1 = u_2 + u_s$ . Donc  $u_s = K(u_1 - u_2)$  avec  $K = 1$ .

27. En utilisant les résultats des deux questions précédentes :  $u_s = \frac{(L_1 - L_2)j\omega}{(L_1 + L_2)j\omega + R} e$

$$\text{Donc } u_s = \frac{2L_e \frac{\Delta z}{\delta} j\omega}{2L_e j\omega + R} e \text{ et } u_s = \frac{\Delta z}{\delta} \frac{2L_e j\omega}{1 + \frac{2L_e j\omega}{R}} e$$

$$\text{La fonction de transfert est } T(j\omega) = T_0 \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \text{ avec } \begin{cases} T_0 = \frac{\Delta z}{\delta} \\ \omega_0 = \frac{R}{2L_e} \end{cases}$$

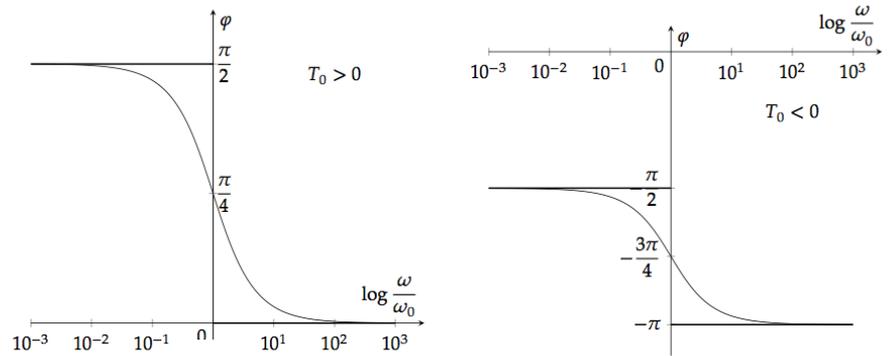
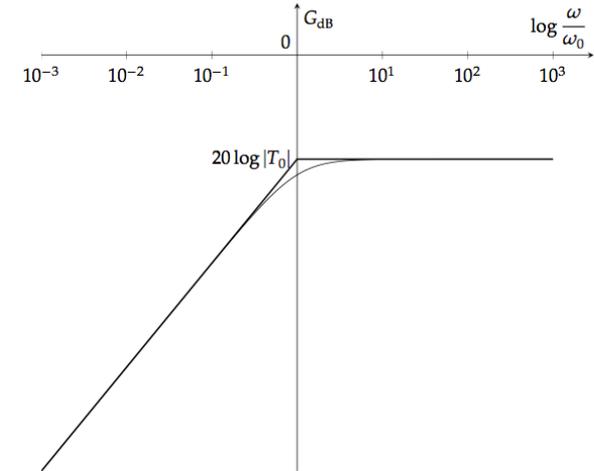
28. En basse fréquence :  $\omega \ll \omega_0$  :  $T(j\omega) \approx T_0 j \frac{\omega}{\omega_0}$

$$\text{Donc si } T_0 > 0 : \begin{cases} G_{dB}(\omega) \approx 20 \log |T_0| + 20 \log \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right) \\ \varphi(\omega) \approx \frac{\pi}{2} \end{cases} \text{ et si } T_0 < 0 : \begin{cases} G_{dB}(\omega) \approx 20 \log |T_0| + 20 \log \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right) \\ \varphi(\omega) \approx -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

En haute fréquence :  $\omega \gg \omega_0$  :  $T(j\omega) \approx T_0$ .

$$\text{Donc si } T_0 > 0 : \begin{cases} G_{dB}(\omega) \approx 20 \log |T_0| \\ \varphi(\omega) \rightarrow 0 \end{cases} \text{ et si } T_0 < 0 : \begin{cases} G_{dB}(\omega) \approx 20 \log |T_0| \\ \varphi(\omega) \approx -\pi \end{cases}$$

Le diagramme de Bode asymptotique du filtre est alors :



29. Le filtre étudié est un filtre passe-haut du premier ordre.

30.  $\omega_0$  est la pulsation de coupure du filtre.

31. Si  $\omega \gg \omega_0$ , alors  $T(j\omega) \approx T_0 = \frac{\Delta z}{\delta}$ .

Si on note  $f_0$  la fréquence de coupure :  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ ,

Si  $f \gg f_0$ , la fonction de transfert est proportionnelle au déplacement de la rame.

32. La fréquence de coupure est  $f_0 = 0,99$  kHz et  $f = 4$  kHz.

Si on considère que  $f \gg f_0$ , alors  $u_s(t) = T_0 e(t)$ .

Donc  $u_s(t) = E \frac{\Delta z}{\delta} \cos \omega t + \varphi$  avec  $\varphi = 0$ .

33.  $\varphi = 0$

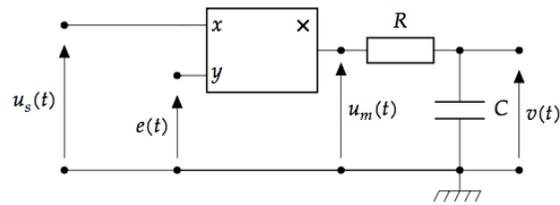
### III.C Électronique de conditionnement

34. À la sortie du multiplieur :  $s_m(t) = K_m e(t) u_s(t)$ , donc  $s_m(t) = K_m E^2 \frac{\Delta z}{\delta} \cos^2(\omega t)$ .

$$s_m(t) = \frac{1}{2} K_m E^2 \frac{\Delta z}{\delta} [1 + \cos(2\omega t)]$$

La valeur moyenne de  $s_m(t)$  est proportionnelle au déplacement de la rame.

35. Un filtre passe bas permet d'obtenir une tension continue  $S_m = \langle s_m(t) \rangle$ .



La fonction de transfert du filtre est  $H(j\omega) = \frac{v}{u_m} = \frac{1}{1 + RCj\omega}$

La fréquence de coupure de ce filtre est  $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$ . Si  $f \gg f_c$ , alors la composante variable de  $u_m(t)$  est fortement atténuée et  $v(t) \approx \langle u_m(t) \rangle$ .

36. Avec le montage étudié :  $S_m = \frac{1}{2} K_m E^2 \frac{\Delta z}{\delta}$ . Donc  $\frac{S_m}{\Delta z} = \frac{K_m E^2}{2\delta}$

37. L'écart relatif de position est :  $\frac{\Delta z}{\delta} = \frac{2S_m}{K_m E^2}$ .

La plus petite valeur mesurable correspond à  $S_m = 10 \text{ mV}$  :  $\frac{\Delta z}{\delta} = 5,6 \cdot 10^{-4}$