

► **Correction** : Restauration d'une table de mixage

On cherche à construire un filtre *simple*. On peut supposer qu'il s'agit d'un **filtre passif** du premier ou deuxième ordre, qui ne comporte que des composants classiques : résistances, condensateurs et bobines.

On cherche à **supprimer au maximum le bruit parasite tout en préservant le maximum d'informations**. Cela **exclut donc un filtre passe-bas ou passe-haut**, qui supprimerait une trop large plage de fréquence dans le spectre audible. Il reste le **passe-bande** et le **réjecteur de bande**. Ce dernier est le filtre le plus adapté. En choisissant une **fréquence centrale** $f_c = 50\text{Hz}$, on éliminera le bruit parasite, sans supprimer trop d'information.

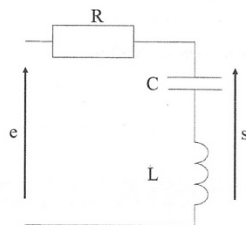
En basse fréquence et en haute fréquence, le module de la fonction de transfert d'un filtre réjecteur de bande est unitaire. En prenant la tension aux bornes d'un condensateur et d'une bobine en série, on devrait avoir le comportement attendu.

📌 **Pour mémoire**

- Une **bobine idéale** ($Z_L = j\omega L$) se comporte comme un fil en basse fréquence (BF) et comme un interrupteur ouvert en haute fréquence (HF)
- Un **condensateur idéal** ($Z_C = \frac{1}{j\omega C}$) se comporte comme un interrupteur ouvert en BF et un fil en HF.

On retrouve ces comportements limites à partir de l'expression de l'impédance de ces composants. Une haute impédance se rapproche d'un circuit ouvert, et une impédance nulle d'un court-circuit.

On considère donc un filtre composé d'une résistance R , d'une bobine d'inductance L et d'un condensateur de capacité C en série. On vérifie qu'on obtient bien un filtre coupe-bande.



📌 **Astuce**

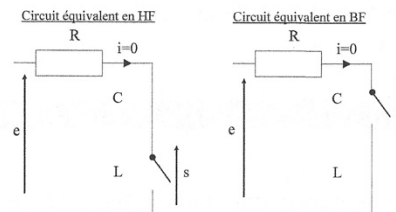
Avant de déterminer la fonction de transfert d'un filtre, commencez toujours par étudier son **comportement asymptotique** en BF et en HF en donnant les circuits équivalents.

Comportement à basse fréquence :

À cause de l'interrupteur ouvert ($\leftrightarrow$ condensateur), l'intensité du courant est nulle dans le circuit et donc $U_R = 0$. Comme la tension aux bornes d'un fil ($\leftrightarrow$ bobine) est nulle, $U_L = 0$. Donc $U_C = s = e$.

Comportement à haute fréquence :

À cause de l'interrupteur ouvert ($\leftrightarrow$ bobine), l'intensité du courant est nulle dans le circuit et donc $U_R = 0$. Comme la tension aux bornes d'un fil ($\leftrightarrow$ condensateur) est nulle, $U_C = 0$. Donc $U_L = s = e$.



Fonction de transfert

On note $Z_{L+C} = jL\omega + \frac{1}{jC\omega}$ l'impédance équivalente de la bobine et du condensateur en série. On suppose le courant de sortie nul. Par un **pont diviseur de tension**, on a :

$$H = \frac{Z_{L+C}}{R + Z_{L+C}} = \frac{jL\omega + \frac{1}{jC\omega}}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}}$$

$$\Rightarrow H = \frac{1 - LC\omega^2}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

On reconnaît la forme de la fonction de transfert d'un filtre coupe-bande :

$$H(x) = \frac{1 - x^2}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}}$$

avec $x = \frac{\omega}{\omega_c}$, $\omega_c = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ par identification.

📌 **Pour mémoire**

On appelle Q le **facteur de qualité**, car il correspond à la qualité de coupure du filtre : plus Q est grand, plus les deux pulsations de coupure à -3dB qui délimitent la **bande atténuée** autour de la **pulsation centrale** ω_c seront proches.

On peut vérifier qu'on obtient bien le comportement attendu :

- $x = 1 \Rightarrow \omega = \omega_c$, on a bien $|H| = 0$
- $x \rightarrow \pm\infty$, on a bien $|H| \rightarrow 1$

Choix de l'inductance et de la capacité

On fixe une fréquence de coupure $f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ de 50 Hz. On veut un filtre sélectif, donc $Q > 1$. En effet, la bande passante $\Delta f = \frac{f_c}{Q}$.

Les valeurs classiques utilisées en TP sont $L \simeq 1$ mH et $C \simeq 1$ μ F. La précision sur ces valeurs est de l'ordre de 10 %. On remarque que la fréquence à filtrer est **très basse**, ce qui entraînera nécessairement des valeurs d'inductance et de capacité **importantes**. On peut fixer $L = 100$ mH par exemple, ce qui fait déjà beaucoup. La condition sur la fréquence de centrale impose $C = \frac{1}{L\omega_c^2} = \frac{1}{L(2\pi f_c)^2}$.

 **A.N.** : $L = 100$ mH, $C = 100$ μ F

Question d'examinateur

Que pensez-vous de ces valeurs ?

Elles sont énormes, en particulier pour la capacité, qui ne peut être atteinte que par un **condensateur électrochimique**. Le problème est que ce type de condensateur n'est pas **pas réversible** : le signe de la tension à ses bornes ne doit jamais s'inverser sous peine de destruction ! Par ailleurs, ces condensateurs électrolytiques sont **faits pour être utilisés en basse fréquence**, ce qui les rend peu adaptés au filtrage audio...

On suppose cependant qu'on dispose des composants adéquats pour la suite de l'exercice.

Choix de la résistance

On aimerait une faible valeur de résistance pour avoir Q le plus grand possible et la bande atténuée la plus étroite possible pour rejeter le moins d'informations utiles. Cependant, l'**incertitude** des valeurs de composants courants est de $\pm 10\%$ environ. On ne peut donc pas remplacer R par un fil, car **on risque de manquer la fréquence à rejeter si la fréquence centrale est imprécise**. On veut donc une largeur de bande atténuée cohérente avec cette incertitude, soit $\Delta f = 10$ Hz environ.

 **A.N.** : Cela correspond à $Q = 5$, et une résistance de $R = 6 \Omega$.

Cette valeur de résistance est faible. Cela interdit les valeurs de tensions d'entrée trop élevées car il y a un risque de courant interne important et donc d'échauffement.

Question d'examinateur

À votre avis, à quoi est dû ce bruit parasite ?

La fréquence de 50 Hz est celle du **réseau électrique** en Europe. Ce bourdonnement caractéristique provient de l'alimentation de la table de mixage, et pose par ailleurs de nombreux problèmes en électronique car comme on a pu le voir, il est **difficile à filtrer** !