

- Hypothèses :
 - fluide incompressible et homogène
 - ↳ constant DV
 - régime stationnaire pour l'écoulement
 - ↳ débit moyen se conserve dme = dme
 - simplifier $\Rightarrow$ pompe = cylindre de longueur l
 - tous les pts de sortie du jet se produisent à la longueur moyenne $l_0 \approx l - R \approx l$
- Sans écoulement $\Rightarrow$ le couple du poids appliqué au pompage l'orienté en position finale stable et verticale / $\theta_{eq} = \pi$

Avec écoulement $\Rightarrow$ la qte de mtr expulsée induit un couple (par réaction) sur le pompage qui s'oppose au couple du poids et il peut $\exists$ une pos. d'éq. stable $\theta_{eq} \in [0; \pi]$

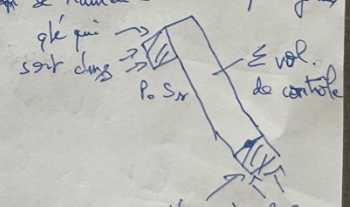
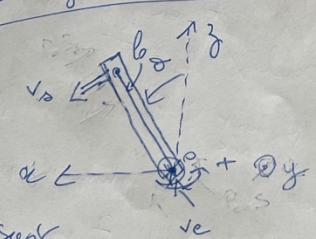
(Rq) si débit trop élevé $\theta_{eq} \Rightarrow \pi$ instable et mtr de developp du pompage!

• Stratégie de résolution

- $\rightarrow$ applique le TMC au pompage (solide) qui subit le couple Γ_g du poids et le couple $\Gamma_{jet} \rightarrow$ pompage imposé par l'écoulement/jet et on se place à l'éq $\Rightarrow \theta_{eq}$
- $\rightarrow$ pour trouver $\Gamma_{eau} \rightarrow$ pompage $= \Gamma_{jet} \rightarrow p$ on réalise un bilan de moment cinétique la syst étant le fluide en écoulement

(Rq) une approche énergétique est possible aussi -

• Bilan de moment cinétique appliqué au syst. ouvert en régime stationnaire (on se ramène à un syst. fermé)



$$\frac{dS_{tot}}{dt} = \left\{ \begin{array}{l} \Sigma + qte \text{ qui est } S_{tot} \text{ pdr dr} \\ \Sigma + qte \text{ qui est entrée pdr dr} \end{array} \right\}$$

dme qte qui se Sc mtr pdr dr $\rightarrow$ moment cinétique

$$\vec{L}_O(t+dt) - \vec{L}_O(t) = \underbrace{\vec{L}_{p,\varepsilon}(t+dt) - \vec{L}_{p,\varepsilon}(t)}_{\substack{\vec{O} \text{ en régime permanent} \\ \text{d'écoulement avec éq. méca.} \\ + dL_s - dL_e}}$$

$$\begin{aligned} dL_s &= + dm s l_0 v_s \vec{e}_y & (\vec{L}_O = \vec{O} \wedge m \vec{v}) \\ &= + \rho Dv l_0 v_s dt \vec{e}_y & dm = \rho Dv dt \\ & & l_0 \text{ masse vol. de l'eau} \end{aligned}$$

$$dL_e = \vec{0} \quad (\vec{O} \wedge \vec{v} \approx \vec{0})$$

Appliquet du TTC $\Rightarrow \frac{dL_O}{dt} = + \rho Dv l_0 v_s \vec{e}_y$
 $= \Gamma_{pompe} \rightarrow \text{jet } \vec{e}_y$

(ge) Il existe aussi le couple des forces de pression
 $\Gamma_e = 0$ car $\vec{O} \wedge \vec{v} \approx \vec{0}$ en entrée
 $\Gamma_s = -P_0 S_0 l_0 \Rightarrow$ ds 1^{er} premier temps on néglige ce couple
 (on pourra faire les ODE)

donc $\boxed{\Gamma_{j \rightarrow p} = -\rho Dv l_0 v_s}$

- TTC au pompage avec $\vec{L}_p$ le mom^t cinétique du pompage

$$\vec{L}_p = J \omega \vec{y}$$

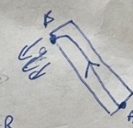
A l'éq. $\frac{d\vec{L}_p}{dt} = \vec{0}$ et en proj. sur $\vec{y}$

$$\boxed{\Gamma_{j \rightarrow p} + \Gamma_{poids} = 0 \quad (\Gamma_{liaison} = 0)} \\ \boxed{-\rho Dv l_0 v_s + mg \frac{l}{2} \sin \vartheta_{eq} = 0} \quad \text{pivot parfait}$$

avec $l_0 \approx l \Rightarrow \boxed{\sin \vartheta_{eq} = \frac{2\rho Dv v_s}{mg}}$

pour déterminer v_s

alors Bernoulli
 le long de la ligne
 de courant AB



et conservat del débit
 vol.

$$v_e S_e = v_s S_s$$

$$\frac{P_0}{\rho} + \frac{v_s^2}{2} = \frac{P_e}{\rho} + \frac{v_e^2}{2}$$

$\Rightarrow$ on néglige P_e
 variable d'Ep de
 pression g_g entre A
 et B

$$2 \frac{(P_0 - P_e)}{\rho} = v_s^2 - v_e^2 = v_s^2 \left(1 - \left(\frac{S_s}{S_e} \right)^2 \right)$$

donc $v_s = \sqrt{\frac{2h(P_0 - P_e)}{\rho}}$