▶ Correction : Masse d'un transformateur

Question d'examinateur

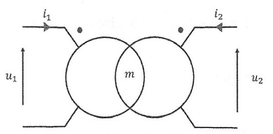
Rappelez la définition et les hypothèses d'un transformateur parfait.

Dans le cas d'un transformateur parfait, on fait les hypothèses simplificatrices suivantes :

— **Milieu Linéaire Homogène Invariant :** les champs magnétiques sont **faibles** devant le *champ de saturation* et le cycle d'hystérésis est suffisamment **fin** pour approximer la caractéristique $B(H)$ par un **segment de droite** identique en tout point du matériau et quel que soit l'instant de mesure. On néglige ainsi les **pertes fer**.

— **Confinement des lignes de champ :** La perméabilité relative μ_r vérifie $\mu_r \gg 1$. Le champ est confiné dans le fer, il n'y a *pas de fuite magnétique*. Le couplage entre les deux enroulements est donc **parfait**.

— **Conducteurs parfaits :** la résistance des enroulements est **négligée** : on ne prend pas en compte les **pertes cuivre**.



Dans les conventions précisées sur le schéma ci-dessus, un transformateur parfait vérifie :

$$\begin{cases} \textbf{Loi des tensions} \text{ (provient de la loi de Faraday)} & : \quad \frac{u_2}{u_1} = m \\ \textbf{Loi des courants} \text{ (provient du théorème d'Ampère)} & : \quad \frac{i_2}{i_1} = -\frac{1}{m} \end{cases}$$

Avec $m = \frac{N_2}{N_1}$ le rapport de transformation.

1. Afin d'évaluer la masse des bobinages en cuivre, on adopte la démarche suivante :

— On détermine l'**intensité du courant dans chaque bobinage**, et on utilise la puissance dissipée par effet Joule pour en déduire leur **résistance** ;

— On en déduit la section et la longueur des fils de cuivre utilisés dans chaque bobinage ;

— On évalue alors le volume des fils de cuivre et la **masse correspondante**.

Courant efficace dans chaque bobinage

D'après les données de la plaque signalétique du transformateur, on a : $S_N = U_{1N} I_{1N}$, avec $S_N = 35\,\text{kVA}$, $U_{1N} = 5\,\text{kV}$ et $U_{2v} = 220\,\text{V}$. On en déduit les courants efficaces à régime nominal.

A.N. : $I_{1N} = 7\,\text{A}$ et $I_{2N} = 159\,\text{A}$

Résistances des bobinages

Les pertes **cuivre**, c'est-à-dire les pertes par effet Joule dans les **bobinages** du transformateur, doivent vérifier $P_C = 300\,\text{W}$. Ces pertes sont identiques dans les deux bobinages, de sorte que $P_C = P_{j,1} + P_{j,2} = 2P_j$. De plus, P_j vérifie :

$$P_j = R_1 I_{1N}^2 = R_2 I_{2N}^2$$

On en déduit les expressions des résistances de chaque bobinage :

$$R_1 = \frac{P_j}{I_{1N}^2} \quad \text{et} \quad R_2 = \frac{P_j}{I_{2N}^2}$$

A.N. : $R_1 = 6.1\,\Omega$ et $R_2 = 1.2 \times 10^{-2}\,\Omega$

Sections, longueurs et masses des fils de cuivre

La densité de courant nominale vérifie $J_N = 2\,\text{A}\,\text{mm}^{-2}$. La section de chaque bobinage est reliée à l'intensité du courant par la relation $I_{iN} = J_N \cdot S_i \Rightarrow S_i = \frac{I_{iN}}{J_N}$.

A.N. : $S_1 = 3.5\,\text{mm}^2$ et $S_2 = 80\,\text{mm}^2$

La résistance R_i de chaque fil de cuivre dépend de la section S_i et de la longueur l_i totale du fil :

$$R_i = \frac{\rho_{Cu} l_i}{S_i}$$

Or la section et la résistance des fils sont connues, on en déduit donc leurs longueurs, puis leurs volumes :

$$\begin{cases} l_i = \frac{S_i R_i}{\rho_{Cu}} \\ V_i = l_i S_i = \frac{S_i^2 R_i}{\rho_{Cu}} \end{cases}$$

A.N. :

$$\begin{cases} l_1 = 1.26 \times 10^3\,\text{m} & \text{et} & l_2 = 56.5\,\text{m} \\ V_1 = 4.4 \times 10^{-3}\,\text{m}^3 & \text{et} & V_2 = 4.5 \times 10^{-3}\,\text{m}^3 \end{cases}$$

Pour mémoire

On note que les volumes des deux enroulements sont **très proches**, et devraient même être égaux aux arrondis près. C'est normal, car la **densité de courant** qui fixe les pertes volumiques dissipées par effet Joule ainsi que la valeur de ces pertes sont imposées et **identiques** pour les deux bobinages.

On en déduit ensuite la masse de cuivre que doit comporter le transformateur :

$$m_{Cu} = \mu \times (V_1 + V_2)$$

A.N. : $m_{Cu} = 80\,\text{kg}$ (soit environ 400 € de matière)

2. On cherche maintenant à évaluer la masse du circuit magnétique en Fe-Si.

Question d'examinateur

Quelles sont les différentes pertes d'un transformateur réel ? À quoi sont-elles dues ?

Dans un transformateur réel, différentes pertes ont lieu :

— **Les pertes cuivre** P_C sont liées aux pertes par effet Joule dans les bobinages (en cuivre).

— **Les pertes fer** P_F sont les pertes du circuit magnétique. Ce terme comporte :

  — Les **pertes par hystérésis** P_H liées au changement de direction permanent du flux, qui oblige les domaines ferromagnétiques (*domaines de Weiss*) à se réorienter en permanence, ce qui crée des frottements, donc des pertes. On a $P_H \propto f$.

  — Les **pertes par courant de Foucault** P_f qui sont les pertes par effet Joule des courants induits par le flux variable au sein du corps ferromagnétique. On a $P_f \propto f^2$.

⊕ Petit plus

Il existe une troisième composante des pertes fer (hors programme), appelée *pertes supplémentaires* (ou *excess losses* en anglais). Elles sont proportionnelles à $f^{3/2}$, et comme les pertes par hystérésis, elle puise son origine dans la *structure en domaines* des matériaux ferromagnétiques.

Les pertes fer valent $P_{\text{fer}} = V \times \mathscr{A} \times f$, avec f la fréquence d'utilisation, $\mathscr{A}$ l'aire du cycle d'hystérésis et V le volume du circuit magnétique du transformateur.

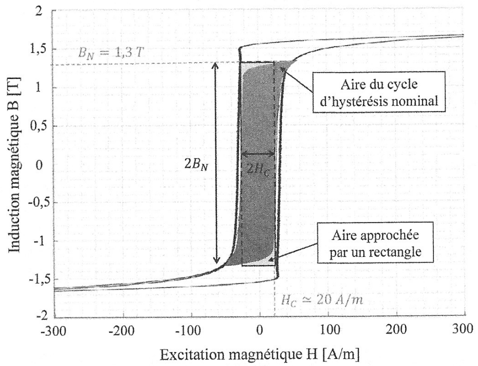
Piège

L'aire du cycle d'hystérésis représente l'ensemble des pertes fer volumiques, et pas seulement les pertes par hystérésis ! Le nom est si trompeur que certains examinateurs s'y laissent prendre... Il suffit pourtant de considérer le **bilan d'énergie d'un transformateur à vide** (volume V, section S, longueur moyenne du circuit magnétique l, N enroulements), dont on néglige les pertes cuivre. La puissance qu'il absorbe est donc égale à ses pertes fer totales :

$$dE_{elec} = \overbrace{\underbrace{u_1(t)}_{NS\frac{dB}{dt}}\,\underbrace{i_1(t)}_{\frac{Hl}{N}}\,dt}^{VHdB} = dE_{fer} = dE_{hysteresis} + dE_{Foucault}$$

L'intégrale de HdB sur un cycle vaut l'aire de l'hystérésis, ainsi que les pertes volumiques sur ce cycle. Elle contient bien les deux composantes des pertes fer ! En pratique, on utilise le montage de l'exercice *Mesure de perméabilité magnétique* p.355 pour mesurer ces pertes.

L'énoncé fournit les relevés de cycles d'hystérésis magnétiques des tôles utilisées dans le transformateur à la fréquence nominale. On s'intéresse à celui dont l'amplitude vaut $B_N = 1.3\,\text{T}$:



On évalue l'aire du cycle d'hystérésis comme celle d'un **rectangle** dont l'aire $\mathscr{A}$ vaut l'énergie volumique dissipée par le circuit magnétique pendant un cycle $\mathscr{A} = 4H_C B_N$. On en tire le volume d'acier en sachant ce que doivent valoir les pertes :

$$P_F = \mathscr{A} V f \Rightarrow V = \frac{P_F}{4H_C B_N f}$$

A.N. : $V = 5.8 \times 10^{-2}\,\text{m}^3$

On en déduit la masse d'acier : $m_{\text{tôle}} = \mu_{\text{tôle}} V \Rightarrow \boxed{m_{\text{tôle}} = \mu_{\text{tôle}} \frac{P_F}{4H_C B_N f}}$

A.N. : $m_{\text{tôle}} = 452\,\text{kg}$ (soit environ 260€ d'acier)

On remarque que l'information de l'énoncé sur l'égalité des pertes par hystérésis et par courant de Foucault n'est **pas utile** pour répondre à la question. Cela arrive parfois. En revanche, il est vrai que le choix de l'épaisseur de tôle résulte du **compromis** entre les pertes par hystérésis qui sont plus élevées pour des tôles fines, et les pertes par courant de Foucault qui sont plus importantes pour des tôles épaisses. L'exercice *Courants de Foucault et feuilletage* p.271 traite plus précisément la question.

⊕ Petit plus

Si on poursuivait le dimensionnement du transformateur, on pourrait évaluer la section S du circuit magnétique et le nombre d'enroulements N à l'aide de la *formule de Boucherot* : $U = 4.44BSNf$, avec U la tension efficace, B l'amplitude du champ magnétique, et f la fréquence. Vous pouvez la démontrer pour vous entraîner à l'aide de la **loi de Faraday**.