

LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

CLASSE PRÉPARATOIRE P.S.I.

ANNÉE 2023 - 2024



C2 : RÉSOLUTION ET ANALYSE DU COMPORTEMENT DES SYSTÈMES ASSERVIS

TD 4 - Analyse et résolution fréquentielle des systèmes asservis (C2-2)

Compétences

- **Modéliser**
 - Modéliser le signal d'entrée.
 - Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle.
 - Modifier les paramètres et enrichir le modèle pour minimiser l'écart entre les résultats analytiques et/ou numériques et les résultats expérimentaux.
- **Résoudre**
 - Déterminer la réponse temporelle.
 - Déterminer la réponse fréquentielle.
 - Mener une simulation numérique.
 - Résoudre numériquement une équation ou un système d'équations.
- **Expérimenter**
 - Choisir la grandeur physique à mesurer ou justifier son choix.
 - Mettre en œuvre un appareil de mesure adapté à la caractéristique de la grandeur à mesurer.
- **Communiquer**
 - Utiliser un vocabulaire technique, des symboles et des unités adéquats.

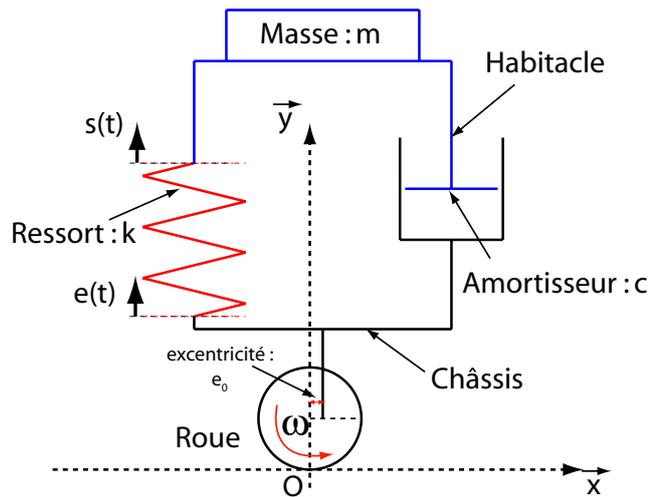
Exercice 1 : Comportement dynamique du véhicule Clever

Source : PT SIA 2013/Emilien DURIF

On modélise une suspension d'un véhicule de type Clever par un ressort de raideur k et un amortisseur de coefficient d'amortissement c , montés en parallèles. On ramène le poids du véhicule à une masse globale m . Dans un premier temps, nous prendrons comme valeurs numériques des différents paramètres :

- $m = 100 \text{ kg}$,
- $c = 1,13 \text{ kN} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$,
- $k = 80 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$.

On note respectivement $e(t)$ et $s(t)$ les déplacements verticaux (suivant \vec{y}) du châssis et de l'habitacle par rapport à la position d'équilibre du système. La rotation constante de la roue avec une vitesse angulaire ω entraîne un déplacement horizontal du véhicule à vitesse constante selon la direction $-\vec{x}$. Ainsi le repère $R_0(O, \vec{x}, \vec{y})$ peut être supposé comme galiléen.



L'axe de la roue peut être légèrement excentré par rapport à son centre avec un défaut noté e_0 . Ceci provoque donc un déplacement du châssis en fonction de la vitesse de rotation de la roue ω .

$$e(t) = e_0 \sin(\omega t).$$

On se propose de modéliser la réponse en déplacement vertical (suivant \vec{y}) de l'habitacle ($s(t)$) en fonction de la pulsation ω .

On souhaite que le système de suspension soit capable d'amortir les vibrations pour cela le cahier des charges quantifie l'exigence liée à l'amortissement.

Exigence	Description	Quantification
1.1	Amortir les vibrations dans le cas d'un défaut d'excentricité	Accélération verticale du châssis inférieure à $1 m/s^2$ pour un défaut de $0,3 mm$

Le Principe Fondamental de la Dynamique en résultante suivant la direction \vec{y} appliqué à l'habitacle par rapport au repère R_0 donne l'équation différentielle suivante :

$$-c \left(\frac{d(s(t) - e(t))}{dt} \right) - k(s(t) - e(t)) = m \frac{d^2 s(t)}{dt^2}.$$

On suppose les conditions initiales nulle : $s(t=0) = \frac{ds(t=0)}{dt} = 0$.

Q 1 : Donner la fonction de transfert du système $H_0(p) = S(p)/E(p)$ est égale à (forme canonique)

On pose $\Gamma(p) = \frac{d^2 s(t)}{dt^2}$.

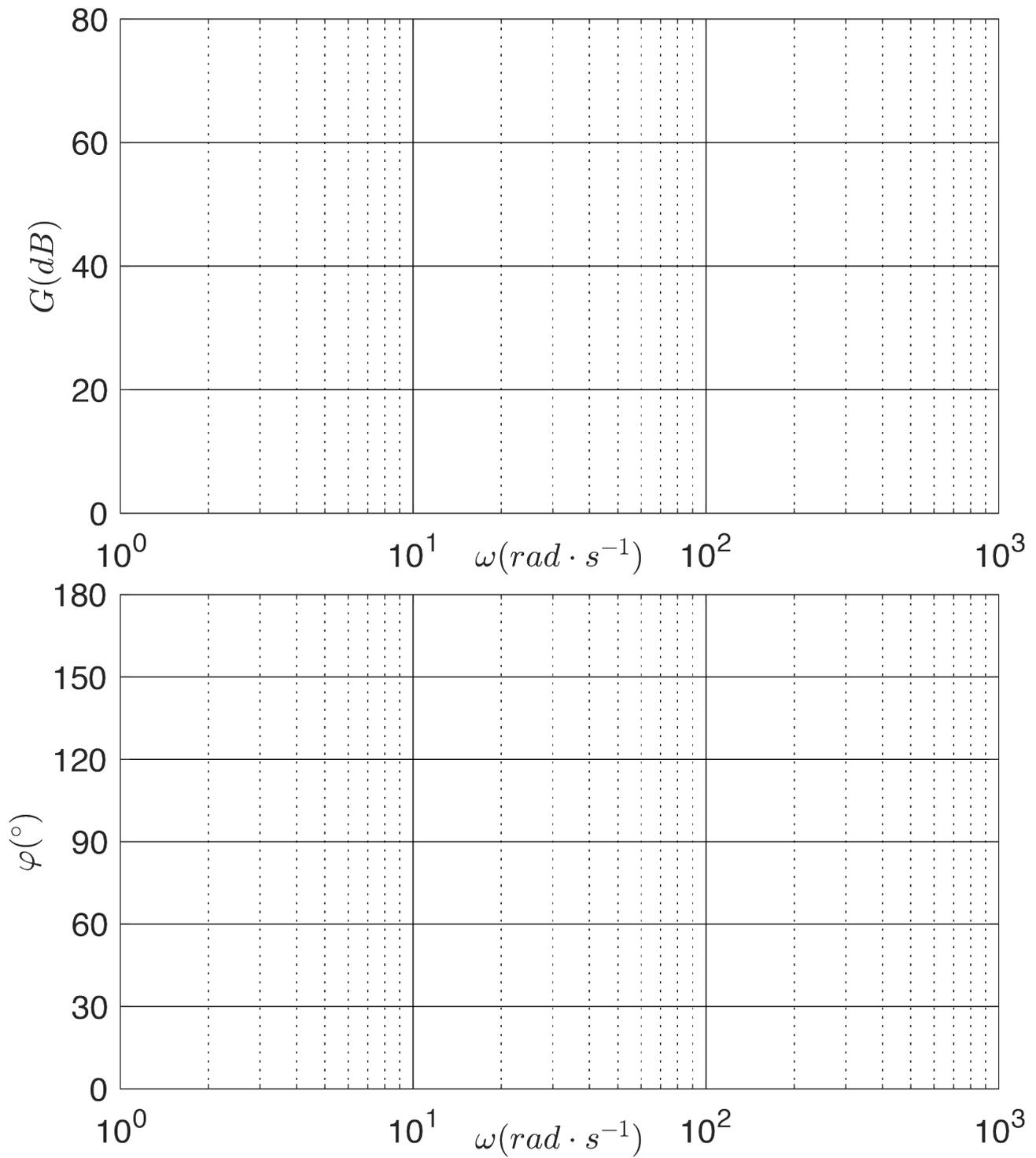
Q 2 : Pour vérifier le cahier des charges il faut expliciter la fonction de transfert $H(p) = \frac{\Gamma(p)}{E(p)}$. L'expliciter et la mettre sous forme canonique.

Q 3 : Tracer le diagramme de Bode asymptotique de $H(p)$ en justifiant votre réponse à l'aide d'un tableau de variation.

Q 4 : Préciser l'allure du diagramme de Bode réel en justifiant votre réponse.

Q 5 : Déterminer les plages de pulsations pour lesquels on peut vérifier le cahier des charges.

Q 6 : Sachant que les roues du véhicules ont pour dimension $30 cm$, donner la plage de vitesse en km/h possible pour respecter le cahier des charges.



Exercice 2 : Chirurgie endoscopique à distance

Source : Banque PT SIA 2005

1 Présentation

Les avancées technologiques dans le domaine de la chirurgie permettent actuellement au chirurgien installé devant un poste de commande et de contrôle de commander à distance des robots portant les outils chirurgicaux.

Ce poste nommé "console" contient :

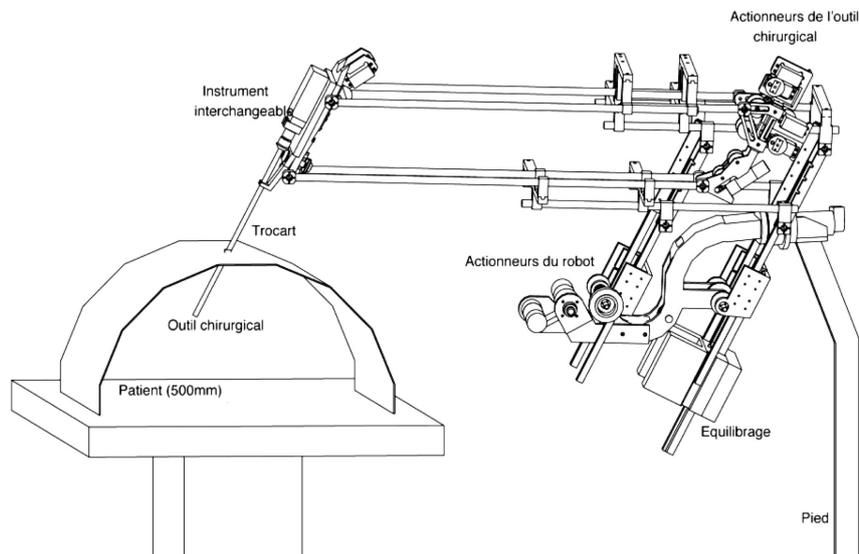
- les dispositifs d'acquisition des mouvements du chirurgien ;
- un écran vidéo pour le retour d'image provenant de l'endoscope ;
- un écran de contrôle du système informatique.



Outre le confort opératoire pour le chirurgien, le principal avantage du système robotisé est de permettre le traitement des commandes générées par la console, avant que ceux-ci ne soient transmis aux robots esclaves. On peut par exemple utiliser ce traitement pour :

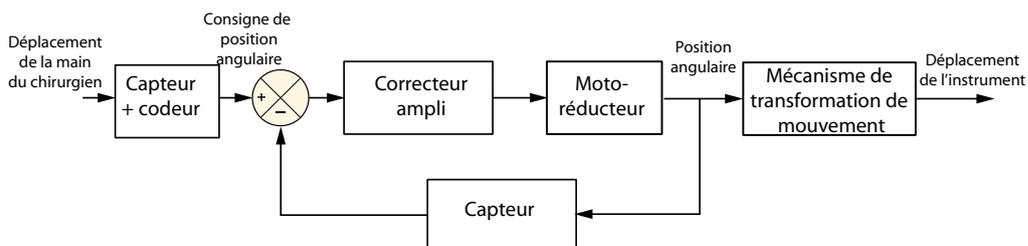
- limiter les débattements des outils ;
- filtrer les mouvements vibratoires ;
- changer d'échelle et permettre des déplacements infinitésimaux.

On s'intéresse ici à un prototype de robot appelé "Endoxirob" ou "robot pour la chirurgie endoscopique".



Sur l'extrémité du bras de robot, les instruments chirurgicaux sont interchangeables. L'échange d'instruments s'effectue rapidement pendant l'utilisation du robot.

Le choix technologique des ingénieurs a été de placer les actionneurs électriques de l'outil chirurgical non pas sur l'instrument chirurgical lui-même, mais sur la structure du robot; ce choix a conduit à la conception d'une interface mécanique spécifique, à poussoirs, permettant le transfert des actions de commande des actionneurs vers l'outil chirurgical. Le schéma-blocs ci-dessous présente la commande du déplacement de l'instrument :



La console permet de capter le déplacement de la main, de le coder et éventuellement de le filtrer afin d'élaborer la tension de consigne de position angulaire du moto-réducteur. La position angulaire est transformée en position

linéaire de l'instrument, par un mécanisme de transformation de mouvement à crémaillère. La fonction de transfert de l'asservissement étudié est :

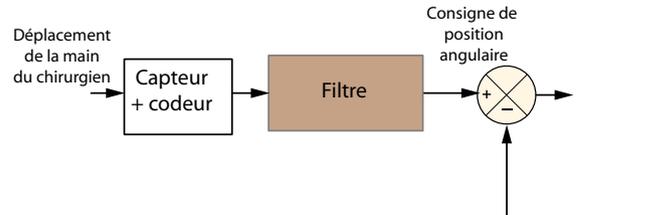
$$H(p) = \frac{D_{instrument}(p)}{D_{main}(p)} = \frac{1}{(1 + 0,014p + 0,00017p^2)(1 + 0,015p + 0,0014p^2)}$$

Avec :

- $d_{instrument}(t)$, le déplacement de l'instrument (en m) ;
- $d_{main}(t)$, le déplacement de la main du chirurgien (en m).

Objectif 1 :

concevoir un filtre à insérer en série dans le bloc d'élaboration de la consigne angulaire, afin de limiter l'amplitude de l'instrument lors du tremblement de la main du chirurgien, tout en préservant une rapidité suffisante au système.



2 Modélisation du comportement de l'asservissement sans filtre

Q 7 : Tracer le diagramme de bode asymptotique de la fonction de transfert sur la figure 1. Donner avec le plus de précision possible l'allure du diagramme de Bode réel.

Q 8 : Déterminer, en raisonnant graphiquement, l'amplitude du mouvement pris par l'instrument lorsque la main du chirurgien est prise d'un tremblement modélisable par un signal sinusoïdal d'amplitude 1 mm et de période 0,25 s. Conclure.

3 Mise en place du filtre

Afin de limiter l'amplitude du mouvement de l'instrument, lors du tremblement de la main du chirurgien, un filtre est inséré en amont du comparateur, c'est-à-dire en série avec l'asservissement sans filtre. La courbe de gain de l'asservissement ainsi filtré est égale alors à la somme de la courbe de gain du filtre et de la courbe de gain de l'asservissement sans filtre. On hésite entre trois filtres passe-bas de fonction de transfert :

$$F_1(p) = \frac{1}{1 + 0,04p} \quad F_2(p) = \frac{1}{1 + 0,1p} \quad F_3(p) = \frac{1}{1 + 0,5p}$$

Q 9 : Tracer les diagrammes de Bode de ces 3 filtres sur la figure 1.

Q 10 : Choisir parmi ces trois filtres, ceux qui permettent d'atténuer sensiblement le phénomène lié au tremblement de la main du chirurgien et mis en évidence dans la partie précédente.

Le filtre retenu ne doit pas, en revanche, filtrer les mouvements réalisés de manière volontaire par le chirurgien. On considère qu'un mouvement dont la période est supérieure à 1 s, est un mouvement souhaité, et non un tremblement. L'amplitude d'un tel mouvement ne doit pas être diminué de plus de 10% au niveau de l'instrument chirurgical.

Q 11 : Choisir le filtre qui permet d'avoir un tel comportement.

On donne sur la figure 2 le diagramme de Bode de la fonction de transfert filtré avec le filtre choisi précédemment.

Une large bande passante à $-3dB$ caractérise un système rapide car cela implique que le système est apte à suivre des entrées rapides ou des fréquences élevées. Le cahier des charges de l'asservissement étudié impose une fréquence de coupure à $-3dB$ supérieure ou égale à 4Hz.

Q 12 : Pour le filtre retenu précédemment, déterminer analytiquement la pulsation de coupure à $-3dB$. Vérifier ce résultat graphiquement sur la figure 2. Valider le critère du cahier des charges ci-dessus.

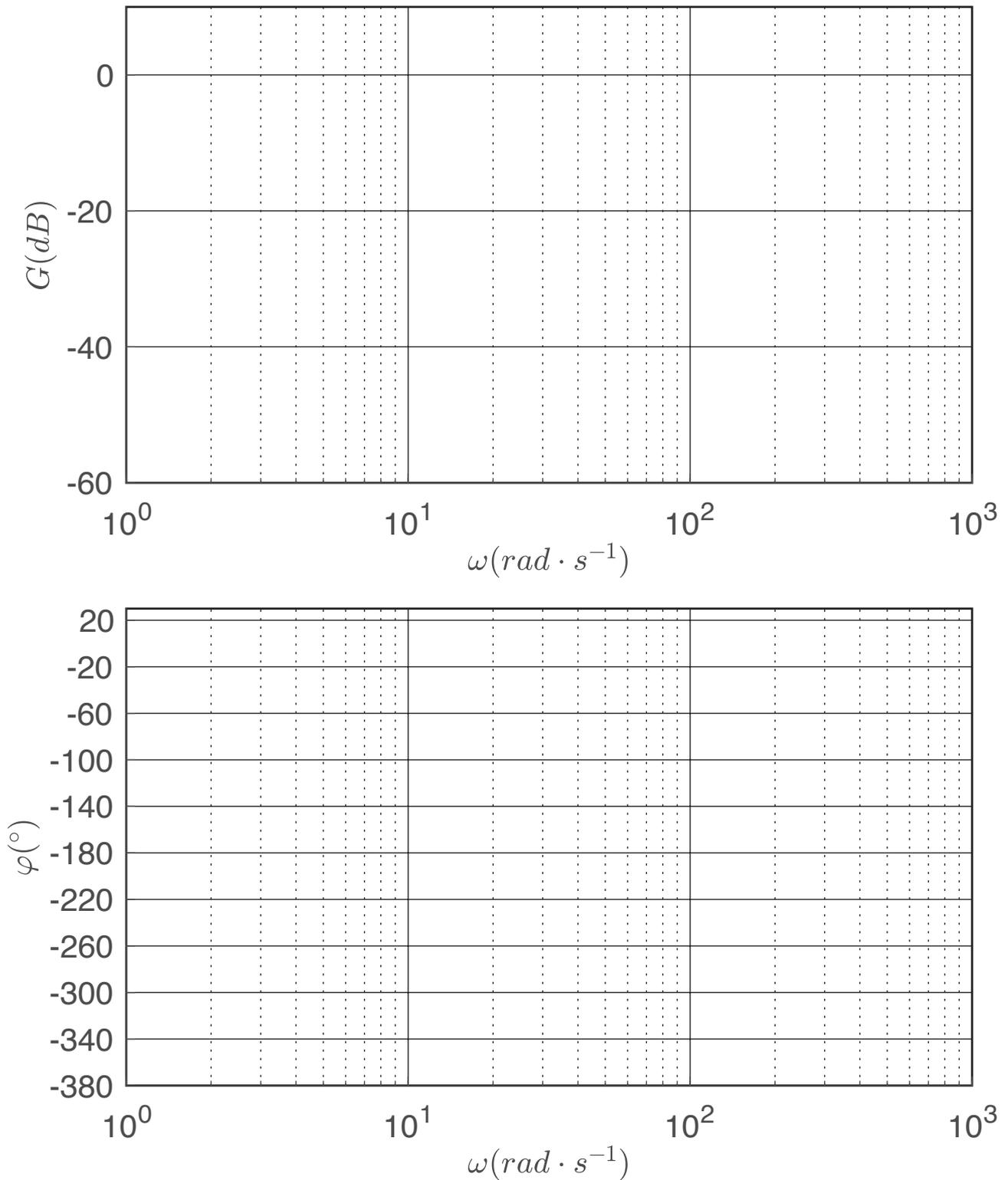
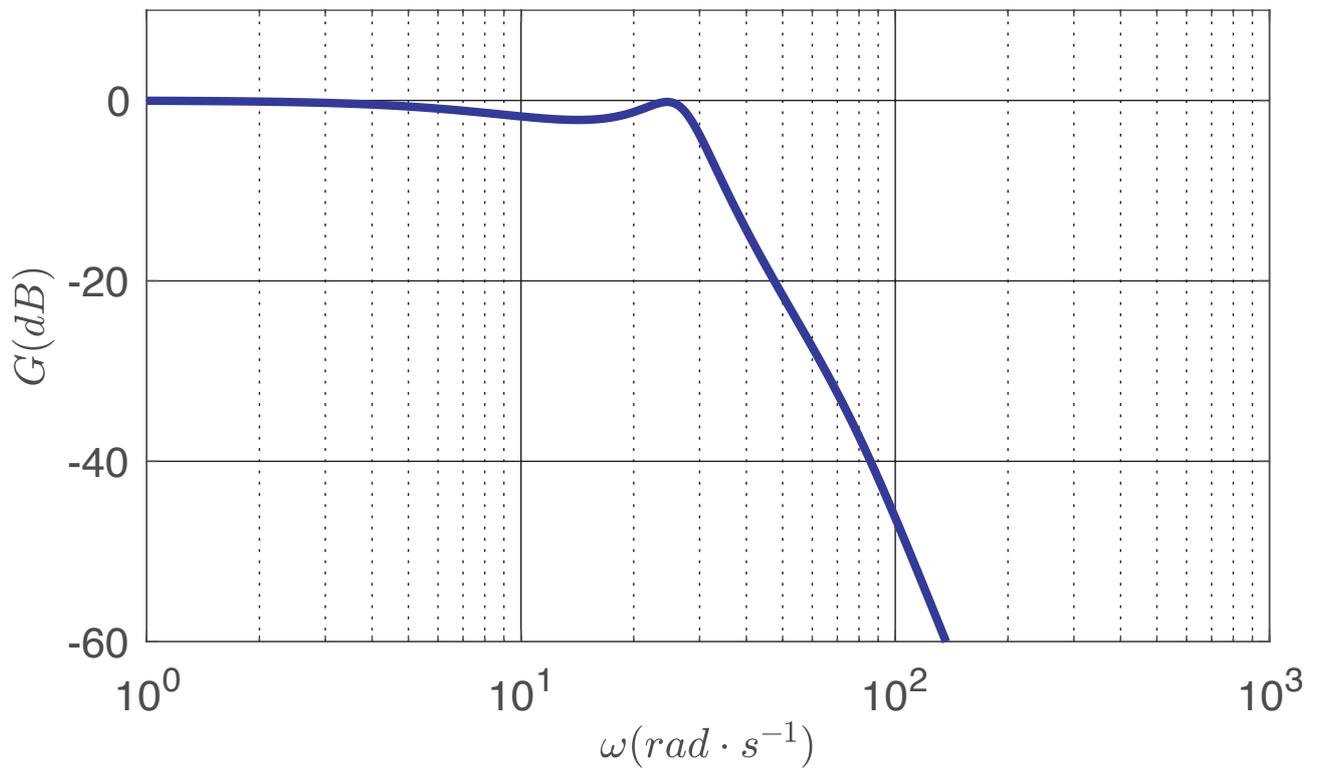


FIGURE 1 – Diagramme de Bode de la fonction de transfert

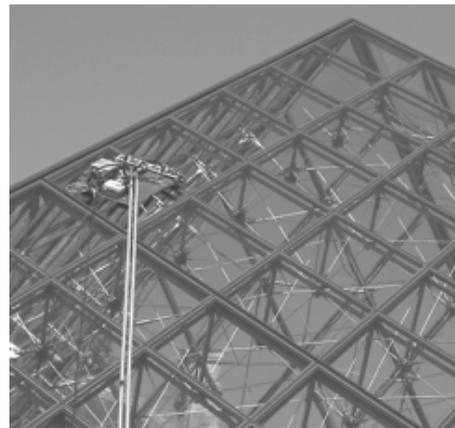
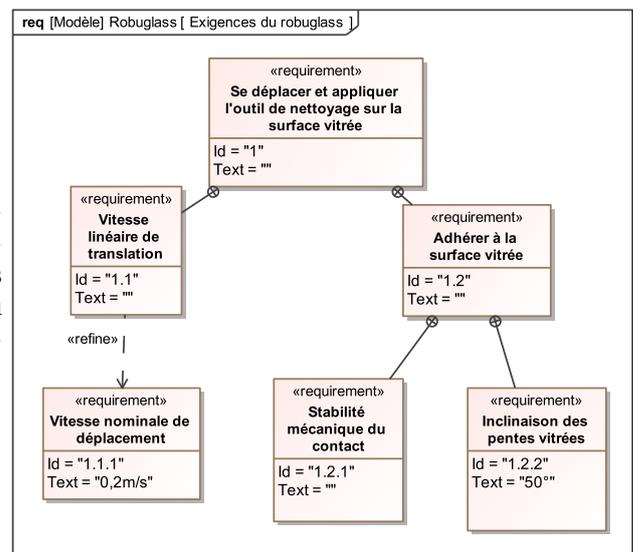
FIGURE 2 – diagramme de gain de $F_i(p) \times H(p)$ avec $F_i(p)$ le filtre retenu précédemment

Exercice 3 : Robuglass

Source : CONCOURS COMMUN SUP 2009

1 Analyse du système étudié

Le Robuglass est un robot devant assurer de manière automatique l'entretien de la pyramide du Louvre sans nécessiter l'intervention (difficile et périlleuse) des opérateurs directement sur l'édifice. Le cahier des charges partiel du robot est décrit par le diagramme des exigences partiel ci-contre.



Le robot ROBUGLASS se compose de 4 sous ensembles distincts (voir Annexe 1, Figure 3) :

- Le porteur : qui constitue le robot qui se déplace sur la surface vitrée, emportant l'outil de nettoyage. L'outil de nettoyage est constitué d'une brosse, d'une buse qui l'arrose de produit nettoyant et d'un dispositif de raglage (racleuse + essuie glace).
- Le chariot ombilical : qui supporte les 2 pompes à vide (assurant une redondance pour des raisons de sécurité) et auquel sont connectées toutes les sources d'énergie provenant du véhicule atelier.
- Le poste de contrôle : qui permet à l'opérateur de commander manuellement le porteur ou de vérifier le bon déroulement de l'opération de nettoyage.
- Le véhicule atelier : qui permet le rangement du porteur, de l'outillage et du chariot ombilical. Il contient une cuve avec sa pompe pour la préparation et le transfert du produit de nettoyage. Il permet de réaliser l'entretien courant et les petites réparations.

Le porteur est constitué d'un plateau supportant les différents composants (voir Annexe 2 et Annexe 3, Figures 4 et 6) :

- La motricité est assurée par quatre groupes propulsions (Annexe 2, Figure 4) composés chacun d'une chenille équipée d'un motoréducteur électrique indépendant. Chaque moteur à courant continu est alimenté en élec-

tricité par un variateur, qui permet d'adapter l'énergie électrique. Un réducteur permet de réduire la vitesse de rotation et d'augmenter le couple aux roues motrices. Les roues motrices entraînent les chenilles. Un codeur incrémental permet la mesure de la position angulaire de l'arbre moteur. Chaque groupe de motorisation est asservi en vitesse.

- Huit ventouses (Annexe 2, Figure 4) sont disposées sous le plateau afin d'améliorer l'adhérence du porteur à la surface vitrée. La pression à l'intérieur des ventouses est inférieure à la pression atmosphérique, créant ainsi un effet d'aspiration et donc un effort plaqueur sur la surface vitrée. Une nourrice assure la liaison aux pompes à vide du chariot ombilical et aux ventouses. Des capteurs de pression (non visibles sur les schémas) contrôlent le vide dans chacune des ventouses.
- Des capteurs photoélectriques (Annexe 2, Figure 4) sont disposés à l'avant du porteur. Lorsque le porteur arrive en haut de la pyramide, les capteurs ne détectant plus la surface vitrée n'envoient plus de signal électrique, provoquant ainsi l'arrêt du robot.
- Des capteurs inductifs (Annexe 2, Figure 4) disposés sur les côtés gauche et droit du robot permettent la détection des joints de vitre en aluminium. Ils permettent de contrôler la trajectoire en mode automatique.
- Le porteur est équipé d'un boîtier de commande (Annexe 2, Figure 4) (comportant un calculateur) capable de gérer le système. Il traite toutes les informations reçues des différents capteurs et du boîtier HF et élabore les consignes pour les groupes de motorisation et l'outil de nettoyage.
- Un boîtier d'émission réception HF (Annexe 2, Figure 4) permet la communication avec le poste de contrôle.
- L'outil de nettoyage (Annexe 2, Figure 4) embarqué sur le robot est équipé d'une brosse rotative alimentée en fluide de nettoyage et de deux raclettes. La brosse est entraînée par un motoréducteur. Une courroie transmet la puissance du réducteur à la brosse. Un vérin électrique permet de positionner l'outil de nettoyage dans les différentes phases et de contrôler l'effort normal entre l'outil et la surface vitrée en phase de nettoyage.

Q 13 : Compléter sur le document réponse la chaîne fonctionnelle de mise en rotation d'une chenille.

2 Vérification de la capacité du robot à réaliser un nettoyage efficace en mode automatique.

Le système étudié doit pouvoir fonctionner en mode automatique. Pour ce faire, il doit maîtriser la trajectoire du porteur sans intervention de l'opérateur. Il faut aussi veiller à contrôler la vitesse de rotation des chenilles pour éviter tout glissement. Chaque groupe de propulsion est donc asservi en vitesse de rotation. On se propose d'étudier cet asservissement afin d'en contrôler la capacité à vérifier les critères du cahier des charges.

Le schéma bloc de l'asservissement de l'axe moteur est représenté en figure 6. On néglige l'effet des perturbations extérieures.

Q 14 : Expliquer ce qui dans le schéma bloc permet d'affirmer que le système étudié est bien un système asservi.

Q 15 : Déterminer la relation à imposer entre k_a et k_p pour garantir que le système soit bien asservi sur la vitesse de rotation de l'axe moteur. Préciser lequel de ces deux paramètres est ajustable.

On modélise le comportement du moteur électrique par les équations suivantes :

$$u_m(t) - e(t) = R i(t)$$

$$e(t) = k_e \omega_m(t)$$

$$J \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t)$$

$$C_m(t) = k_i i(t)$$

- R : Résistance de l'induit,
- k_e : constante de force contre-électromotrice,
- k_i : constante de couple,
- J : Inertie de l'axe moteur,
- $u_m(t)$: tension d'alimentation du moteur,
- $i(t)$: courant dans le moteur,
- $e(t)$: tension contre-électromotrice,
- $\omega_m(t)$: vitesse de rotation de l'arbre moteur,
- $C_m(t)$: couple disponible sur l'arbre moteur.

Q 16 : Exprimer les transformées de Laplace de ces équations, sachant que les conditions initiales sont nulles.

On notera $A(p)$ la transformée de Laplace de la fonction temporelle $a(t)$.

Q 17 : Construire le schéma bloc du moteur avec ces quatre équations (entrée : $U_m(p)$, sortie : $\Omega_m(p)$)

Q 18 : En déduire la fonction de transfert du moteur électrique $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$. La mettre sous sa forme canonique en spécifiant toutes les caractéristiques.

On prendra pour la suite :

$$H_m(p) = \frac{k_m}{1 + \tau_m p}$$

Dans un premier temps, le dispositif de correction est un gain proportionnel : $k_c(p) = k_c$.

Q 19 : Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée : $F_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$

Q 20 : Mettre $F_1(p)$ sous forme canonique et exprimer le gain statique noté k_1 et la constante de temps notée τ_1 en fonction de : k_m, k_c, k_a, k_p, k_v et τ_m .

Pour améliorer la précision, on choisit à présent un dispositif de correction sous la forme d'un intégrateur : $k_c(p) = \frac{k_c}{p}$.

Q 21 : Déterminer la nouvelle expression de la fonction de transfert en boucle fermée $F_2(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ en fonction de $k_m, k_c, k_a, k_p, k_v, \tau_m$ et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'un deuxième ordre. Vous identifierez le gain statique noté k_2 , la pulsation propre non amortie notée ω_0 et le coefficient d'amortissement noté ξ en fonction de : $k_m, k_c, k_a, k_p, k_v, \tau_m$.

Q 22 : Déterminer la valeur de k_c en fonction des autres paramètres garantissant que la réponse se fera sans dépassement de la consigne tout en étant le plus rapide possible.

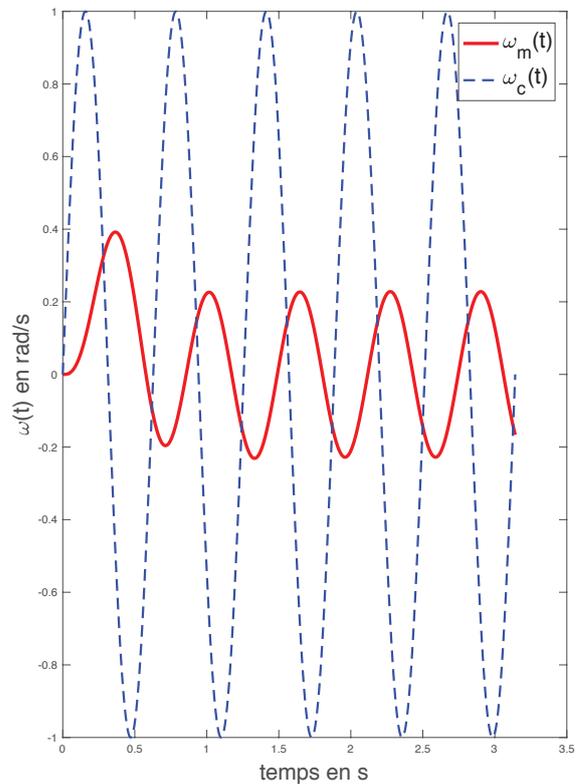
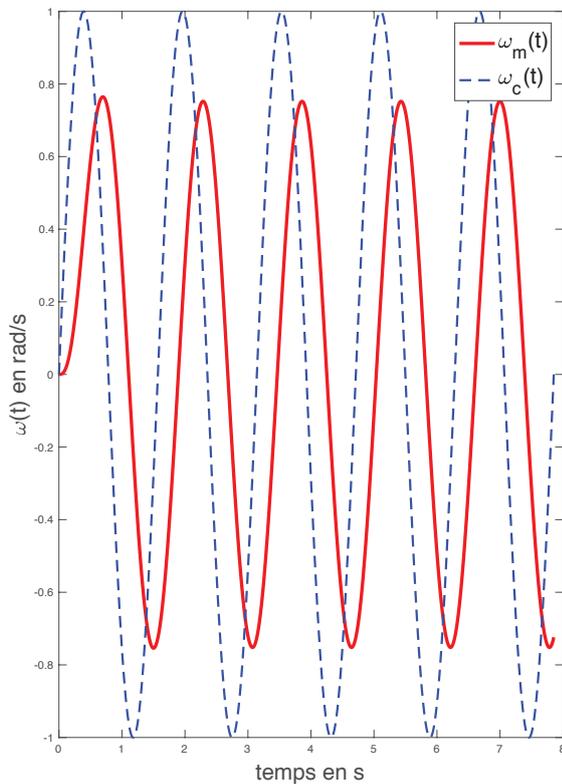
Pour améliorer la rapidité, on tolère un dépassement de la consigne inférieur à 5%. Pour cela la fonction de transfert prend la forme :

$$F_2(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{1}{0,04 p^2 + 0,32 p + 1}$$

Q 23 : Donner les valeurs numériques de la pulsation propre ω_0 et du coefficient d'amortissement ξ .

Q 24 : Tracer le diagramme de Bode asymptotique de la fonction de transfert en boucle fermée $F_2(p)$ sur le document réponse. Donner le plus précisément possible l'allure du diagramme de Bode réel de $F_2(p)$ (figure 8).

Q 25 : Pour vérifier le comportement du système on réalise deux mesures données par les figures ci-dessous. Placer sur le diagramme de Bode réalisé précédemment les deux points de mesures effectués.



Pour caractériser la stabilité du système il faut étudier la fonction de transfert en boucle ouverte notée $F_3(p)$:

$$F_3(p) = \frac{3}{p(1 + \frac{1}{8} p)}$$

Q 26 : Tracer le diagramme de Bode asymptotique de la fonction de transfert en boucle ouverte $F_3(p)$. Donner le plus précisément possible l'allure du diagramme de Bode réel de $F_3(p)$ (figure 8).

3 Annexes

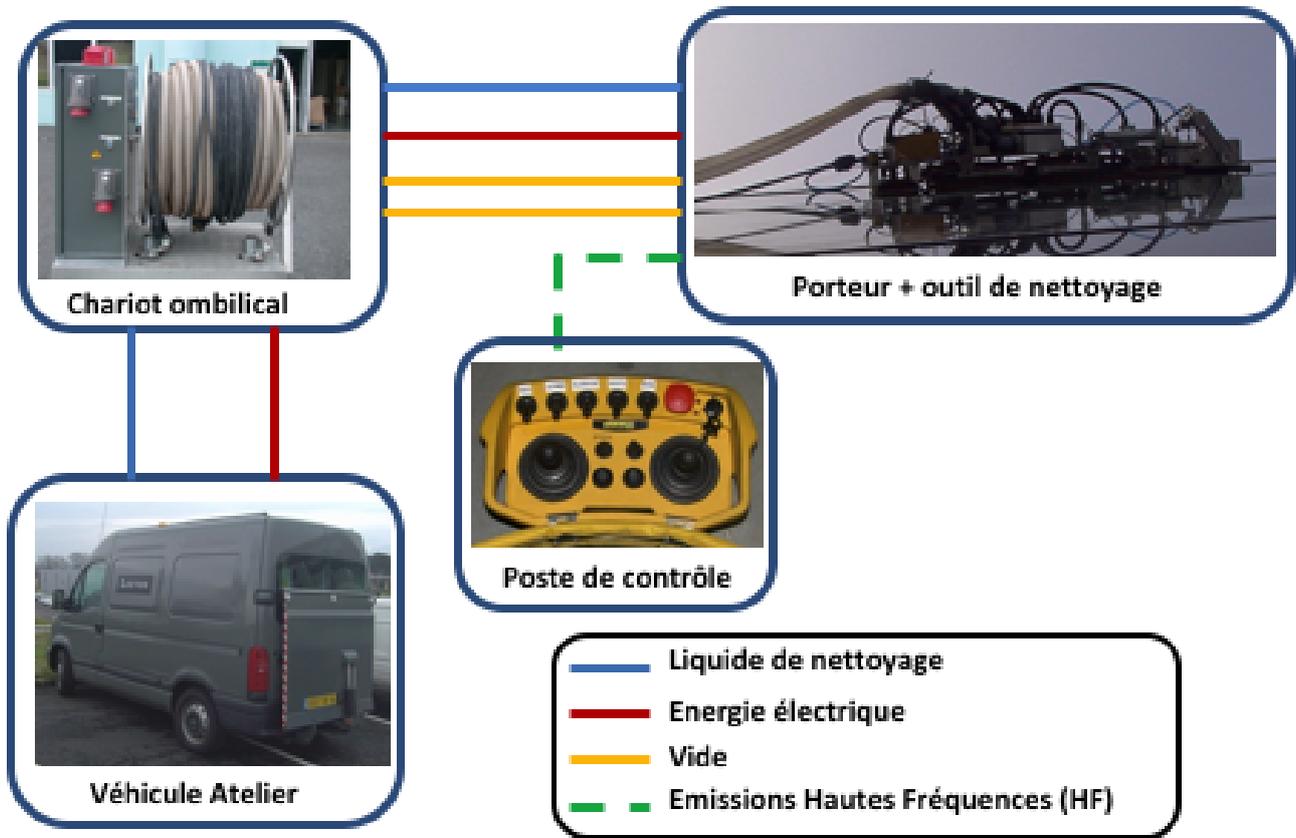


FIGURE 3 – Annexe 1

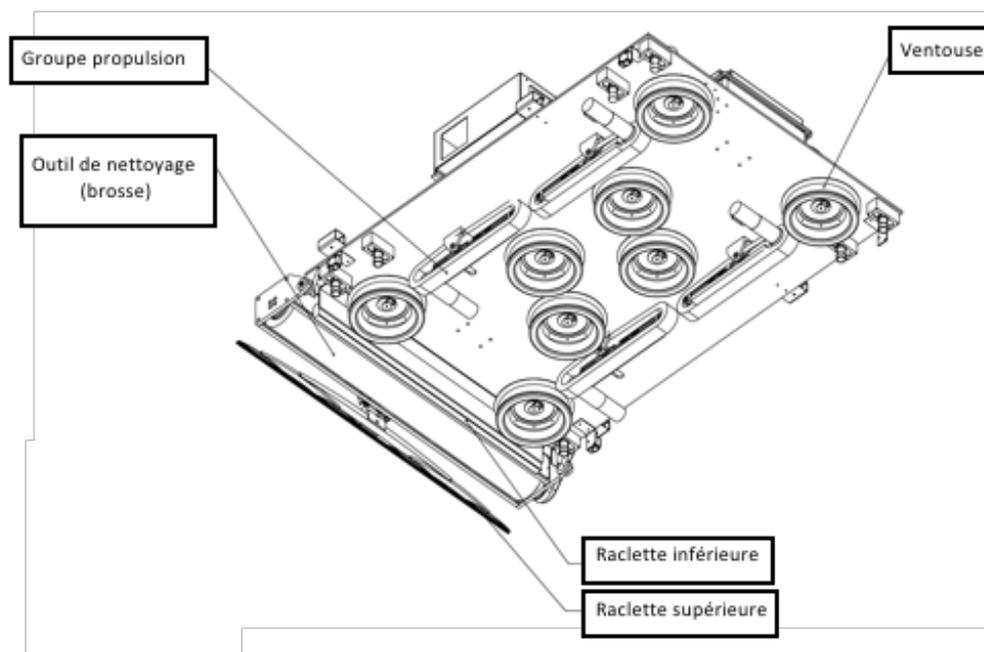


FIGURE 4 – Annexe 2

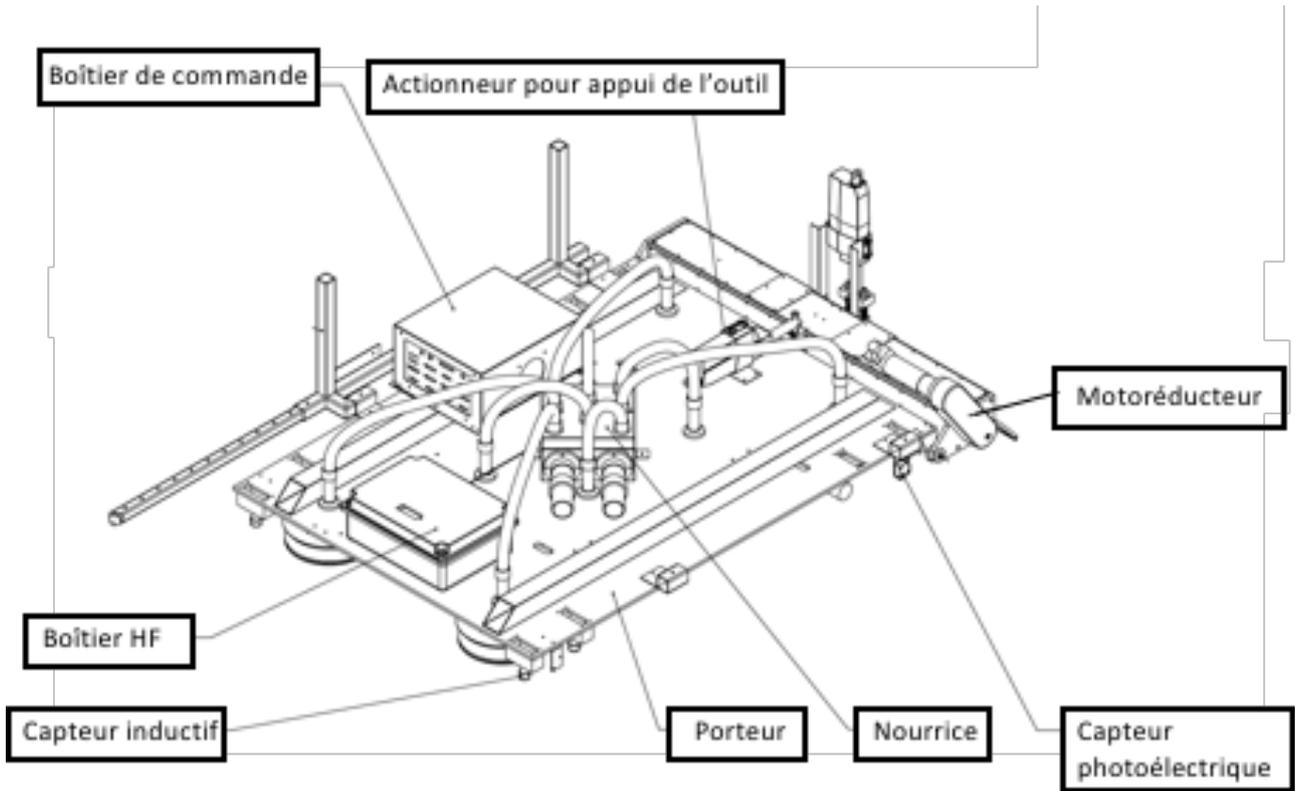


FIGURE 5 – Annexe 3

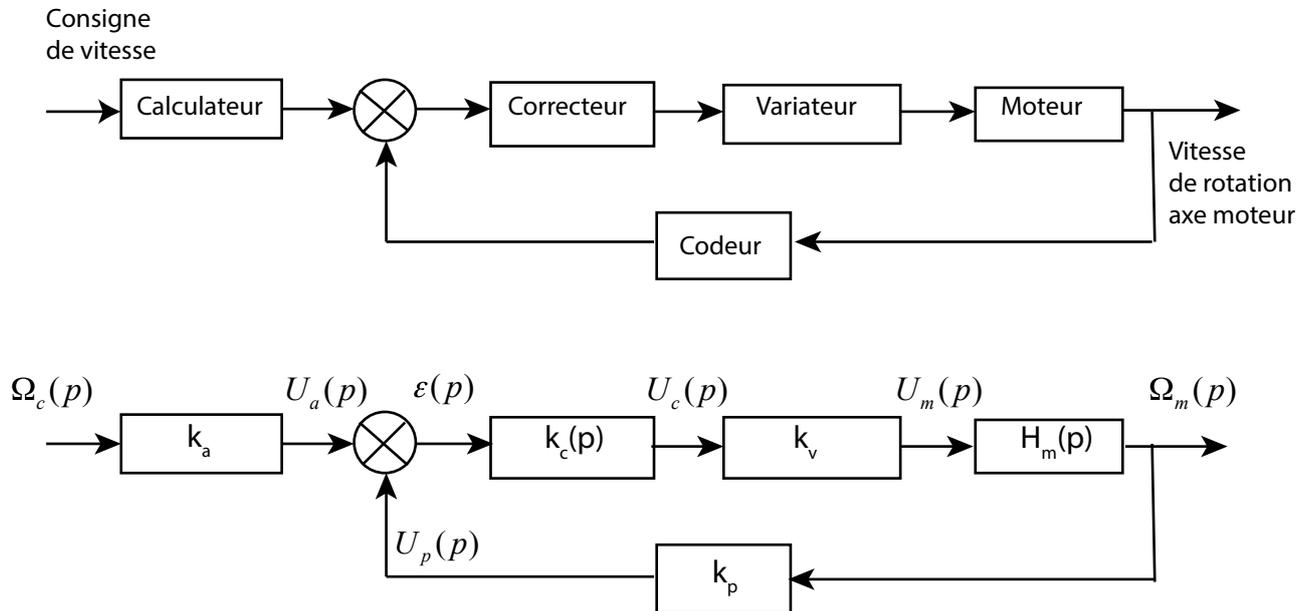


FIGURE 6 – Annexe 3

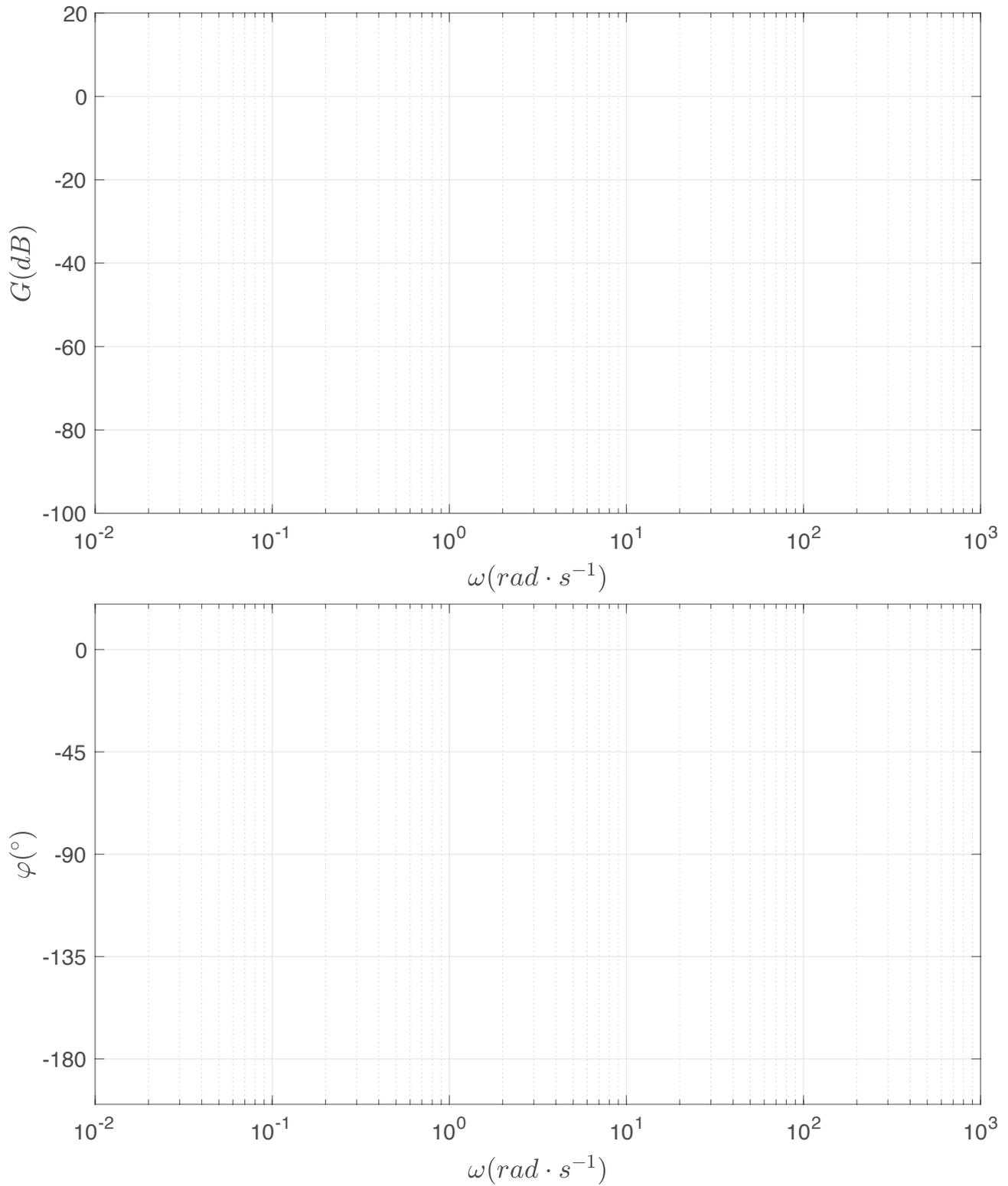


FIGURE 7 – DR1

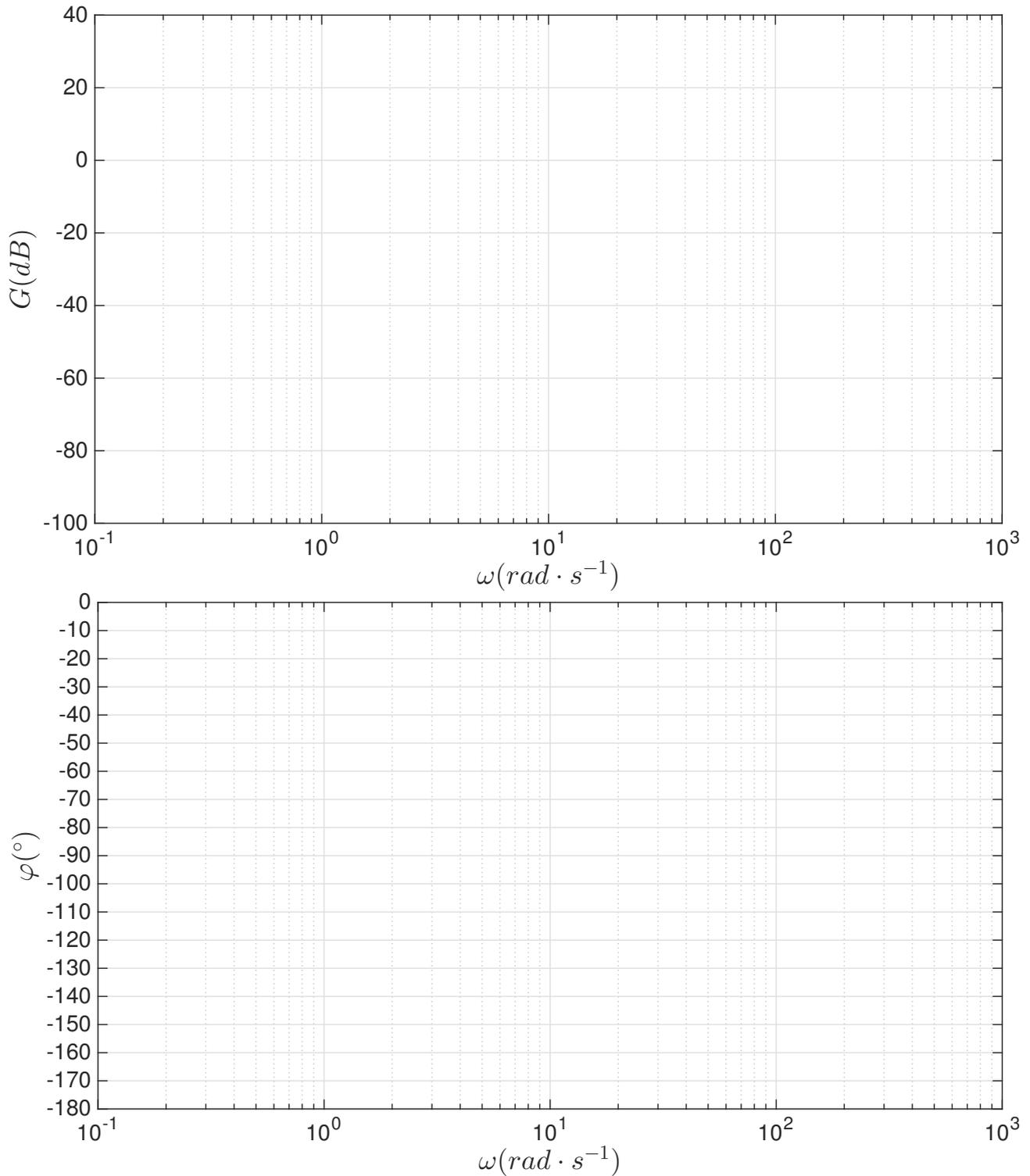


FIGURE 8 – DR2

Corrigé

Exercice 1 : Comportement dynamique du véhicule Clever

1 Corrigé : Suspension de véhicule à trois 3 roues Clever

Q 1 : Donner la fonction de transfert du système $H_0(p) = S(p)/E(p)$ est égale à (forme canonique)

$$H_0(p) = \frac{c p + k}{m p^2 + c p + k} = \frac{\frac{c}{k} p + 1}{\frac{m}{k} p^2 + \frac{c}{k} p + 1} = \frac{\tau p + 1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} p + 1}$$

En faisant l'application numérique, on trouve :

$$\tau = \frac{c}{k} \approx 1,4 \cdot 10^{-2} s$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \approx 28,3 rad/s$$

$$\xi = \frac{\omega_0}{2} \cdot \frac{c}{k} \approx \frac{c}{2\sqrt{k \cdot m}} = 0,2$$

Q 2 : Pour vérifier le cahier des charges il faut expliciter la fonction de transfert $H(p) = \frac{\Gamma(p)}{E(p)}$. L'expliciter et la mettre sous forme canonique.

$$H(p) = \frac{\Gamma(p)}{E(p)} = \frac{\Gamma(p)}{S(p)} \times \frac{S(p)}{E(p)}$$

or $\Gamma(p) = p^2 \cdot S(p)$ avec les conditions initiales nulles.

Donc

$$H(p) = p^2 \frac{\tau p + 1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} p + 1}$$

Q 3 : Tracer le diagramme de Bode asymptotique de $H(p)$ en justifiant votre réponse à l'aide d'un tableau de variation.

• **Décomposition de la fonction de transfert :**

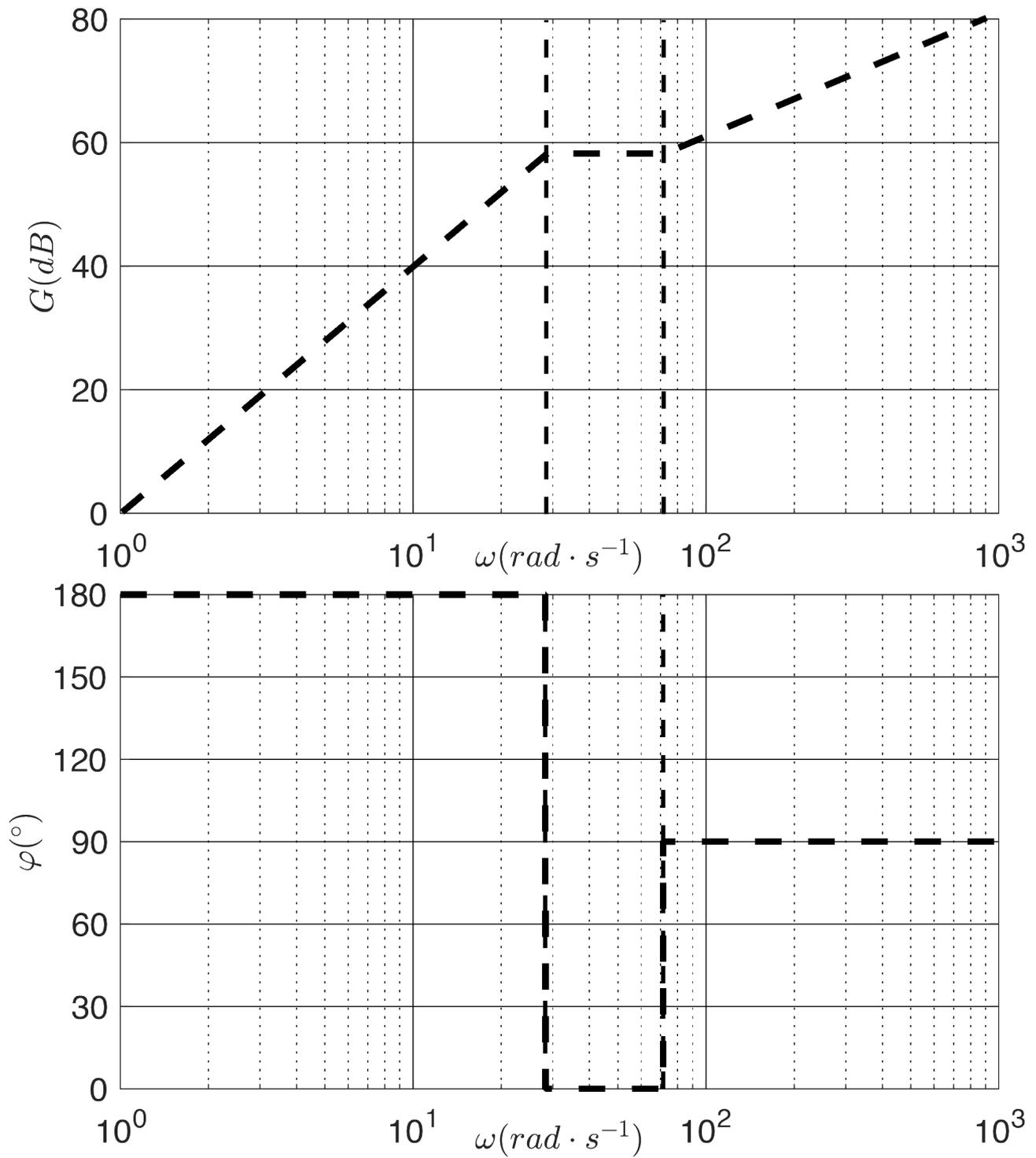
$$H(p) = H_1(p) \times H_2(p) \times H_3(p)$$

- $H_1(p) = p^2$: double dérivateur
- $H_2(p) = \tau p + 1$: premier ordre au numérateur
- $H_3(p) = \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} p + 1}$: deuxième ordre
- **Liste des pulsations caractéristiques :**
 - $H_1(p) = p^2$: double dérivateur : $\omega_1 = 1 \text{ rad/s}$ pulsation de gain nul.
 - $H_2(p) = \tau p + 1$: premier ordre au numérateur : $\omega_2 = \frac{1}{\tau} = 71,4 \text{ rad/s}$ pulsation de cassure
 - $H_3(p) = \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} p + 1}$: deuxième ordre : $\omega_3 = \omega_0 = 28,3 \text{ rad/s}$ pulsation de cassure.
- **Classement des pulsation caractéristiques :**

$$\omega_1 < \omega_3 < \omega_2$$

• **Construction du tableau de variation :**

ω	$0 \rightarrow \omega_1$		ω_1	$\omega_1 \rightarrow \omega_3$		ω_3	$\omega_3 \rightarrow \omega_2$		ω_1	$\omega_2 \rightarrow \infty$	
	Gain (dB/dec)	$\varphi(^{\circ})$	Gain (dB)	Gain (dB/dec)	$\varphi(^{\circ})$	Gain (dB)	Gain (dB/dec)	$\varphi(^{\circ})$	Gain (dB)	Gain (dB/dec)	$\varphi(^{\circ})$
Tracé asymptotique											
$H_1(p)$	+40	+180	0	+40	+180	Continuité	+40	+180	Continuité	+40	+180
$H_2(p)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	+20	+90
$H_3(p)$	0	0	0	0	0	0	-40	-180	Continuité	-40	-180
$H(p)$	+40	+180	0	+40	+180	Continuité	0	0	Continuité	+20	+90

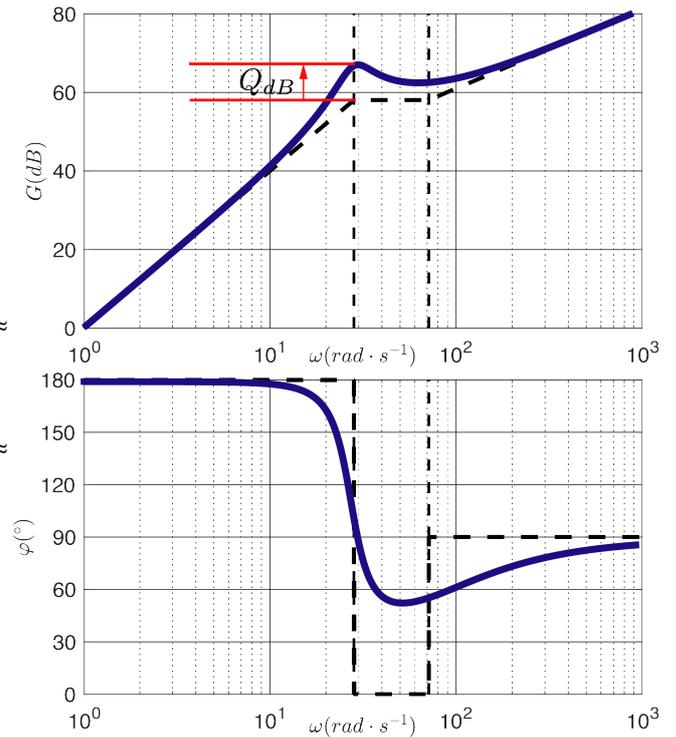


Q 4 : Préciser l'allure du diagramme de Bode réel en justifiant votre réponse.

Allure du tracé réel :

$\xi = 0,2 < 1$, il y a donc une résonance. On peut calculer :

- la pulsation de résonance : $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2\xi^2} \approx 27,1 \text{ rad/s}$
- le gain de surtension : $Q = \frac{1}{2\xi \sqrt{1 - \xi^2}} \approx 2,6$
- le gain de surtension en décibel : $Q_{dB} = 10 \log Q \approx 8,1 \text{ dB}$



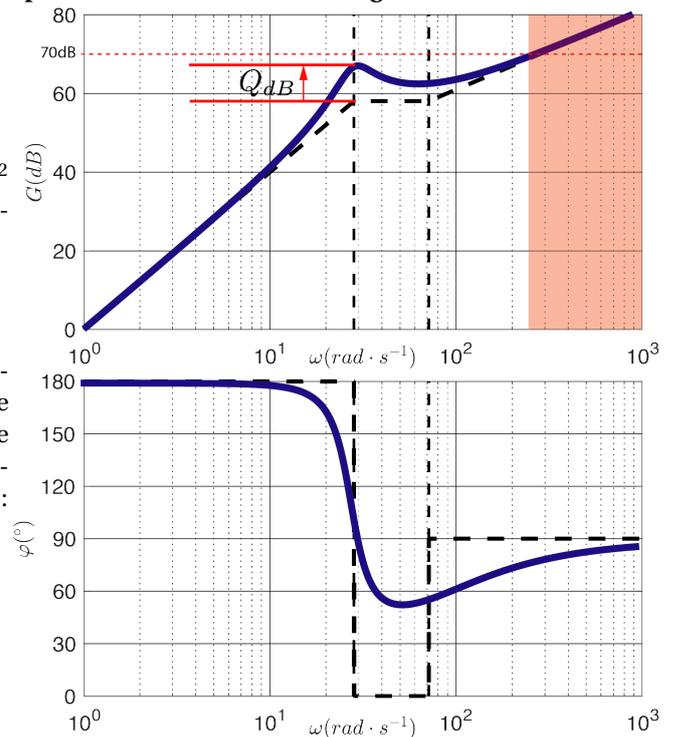
Q 5 : Déterminer les plages de pulsations pour lesquels on peut vérifier le cahier des charges.

Il faut que l'accélération verticale soit inférieure à 1 m/s^2 pour un défaut de $0,3 \text{ mm}$, ainsi le gain en décibel doit vérifier :

$$G_{dB} < 10 \cdot \log \left(\frac{1}{3 \cdot 10^{-3}} \right) = 70,4 \text{ dB}$$

Pour déterminer cette plage de fréquence on peut alors tracer une droite horizontale à 70 dB et déterminer la plage de fréquence correspondante. Avec la mesure de résonance de la questions précédente on peut s'assurer avec une relative bonne précision que cette condition est vérifiée pour :

$$\omega < 200 \text{ rad/s}$$



Q 6 : Sachant que les roues du véhicules ont pour dimension 30 cm , donner la plage de vitesse en km/h possible pour respecter le cahier des charges. Conclure.

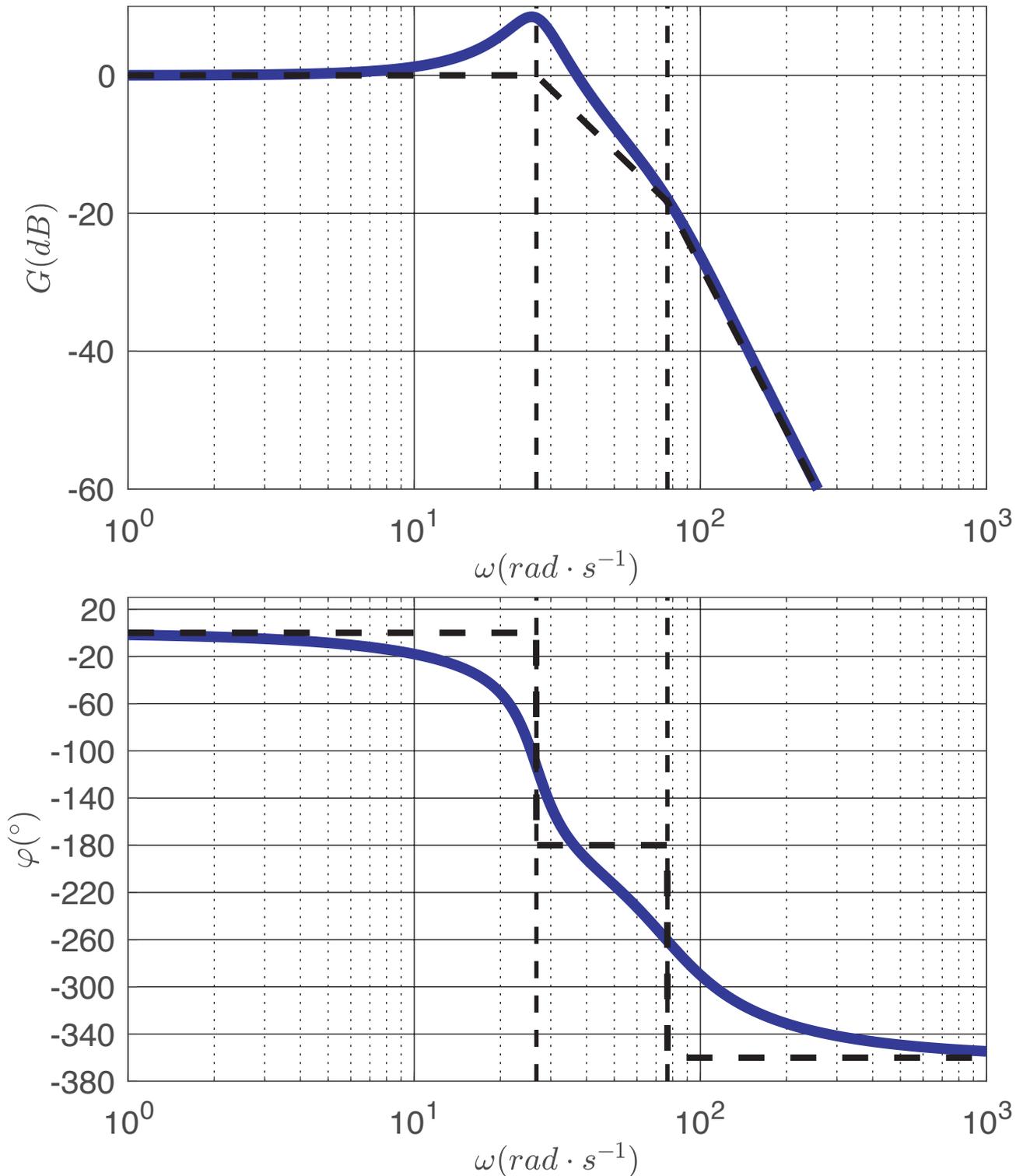
:

$$V = R \times \omega < R \times 200 \text{ rad/s} = 60 \text{ m/s} = 60 \times 3,6 \text{ km/h} = 216 \text{ km/h}$$

Dans cette configuration et étant donné le domaine d'utilisation du véhicule il est tout à fait acceptable de garder ces réglage car une vitesse de 216 km/h paraît difficile d'être atteinte par ce véhicule et elle est même largement interdite par la loi à part si le véhicule devait évoluer sur circuit automobile mais ce ne semble pas être le cas.

Exercice 2 : Chirurgie endoscopique à distance

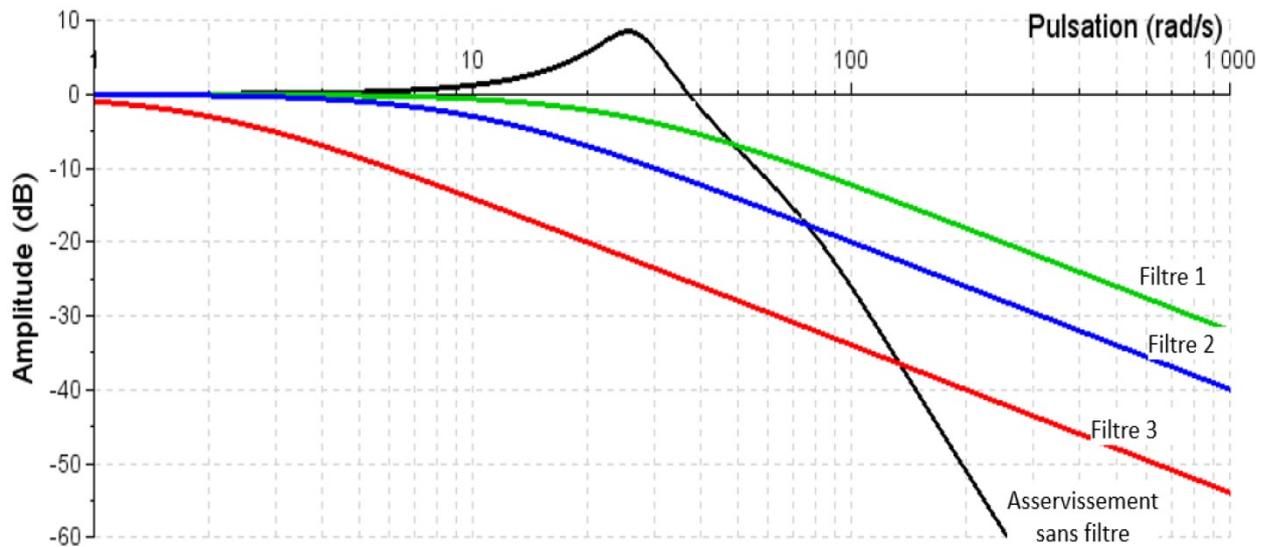
Q 7 : Tracer le diagramme de bode asymptotique de la fonction de transfert sur la figure 1. Donner avec le plus de précision possible l'allure du diagramme de Bode réel.



Q 8 : Déterminer, en raisonnant graphiquement, l'amplitude du mouvement pris par l'instrument lorsque la main du chirurgien est prise d'un tremblement modélisable par un signal sinusoïdal d'amplitude 1 mm et de période 0,25 s. Conclure.

L'amplitude de l'instrument sera de 2,7 mm.

Q 9 : Tracer les diagrammes de Bode de ces 3 filtres sur la figure 1.



Q 10 : Choisir parmi ces trois filtres, ceux qui permettent d'atténuer sensiblement le phénomène lié au tremblement de la main du chirurgien et mis en évidence dans la partie précédente.

Les filtres 2 et 3 atténuent correctement la résonance.

Q 11 : Choisir le filtre qui permet d'avoir un tel comportement.

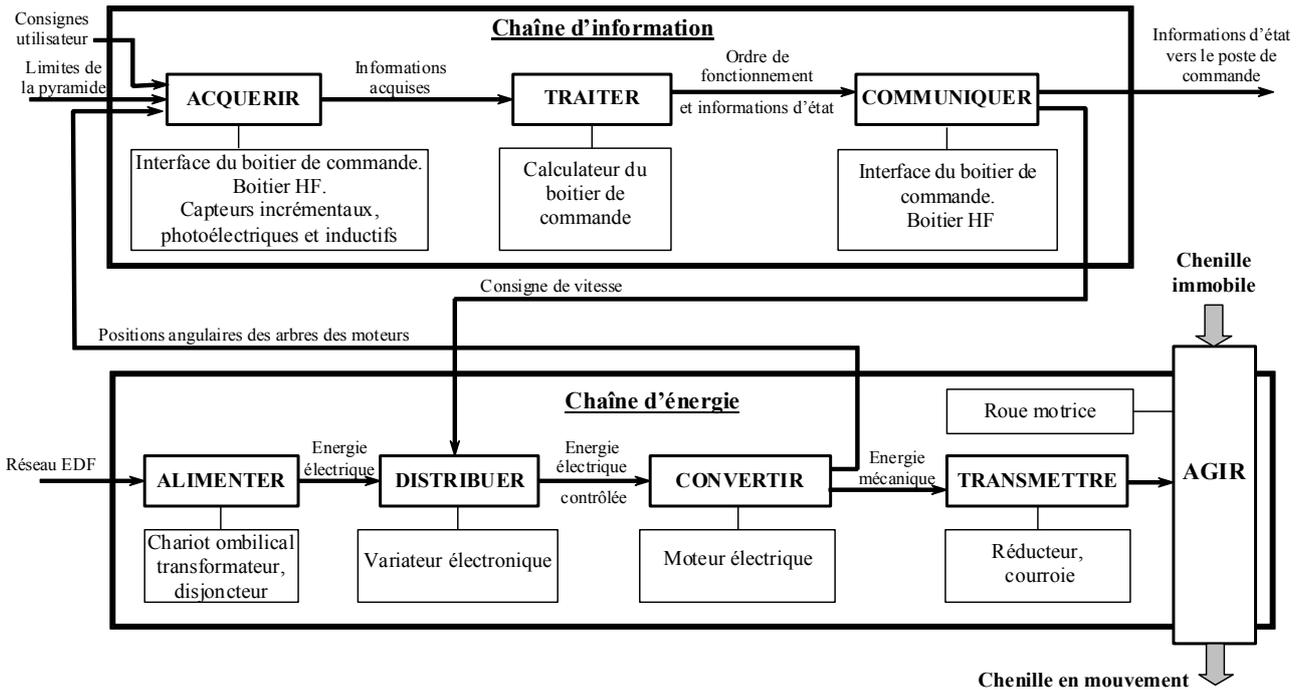
Le filtre 2 convient.

Q 12 : Pour le filtre retenu précédemment, déterminer analytiquement la pulsation de coupure à $-3dB$. Vérifier ce résultat graphiquement sur la figure 2. Valider le critère du cahier des charges ci-dessus.

- $\omega_{c-3dB} = 29,4 \text{ rad/s}$;
- $f_{c-3dB} = 4,6 \text{ Hz}$.

Exercice 3 : Robuglass

Q 13 : Compléter sur le document réponse la chaîne fonctionnelle de mise en rotation d'une chenille.



Q 14 : Expliquer ce qui dans le schéma bloc permet d'affirmer que le système étudié est bien un système asservi.
 Le système est bien un système asservi car il y a un capteur (codeur) dans la boucle de retour qui permet de comparer la sortie à la consigne.

Q 15 : Déterminer la relation à imposer entre k_a et k_p pour garantir que le système soit bien asservi sur la vitesse de rotation de l'axe moteur. Préciser lequel de ces deux paramètres est ajustable.

$\Omega_c(p)$ et $\Omega_m(p)$ représentent des taux de rotation. S'ils sont exprimés dans la même unité, il faut que k_a est ajustable par le calculateur. k_p correspond à la fonction de transfert du codeur est n'est pas modifiable.

Q 16 : Exprimer les transformées de Laplace de ces équations, sachant que les conditions initiales sont nulles. On notera $A(p)$ la transformée de Laplace de la fonction temporelle $a(t)$.

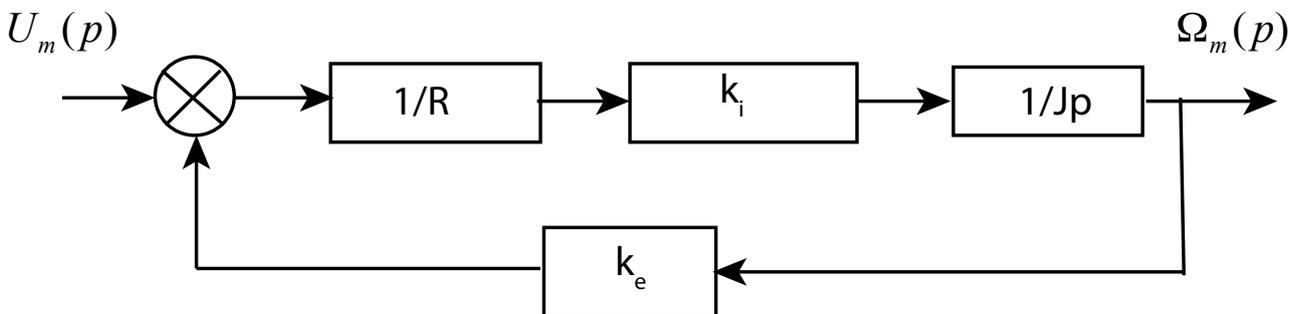
$$U_m(p) - E(p) = R I(p)$$

$$E(p) = k_e \Omega_m(p)$$

$$J p \Omega_m(p) = C_m(p)$$

$$C_m(p) = k_i I(p)$$

Q 17 : Construire le schéma bloc du moteur avec ces quatre équations (entrée : $U_m(p)$, sortie : $\Omega_m(p)$)



Q 18 : En déduire la fonction de transfert du moteur électrique $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$. La mettre sous sa forme canonique en spécifiant toutes les caractéristiques.

En utilisant la formule de Black ou en manipulant les différentes équations, on obtient :

$$H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{\frac{k_i}{R J p}}{1 + \frac{k_i k_e}{R J p}}$$

$$H_m(p) = \frac{k_i}{R J p + k_i k_e} = \frac{\frac{1}{k_e}}{1 + \frac{R J}{k_i k_e} p}$$

Q 19 : Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée : $F_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$

$$F_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)} = k_a \frac{k_c k_v H_m(p)}{1 + k_p k_c k_v H_m(p)}$$

Q 20 : Mettre $F_1(p)$ sous forme canonique et exprimer le gain statique noté k_1 et la constante de temps notée τ_1 en fonction de : k_m, k_c, k_a, k_p, k_v et τ_m .

En utilisant la formule de Black, on obtient :

$$F_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)} = k_a \frac{k_c k_v \frac{k_m}{1 + \tau_m p}}{1 + k_p k_c k_v \frac{k_m}{1 + \tau_m p}}$$

$$F_1(p) = \frac{k_a k_c k_v k_m}{1 + k_p k_c k_v k_m + \tau_m p} = \frac{\frac{k_a k_c k_v k_m}{1 + k_a k_c k_v k_m}}{1 + \frac{\tau_m}{1 + k_p k_c k_v k_m} p} = \frac{k_1}{1 + \tau_1 p}$$

Q 21 : Déterminer la nouvelle expression de la fonction de transfert en boucle fermée $F_2(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ en fonction de $k_m, k_c, k_a, k_p, k_v, \tau_m$ et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'un deuxième ordre. Vous identifierez le gain statique noté k_2 , la pulsation propre non amortie notée ω_0 et le coefficient d'amortissement noté ξ en fonction de : $k_m, k_c, k_a, k_p, k_v, \tau_m$.

$$F_2(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{\frac{k_a k_c k_v k_m}{p(1 + \tau_m p)}}{1 + \frac{k_p k_c k_v k_m}{p(1 + \tau_m p)}}$$

$$= \frac{k_a k_c k_v k_m}{p(1 + \tau_m p) + k_p k_c k_v k_m}$$

$$= \frac{\frac{k_a}{k_p}}{1 + \frac{1}{k_p k_c k_v k_m} p + \frac{\tau_m}{k_p k_c k_v k_m} p^2}$$

En identifiant la forme canonique, on obtient :

$$K = k_2 = \frac{k_a}{k_p}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_p k_c k_v k_m}{\tau_m}}$$

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{k_p k_c k_v k_m \tau_m}}$$

Q 22 : Déterminer la valeur de k_c en fonction des autres paramètres garantissant que la réponse se fera sans dépassement de la consigne tout en étant le plus rapide possible.

Pour que la réponse à un échelon se fasse sans dépassement et soit la plus rapide, il faut que $\xi = 1$ soit :

$$k_c = \frac{1}{4 k_v k_m k_p \tau_m}.$$

Q 23 : Donner les valeurs de la pulsation propre ω_0 et du coefficient d'amortissement ξ .

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{0,04}} = 5 \text{ rad/s}$$

$$\xi = \frac{\omega_0}{2} 0,32 = 0,8$$

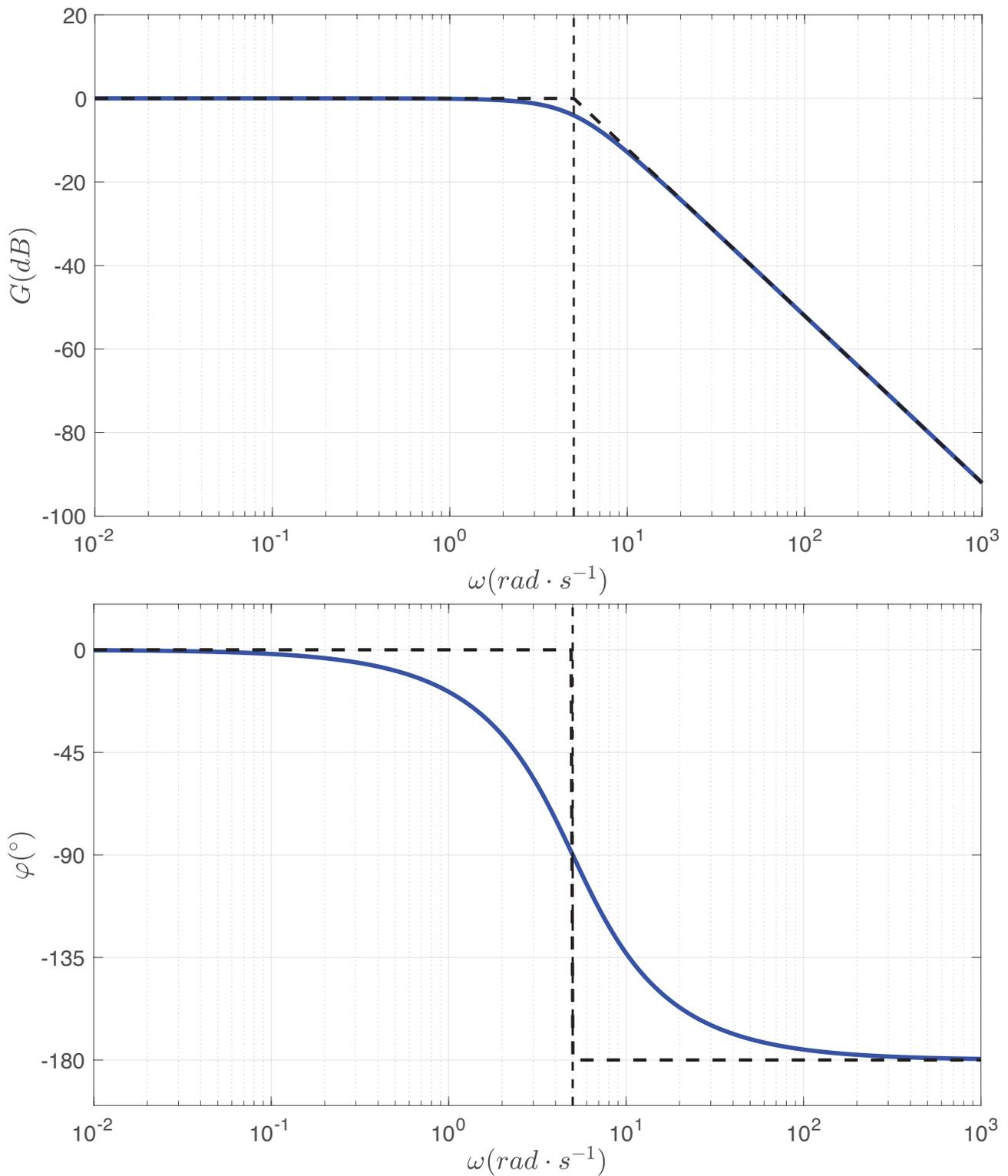
Q 24 : Tracer le diagramme de Bode asymptotique de la fonction de transfert en boucle fermée $F_2(p)$ sur le document réponse. Donner le plus précisément possible l'allure du diagramme de Bode réel de $F_2(p)$.

Justifications :

- Il s'agit d'une fonction de transfert du deuxième ordre.
- $\xi = 0,8 < 1$ les pôles de $F_2(p)$ sont complexes, il y a donc une seule pulsation de cassure : $\omega_c = \omega_0 = 5 \text{ rad/s}$.
- Deux branches asymptotiques en gain :
 - $\omega < \omega_0$: droite horizontale passant par 0;
 - $\omega > \omega_0$: droite oblique de pente -20 dB/decade .
- Deux branches asymptotiques en phase :
 - $\omega < \omega_0$: droite horizontale passant par 0° ;
 - $\omega > \omega_0$: droite horizontale passant par -180° .
- Allure du tracé réel en gain : on peut calculer $G_{dB}(\omega_0)$:

$$G_{dB}(\omega_0) = -20 \log(2 \cdot \xi) \approx -4,1 \text{ dB}.$$

- Allure du tracé réel en phase : $\varphi(\omega_0) = -90^\circ$.



Q 25 : Pour vérifier le comportement du système on réalise deux mesures données par les figures ci-dessous. Placer sur le diagramme de Bode réalisé précédemment les deux points de mesures effectués.

Les deux mesures sont effectuées avec une entrée sinusoïdale d'amplitude 1 rad/s et à des pulsations égales à 4 et 10 rad/s.

Q 26 : Tracer le diagramme de Bode asymptotique de la fonction de transfert en boucle ouverte $F_3(p)$. Donner le plus précisément possible l'allure du diagramme de Bode réel de $F_3(p)$.

- $F_3(p)$ peut se mettre sous la forme d'un produit d'un intégrateur pur et d'un premier ordre :

$$F_3(p) = \frac{3}{p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{8}p} = F_4(p) \cdot F_5(p).$$

- Pulsations de cassure :
 - Pour $F_4(p)$: pas de pulsation de cassure car pente constante en gain mais une pulsation de coupure à $0dB$ égale à $3rad/s$.
 - Pour $F_5(p)$: premier ordre donc pulsation de cassure à $8rad/s$.
- Tableau de caractérisation asymptotique de $F_3(p)$:

ω	0 → 3		3	3 → 8		8	8 → ∞	
Tracé asymptotique	Gain (dB/dec)	$\varphi(^{\circ})$	Gain (dB)	Gain (dB/dec)	$\varphi(^{\circ})$	Gain (dB)	Gain (dB/dec)	$\varphi(^{\circ})$
$F_4(p)$	-20	-90	0	-20	-90	Continuité	-20	-90
$F_5(p)$	0	0	0	0	0	0	-20	-90
$F(p)$	-20	-90	0	-20	-90	Continuité	-40	-180

