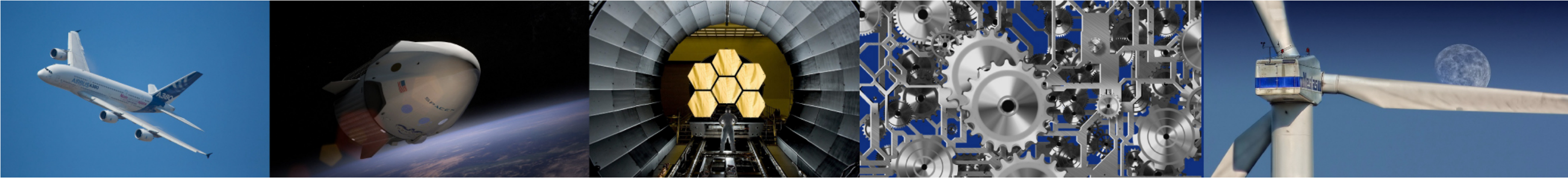
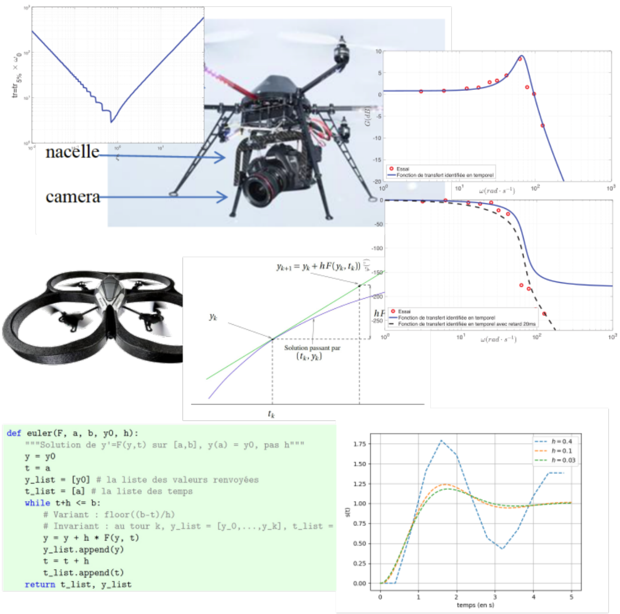




LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

CLASSE PRÉPARATOIRE P.S.I.

ANNÉE 2023 - 2024

C2 : RÉSOLUTION ET ANALYSE DU COMPORTEMENT DES SYSTÈMES ASSERVIS

TD 5 - Analyse par l'identification du comportement des systèmes complexes (C2-3)

Compétences

- **Analyser**
  - Analyser un algorithme.
  - Analyser les performances et les écarts
- **Modéliser**
  - Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle.
  - Vérifier la cohérence du modèle choisi en confrontant les résultats analytiques et/ou numériques aux résultats expérimentaux.
- **Résoudre**
  - Déterminer la réponse fréquentielle.
  - Mener une simulation numérique.
  - Résoudre numériquement une équation ou un système d'équations.
- **Expérimenter**
  - Choisir le protocole en fonction de l'objectif visé.
  - Choisir la grandeur physique à mesurer ou justifier son choix.
  - Choisir les entrées à imposer et les sorties pour identifier un modèle de comportement.
  - Justifier le choix d'un capteur ou d'un appareil de mesure vis-à-vis de la grandeur physique à mesurer.
  - Mettre en œuvre un appareil de mesure adapté à la caractéristique de la grandeur à mesurer.
  - Effectuer des traitements à partir de données.
- **Communiquer**
  - Faire preuve d'écoute et confronter des points de vue.
  - Présenter de manière argumentée une synthèse des résultats.

Exercice 1 : Train d'atterrissage d'hélicoptère

Source : Banque PT SIA 2014

1 Présentation

Le train d'atterrissage d'un hélicoptère joue le rôle d'interface de contact sol-hélicoptère et doit répondre à un certain nombre d'exigences listées par le tableau suivant.

Exigences	Critères	Niveaux	Flexibilité
1	Capacité à supporter la vitesse d'impact	$< 4m/s$	$0,2m/s$
	Accélération angulaire du pylône de queue à l'impact	$< 3rad/s^2$	$0,2rad/s^2$
	Accélération linéaire de la cabine à l'impact	$< 12m/s^2$	$0,2m/s^2$
	Pulsation forcée des oscillations du pylône de queue	< pulsation propre	Aucune
1.1	Traînée aérodynamique ajoutée	< 2% traînée initiale	0,5%
1.2	Effort de roulage	< 1% du poids	0,2%
	Manoeuvrabilité	rotation sur place	
1.3	Retournement de roulis	Nul	aucune

La solution apportée par Fokker-Stork, au besoin exprimé, est fondée sur un train à roues munies d'amortisseurs. En effet les atterrisseurs à patins munis de dispositifs amortisseurs ne sont pas adaptés à des appareils qui dépassent les 4 tonnes et des vitesses d'impact supérieures à environ $1,4m/s$.
Le train principal constitué de deux roues simples est installé dans le fuselage central et le train auxiliaire constitué de deux roues jumelées de direction dans la partie avant du fuselage (figure ci-contre). Des caissons permettent d'escamoter les trains d'atterrissage lors du vol.

Appontage NH90 NFH (© : NHIndustrie)

2 Mise en place d'une commande semi active de l'amortisseur

Objectif 1 :

On peut montrer que le train d'atterrissage seul ne peut valider les critères de l'exigence 1. Cette partie a pour objectif d'analyser la solution proposée par le constructeur pour améliorer les performances du train d'atterrissage, et de mettre en place un modèle de comportement afin de préparer le réglage du correcteur de la boucle d'asservissement.

Le **comportement dynamique** du train est caractérisé par la fonction de transfert $H_z(p)$ et on peut montrer qu'elle s'établit sous la forme suivante :

$$H_z(p) = \frac{p^2.\left(m_2.L.p^2 + \lambda_0.p + k_\theta\right)}{q_4.p^4 + q_3.p^3 + q_2.p^2 + q_1.p + q_0}$$

Les coefficients q_i dépendent des différentes caractéristiques mécaniques du train. On donne simplement

$$q_0 = \frac{a^2.k.k_\theta}{(a+b)^2}$$

.

La complexité de cette fonction de transfert nous incite à élaborer un modèle simplifié dans l'optique du réglage du correcteur de la commande.

À l'aide d'un logiciel de calcul formel, il est possible de déterminer les zéros et les pôles de $H_z(p)$.

$H_z(p)$ possède 2 zéros complexes conjugués :

$z_1 = -6,25 + 44.j$ et $z_2 = -6,25 - 44.j$.

Elle possède également 2 paires de pôles complexes conjugués :

$p_1 = -6,9 + 45,9.j$; $p_2 = -6,9 - 45,9.j$; $p_3 = -1,23 + 5,3.j$; $p_4 = -1,23 - 5,3.j$.

On propose de simplifier la fonction de transfert $H_z(p)$ sous la forme :

$$H_Z(p) = \frac{K_Z.p^2}{1 + \frac{2.\xi_Z}{\omega_Z}.p + \frac{p^2}{\omega_Z^2}}$$

Q 1 : Justifier ce choix. Déterminer l'expression littérale de K_z.

On donne sur la figure 1 la réponse temporelle de la fonction $\frac{m_2.L.p^2+\lambda_0.p+k_\theta}{K_Z.(q_4.p^4+q_3.p^3+q_2.p^2+q_1.p+q_0)}$ a un échelon unitaire ainsi que des abaques définissant les caractéristiques de la réponse indicielle d'un modèle d'ordre 2 fondamental (figure 2).

Q 2 : Expliquer en quoi cette courbe de réponse permet de valider le choix de modèle simplifié. Déterminer à partir des abaques les valeurs numériques de ξ_Z et ω_Z. On indiquera toutes les constructions nécessaires sur les courbes.

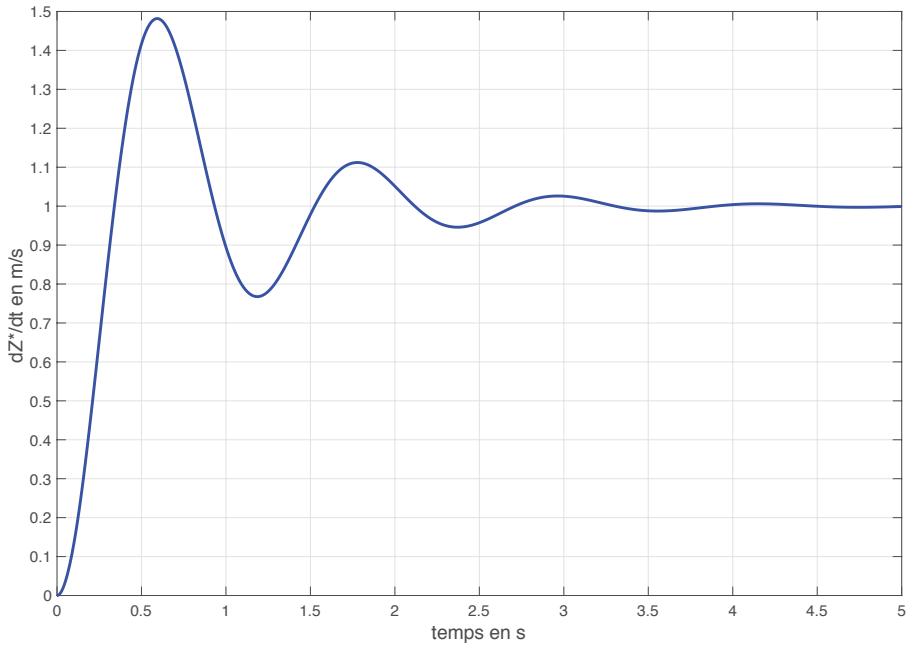


FIGURE 1

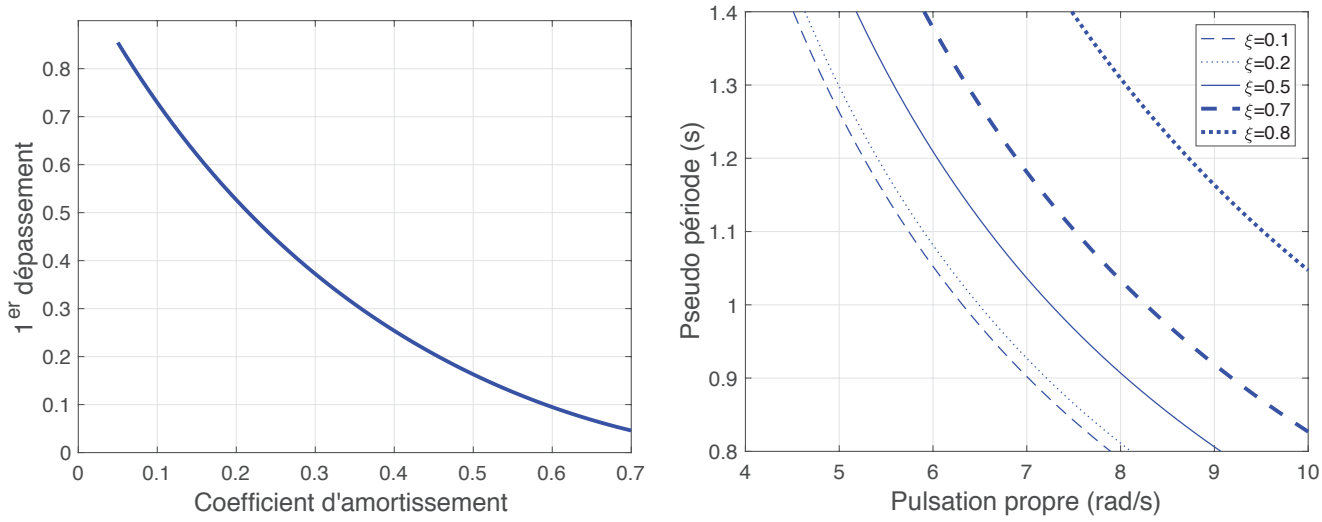


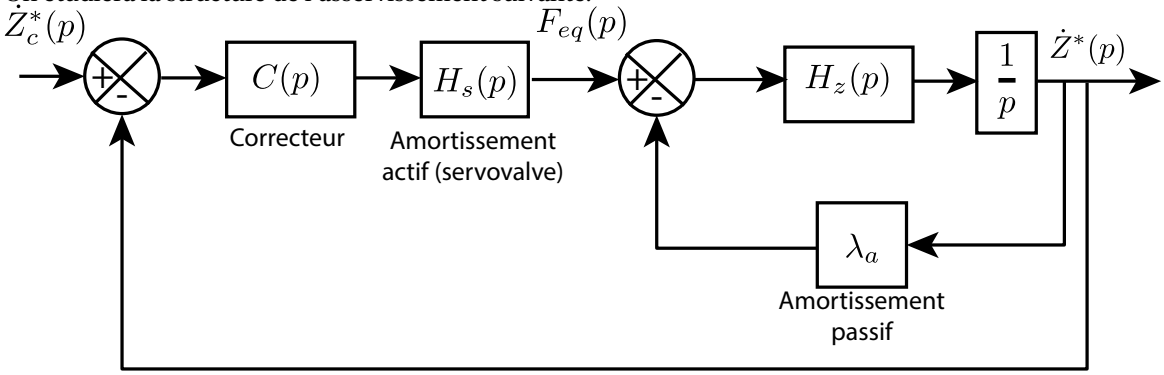
FIGURE 2

3 Optimisation du correcteur de la commande de l'amortisseur

Objectif 2 :

Cette partie a pour objectif de proposer un réglage pour le correcteur de la commande asservie définie dans la partie précédente. Il s'agira également de valider les performances globales obtenues grâce à cette commande semi-active.

On étudiera la structure de l'asservissement suivante.

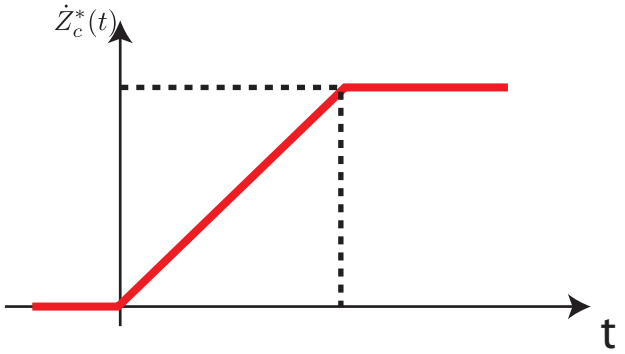


On note dans ce schéma :

- $\dot{Z}^*(p)$ la transformée de $\dot{z}^*(t) = \dot{z}(t) + V_0$ avec V_0 la vitesse d'impact et $\dot{z}(t)$ la vitesse absolue de la cabine par rapport au sol.
- $Feq(p)$ l'effort équivalent ramené au déplacement de la cabine et fourni par la partie active de l'amortisseur.
- λ_a le coefficient d'amortissement passif équivalent ramené au déplacement de la cabine.
- $H_S(p) = \frac{K_S}{1+T_S.p}$ la fonction de transfert de la partie active de l'amortisseur avec : $K_S = 12 \cdot 10^4 N/A$ et $T_S = 5.10^{-3} s$.
- $H_Z(p) = \frac{K_Z.p^2}{1+\frac{2.\xi_Z}{\omega_Z}.p+\frac{p^2}{\omega_Z^2}}$ la fonction de transfert traduisant le comportement dynamique du train.
- $C(p)$ la fonction de transfert du correcteur dont le réglage fait l'objet de cette partie.

$\dot{Z}_c^*(p)$ est la transformée de la consigne $\dot{z}_c^*(t)$. Sa forme est donnée sur la figure ci-contre.

Q 3 : Justifier la forme de cette consigne vis-à-vis du cahier des charges. Quel paramètre souhaite-t-on ici contrôler? Compléter les valeurs caractéristiques sur le tracé.



4 Fonction de transfert en boucle ouverte non-corrigée

Objectif 3 :

Il s'agit dans un premier temps d'analyser la forme de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée de la chaîne de commande semi-active.

Q 4 : Déterminer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert $H_F(p) = \frac{\dot{Z}^*(p)}{F_{eq}(p)}$.

Q 5 : Déterminer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée $H_{BONC}(p)$.

On donne sur la figure 3 le diagramme de Bode de $H_F(p)$.

Q 6 : Justifier la forme de ce diagramme en traçant les asymptotes et en indiquant comment retrouver sur le tracé les valeurs de K_z et ω_z. Tracer en rouge les diagrammes de la fonction $H_{BONC}(p)$. On prendra pour cela $20log(K_S) \approx 100dB$.

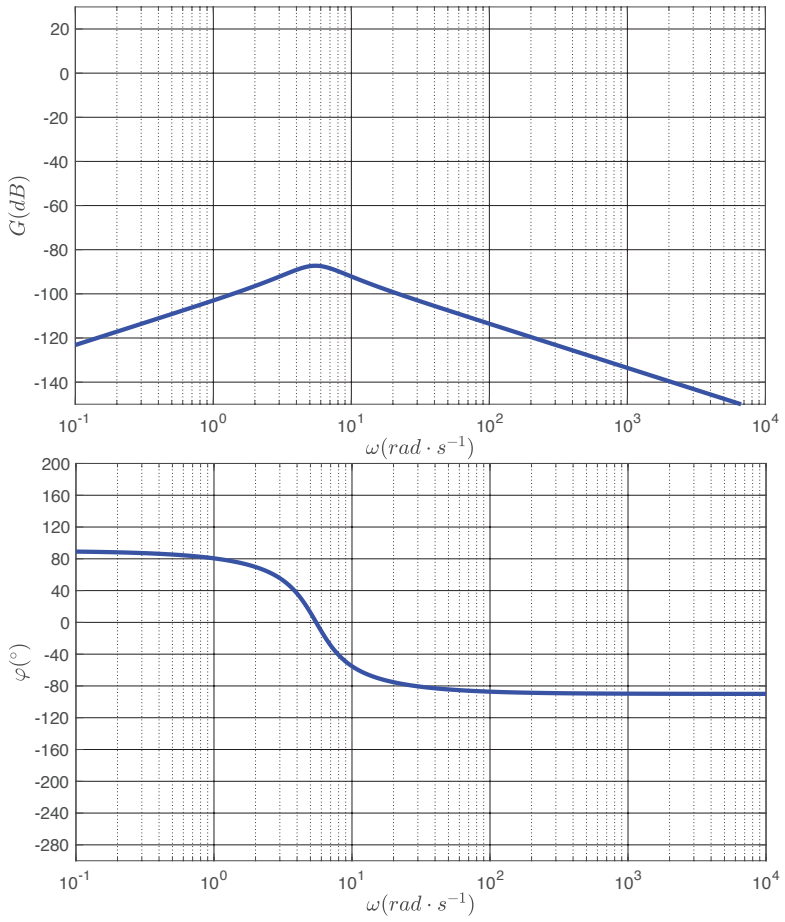


FIGURE 3

Exercice 2 : Identification de diagramme fonctions de transfert l'aide de diagrammes de Bode

Source : Emilien DURIF

Q 7 : Proposer une fonction de transfert associée au comportement fréquentiel donné sur la figure 7

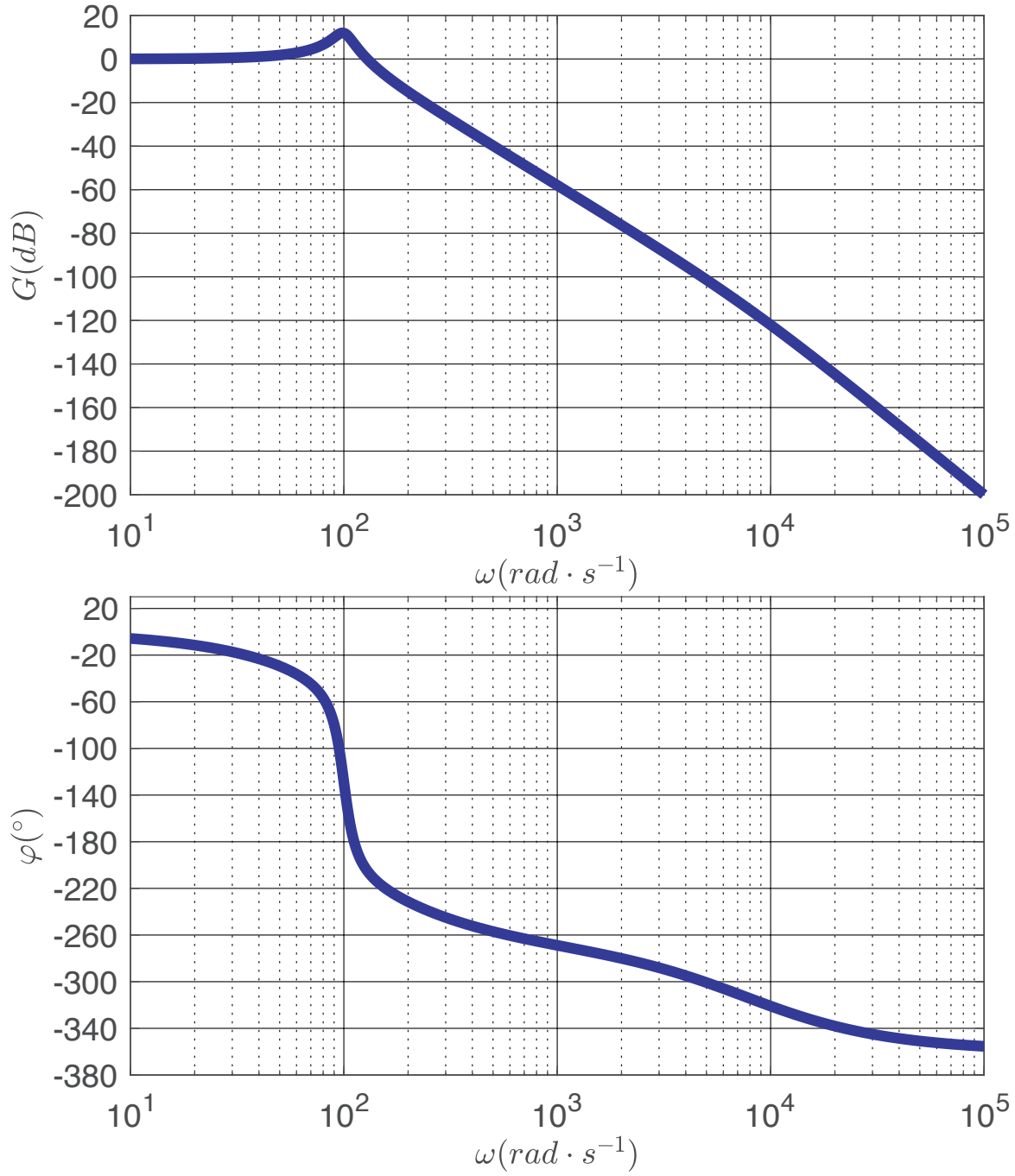


FIGURE 4

Q 8 : Proposer une fonction de transfert associée au comportement fréquentiel donné sur la figure 8

Q 9 : Proposer une fonction de transfert associée au comportement fréquentiel donné sur la figure 9

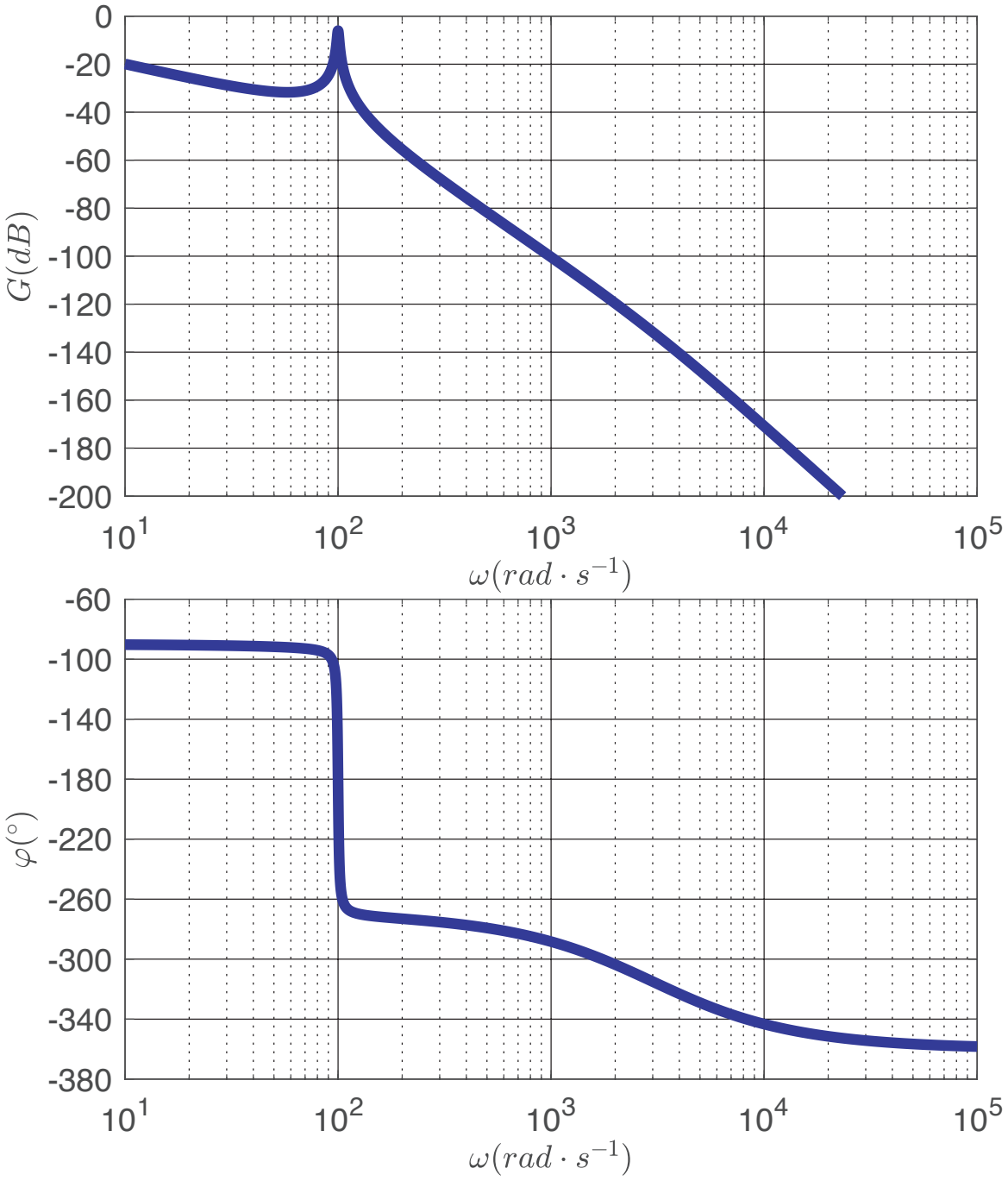

0
-20
-40
-60
-80
-100
-120
-140
-160
-180
-200
$G(dB)$
10^1
10^2
10^3
10^4
10^5
$\omega(rad \cdot s^{-1})$
-60
-100
-140
-180
-220
-260
-300
-340
-380
$\varphi(°)$
10^1
10^2
10^3
10^4
10^5
$\omega(rad \cdot s^{-1})$

FIGURE 5

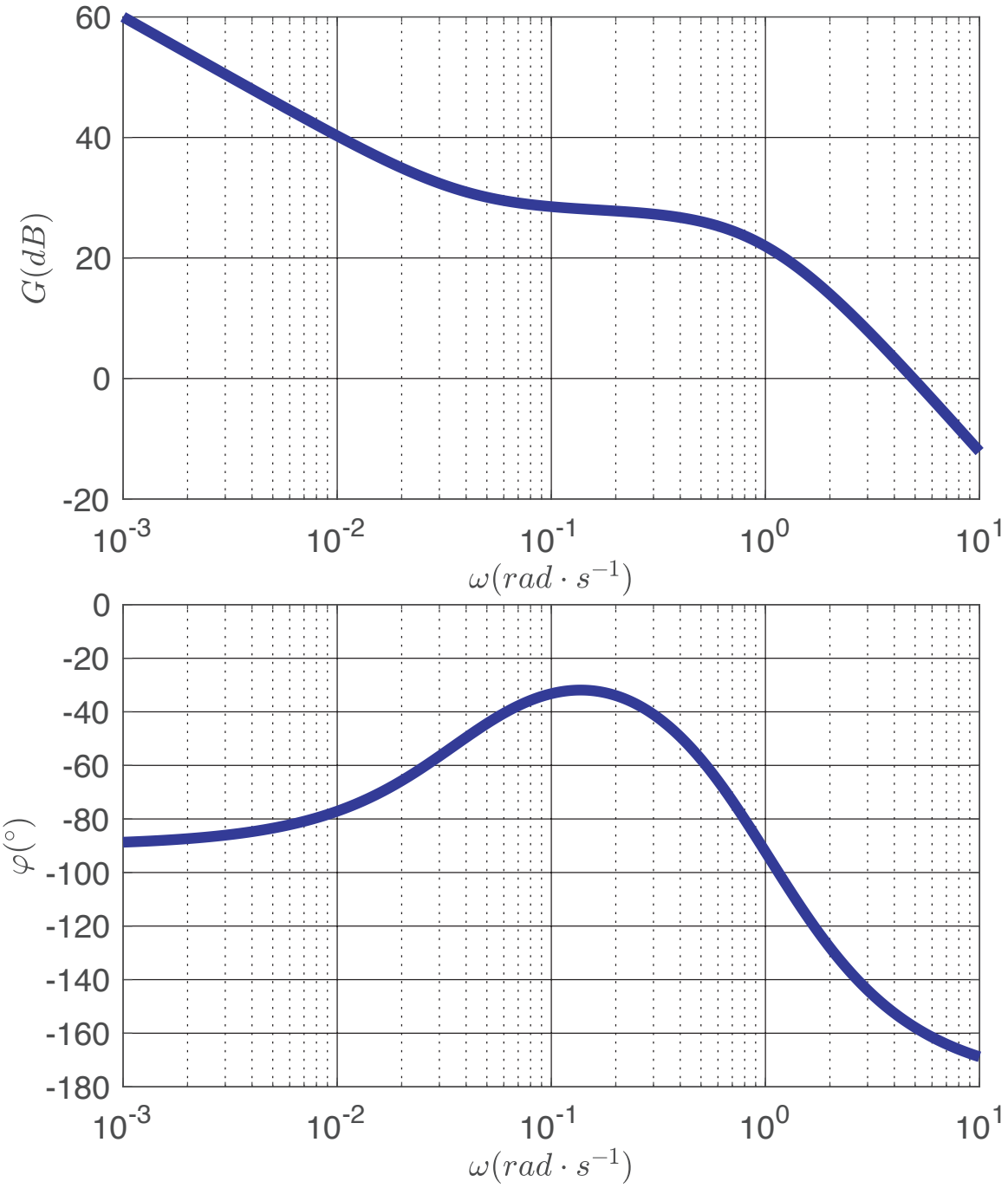

60
40
20
0
-20
$G(dB)$
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
$\omega(rad \cdot s^{-1})$
0
-20
-40
-60
-80
-100
-120
-140
-160
-180
$\varphi(°)$
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
$\omega(rad \cdot s^{-1})$

FIGURE 6

Corrigé

Exercice 1 : Train d'atterrissage d'hélicoptère

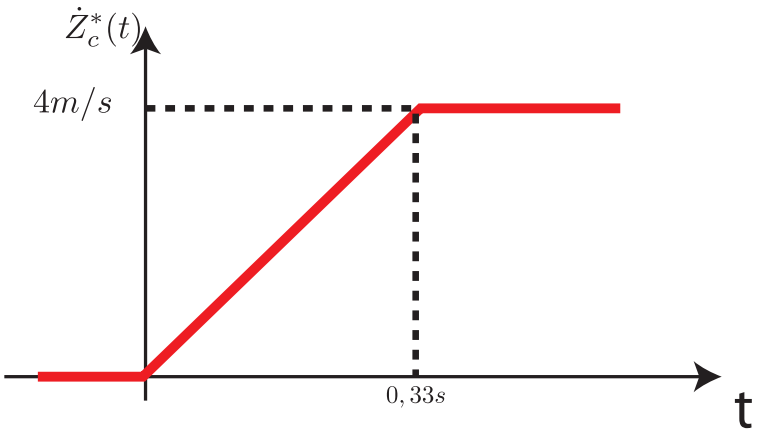
Q 1 : Justifier ce choix. Déterminer l'expression littérale de K_z.
Les deux zéros z_1 et z_2, ont des valeurs très proches des pôles p_1 et p_2. On peut donc simplifier la modélisation en considérant que les zéros se simplifient avec les pôles p_1 et p_2. On obtient ainsi la forme simplifié de la fonction $H_z(p)$. Cette fonction aura pour gain :

$$K_Z = \frac{k_\theta}{q_0} = \frac{(a+b)^2}{a^2.k}$$

Q 2 : Expliquer en quoi cette courbe de réponse permet de valider le choix de modèle simplifié. Déterminer à partir des abaques les valeurs numériques de ξ_Z et ω_Z. On indiquera toutes les constructions nécessaires sur les courbes.
La fonction tracée correspond à $\frac{H_Z(p)}{K_Z.p^2}$ or, elle s'identifie parfaitement par un second ordre. Cela valide donc la réponse faite en question précédente.

- Dépassement de 0.45, donc $\xi_z = 0,25$;
- Pseudo-période : $1.8 - 0.6 = 1.2s$;
- Pulsation propre : $\omega_z = 5,5rd/s$.

Q 3 : Justifier la forme de cette consigne vis-à-vis du cahier des charges. Quel paramètre souhaite-t-on ici contrôler ? Compléter les valeurs caractéristiques sur le tracé.
On souhaite contrôler l'accélération de la queue en fonction de la décélération de la cabine. Cette dernière ne doit pas dépasser une valeur maxi $A_{0max} = 12m/s^2$ et la vitesse d'impact au sol ne doit pas dépasser $4m/s$. Par conséquent, il est cohérent d'étudier la réponse de l'accélération de la queue pour un entrée ci-contre.



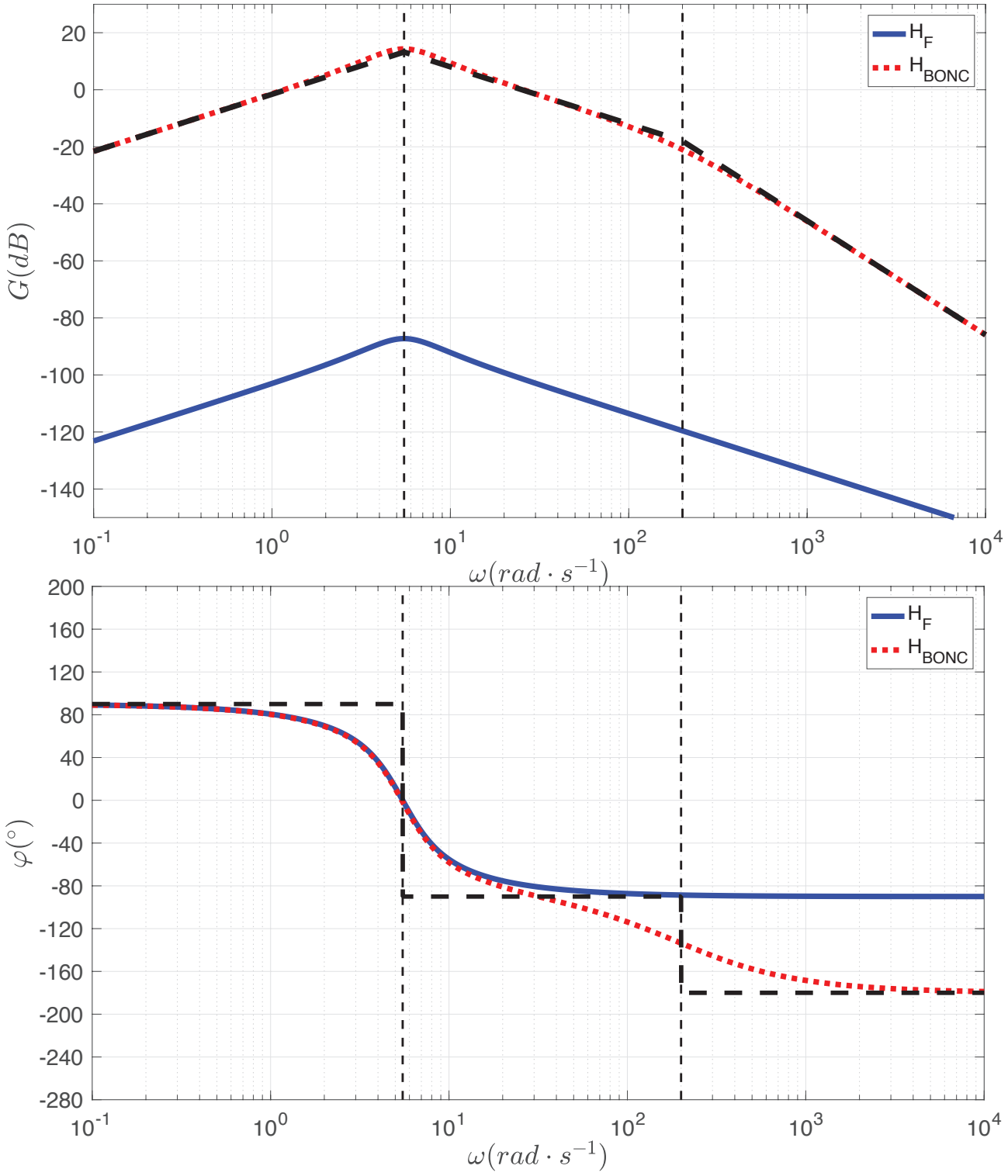
Q 4 : Déterminer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert $H_F(p) = \frac{\dot{Z}^*(p)}{F_{eq}(p)}$.

$$H_F(p) = \frac{\dot{Z}^*(p)}{F_{eq}(p)} = \frac{H_z(p)/p}{1 + \lambda_a.H_z(p)/p} = \frac{K_z.p}{1 + (2.\frac{\xi_z}{\omega_Z} + K_z.\lambda_a)p + \frac{1}{\omega_Z}.p^2}$$

Q 5 : Déterminer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée $H_{BONC}(p)$.

$$H_{BONC}(p) = H_S(p).H_F(p) = \frac{K_S}{1 + T_S.p} \frac{K_z.p}{1 + (2.\frac{\xi_z}{\omega_Z} + K_z.\lambda_a)p + \frac{1}{\omega_Z}.p^2}$$

Q 6 : Justifier la forme de ce diagramme en traçant les asymptotes et en indiquant comment retrouver sur le tracé les valeurs de K_z et ω_z. Tracer en rouge les diagrammes de la fonction $H_{BONC}(p)$. On prendra pour cela $20log(K_S) \approx 100dB$.



Exercice 2 : Identification de diagramme fonctions de transfert l'aide de diagrammes de Bode

Q 7 : Proposer une fonction de transfert associée au comportement fréquentiel donné sur la figure

$$H(p)=\frac{1}{\left(1+\frac{2\xi_1 p}{\omega_{01}}+\frac{p^2}{\omega_{01}^2}\right)\left(1+\frac{2\xi_2 p}{\omega_{02}}+\frac{p^2}{\omega_{02}^2}\right)}$$

Avec,

$$\begin{cases}\xi_1=0.1\\ \omega_{01}=100 rad/s\\ \xi_2=4\\ \omega_{02}=1000 rad/s\end{cases}$$

Q 8 : Proposer une fonction de transfert associée au comportement fréquentiel donné sur la figure 8

$$H(p)=\frac{1}{p\left(1+\frac{2\xi_1 p}{\omega_{01}}+\frac{p^2}{\omega_{01}^2}\right)(1+\tau p)}$$

Avec,

$$\begin{cases}\xi_1=0.01\\ \omega_{01}=100 rad/s\\ \tau=\frac{1}{3000}s\end{cases}$$

Q 9 : Proposer une fonction de transfert associée au comportement fréquentiel donné sur la figure 9

$$H(p)=\frac{(1+\tau p)}{p\left(1+\frac{2\xi_1 p}{\omega_{01}}+\frac{p^2}{\omega_{01}^2}\right)}$$

Avec,

$$\begin{cases}\xi_1=0.01\\ \omega_{01}=1 rad/s\\ \tau=\frac{1}{0.04}s\end{cases}$$

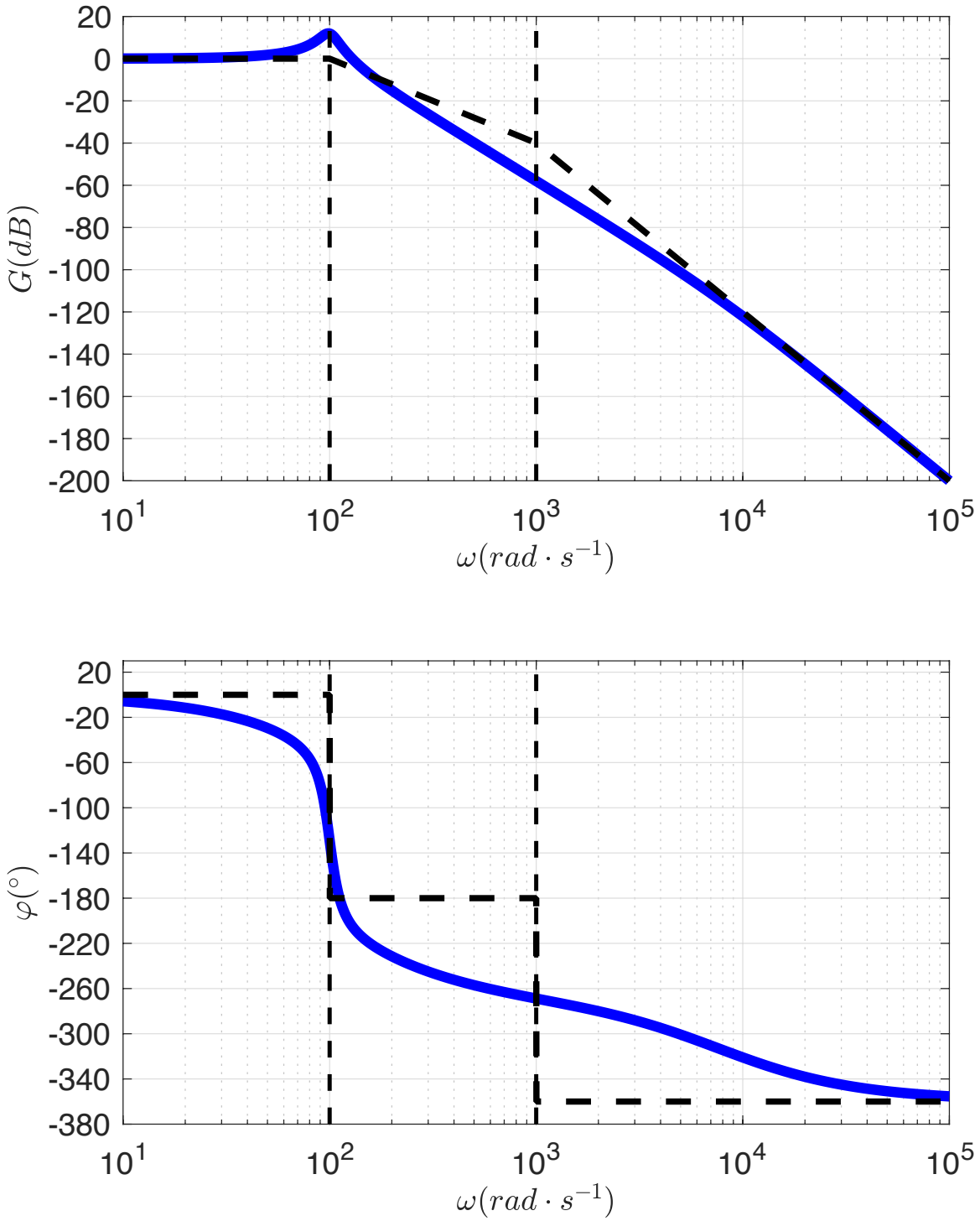

20
0
-20
-40
-60
-80
-100
-120
-140
-160
-180
-200
$G(dB)$
10^1
10^2
10^3
10^4
10^5
$\omega(rad \cdot s^{-1})$
20
-20
-60
-100
-140
-180
-220
-260
-300
-340
-380
$\varphi(°)$
10^1
10^2
10^3
10^4
10^5
$\omega(rad \cdot s^{-1})$

FIGURE 7

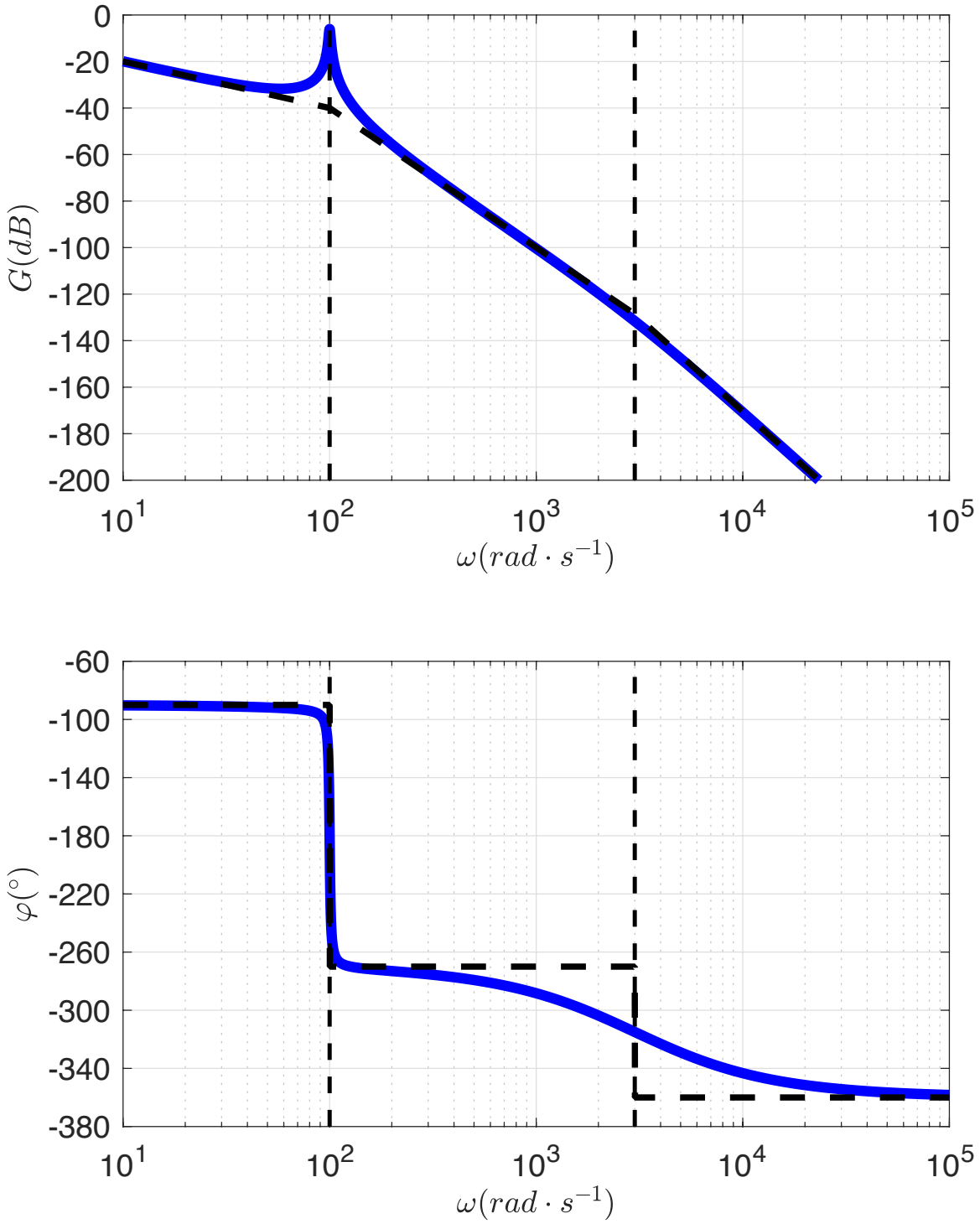

0
-20
-40
-60
-80
-100
-120
-140
-160
-180
-200
$G(dB)$
10^1
10^2
10^3
10^4
10^5
$\omega(rad \cdot s^{-1})$
-60
-100
-140
-180
-220
-260
-300
-340
-380
$\varphi(°)$
10^1
10^2
10^3
10^4
10^5
$\omega(rad \cdot s^{-1})$

FIGURE 8

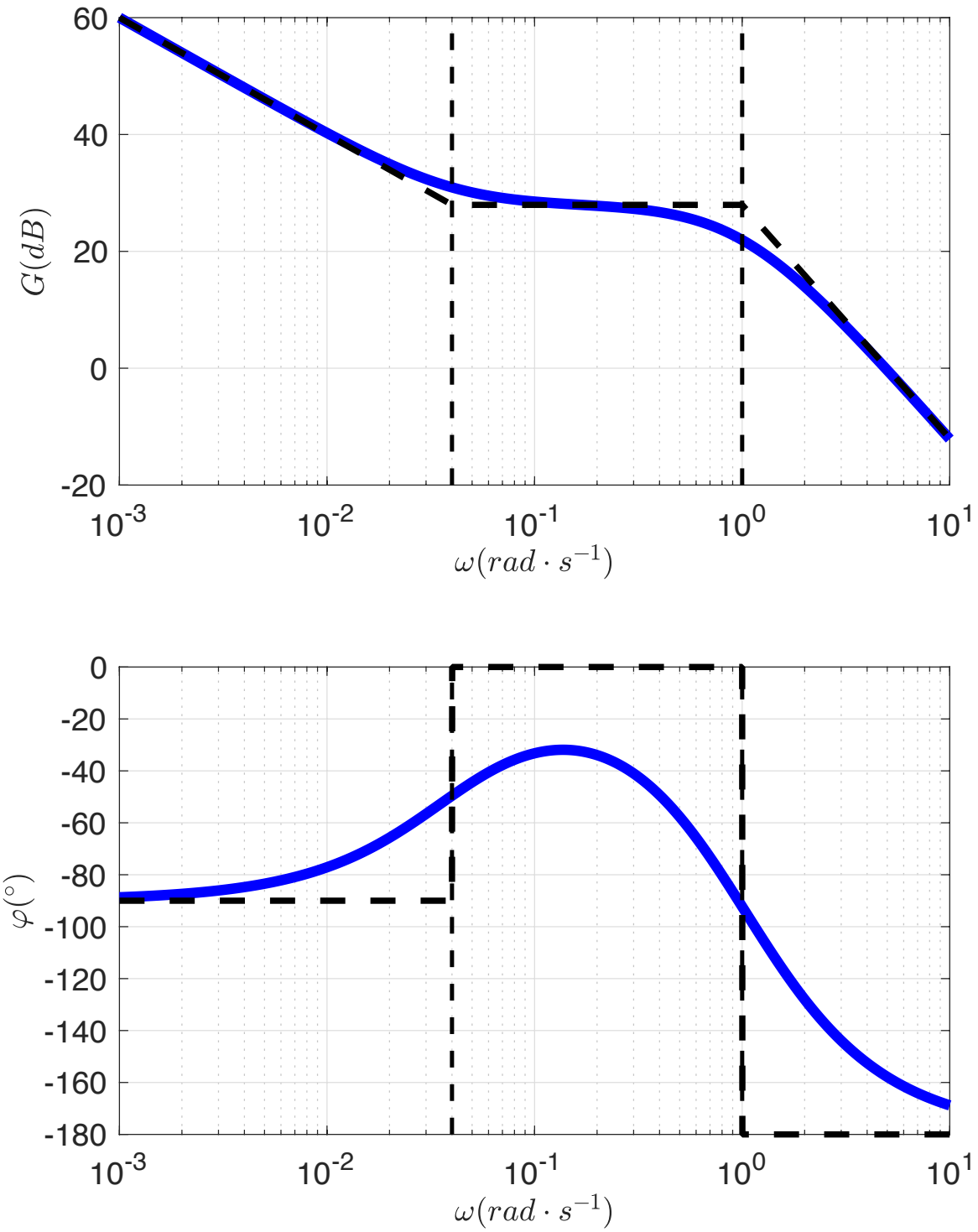

60
40
20
0
-20
$G(dB)$
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
$\omega(rad \cdot s^{-1})$
0
-20
-40
-60
-80
-100
-120
-140
-160
-180
$\varphi(°)$
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
$\omega(rad \cdot s^{-1})$

FIGURE 9